

UNIVERSIDAD POLITÉCNICA DE CARTAGENA
Escuela Técnica Superior de Ingeniería Industrial



**Análisis e implementación de técnicas
de agregación basadas en ecuaciones de
Fokker-Planck acopladas**

Titulación: Ingeniero Industrial
Alumno/a: Olalla Soria Hurtado
Director/a/s: Ángel Molina García
Mathieu Kessler

Cartagena, Septiembre de 2007

1. INTRODUCCIÓN

- 1.1. OBJETIVOS
- 1.2. RESUMEN

2. MODELO ELEMENTAL DEL SISTEMA DE CLIMATIZACIÓN

- 2.1. INTRODUCCIÓN
- 2.2. ELEMENTOS QUE VAMOS A MODELAR
 - 2.2.1. *Tipos viviendas residenciales*
 - 2.2.2. *Paredes: cerramientos y tabiques*
 - 2.2.3. *Carga de radiación*
 - 2.2.4. *Equipo de climatización*
 - 2.2.5. *Cargas interiores*
 - 2.2.6. *Mobiliario interior*
- 2.3. ETAPA DE MODELADO: ANALOGÍA ELÉCTRICA
 - 2.3.1. *Temperatura exterior*
 - 2.3.2. *Radiación*
 - 2.3.3. *Materiales*
 - 2.3.4. *Equipo de climatización: Datos y modelado del COP*
 - 2.3.5. *Carga interior*
 - 2.3.6. *Resolución del sistema térmico*
 - 2.3.7. *Variabilidad de los parámetros*
- 2.4. IMPLEMENTACIÓN Y RESULTADOS
 - 2.4.1. *Software utilizado*
 - 2.4.2. *Resultados*

3. EL PROCESO DE AGREGACIÓN: FOKKER-PLANCK

- 3.1. MODELO DE PRIMER ORDEN
 - 3.1.1. *Introducción*
 - 3.1.2. *Obtención de ecuaciones de Fokker-Planck acopladas*
- 3.2. METODOLOGÍA DE IMPLEMENTACIÓN: APROXIMACIÓN POR DIFERENCIAS FINITAS PARA MODELO DE PRIMER ORDEN
 - 3.2.1. *Desarrollo Teórico*
 - 3.2.2. *Implementación Práctica*
 - 3.2.3. *Resultados. Ejemplo:*
- 3.3. ESTUDIO DE MODIFICACIÓN DE PARÁMETROS. INFLUENCIA EN LOS RESULTADOS
 - 3.3.1. *Desviación Típica*
 - 3.3.2. *Nivel de ruido*
 - 3.3.3. *Condiciones Iniciales*
 - 3.3.4. *Condiciones iniciales según una normal*
- 3.4. MODELO BIDIMENSIONAL
 - 3.4.1. *Introducción*
 - 3.4.2. *Obtención de ecuaciones de Fokker-Planck acopladas*
- 3.5. METODOLOGÍA DE IMPLEMENTACIÓN: APROXIMACIÓN POR DIFERENCIAS FINITAS PARA MODELO DE SEGUNDO ORDEN
 - 3.5.1. *Desarrollo Teórico*
 - 3.5.2. *Implementación Práctica*
 - 3.5.3. *Resultados. Ejemplo:*
- 3.6. ESTUDIO DE MODIFICACIÓN DE PARÁMETROS

3.6.1. Condiciones según una variable normal

3.6.2. Variación del nivel de ruido con condiciones iniciales según una normal

4. CONCLUSIONES

5. REFERENCIAS

6. ANEXOS

ANEXO 1. ÍNDICE DE FIGURAS

ANEXO 2. ÍNDICE DE TABLAS

ANEXO 3. SIMULACIÓN DE LA TEMPERATURA INTERIOR Y LA POTENCIA CONSUMIDA

ANEXO 4. VARIABILIDAD DE LAS ESTANCIAS

ANEXO 5. DIFERENCIAS FINITAS DE PRIMER ORDEN

1. Introducción

1.1. Objetivos

El objetivo principal de este proyecto es el estudio y posterior implementación de las ecuaciones de Fokker Planck acopladas para predecir el comportamiento térmico y eléctrico, de un conjunto de cargas residenciales agregadas.

A partir del análisis térmico y eléctrico de cargas residenciales de aire acondicionado/bomba de calor, y del modelo desarrollado para predecir el comportamiento elemental de este tipo de cargas, se propone como objetivo de este proyecto el estudio, mediante ecuaciones de Fokker Planck acopladas, del comportamiento agregado de este tipo de cargas.

Para ello se analizará la influencia relativa que cada uno de los parámetros del sistema posee en los resultados finales, así como la importancia de las condiciones iniciales escogidas y las condiciones de contorno del problema.

1.2. Resumen

En primer lugar vamos a modelar el comportamiento térmico de una vivienda que tiene un sistema de climatización/bomba de calor. Para poder abarcar más casos le proporcionaremos una cierta variabilidad para poder extender el modelado a diferentes tipos de viviendas dentro de unos determinados parámetros.

Una vez estudiado el comportamiento térmico, estudiaremos los diferentes modelos, empezando por el modelo más sencillo, que es el modelo unidimensional y siguiendo por el modelo bidimensional, el cual tiene un estudio bastante más complejo al extender el método de diferencias finitas a un segundo orden y las funciones f_0 y f_1 dependerán de dos variables.

Para poder implantar las ecuaciones de Fokker-Planck, empezaremos para ello por modelar un sistema elemental, donde a través de la aproximación del Método de Elementos Finitos, implementaremos estas ecuaciones que se encuentran acopladas.

Posteriormente lo haremos para el modelo bidimensional, que es más cercano al modelo real de la vivienda, no pudiendo hacerlo para un tercer orden debido a la no capacidad de poder visualizar los resultados, pues el problema es más complejo. En el tercer orden tendríamos tres variables de las que dependen f_0 y f_1 , más la variable temporal y por tanto nos encontraríamos con cuatro variables. Por tanto, no hemos llegado a estudiar el tercer orden.

2. Modelo Elemental del Sistema de Climatización

2.1. Introducción

Vamos a modelar una vivienda residencial que tenga un equipo de climatización, para poder resolver el problema térmico. Para ello, vamos a estudiar todos los factores que afectan a la elección de la potencia del equipo que necesitamos y las posibles transferencias de calor que ocurren. Las transferencias de calor pueden producirse por conducción, convección y radiación.

Necesitamos obtener un óptimo confort en la estancia, utilizando la analogía eléctrica con la que reflejaremos las transferencias de calor. Tendremos que tener en cuenta tanto el exterior como el interior de la vivienda y su estructura. Estudiaremos los muros, la temperatura exterior, la temperatura interior, la carga interior, el mobiliario, la actividad física... todos los factores que puedan afectar al problema térmico.

El problema térmico que se plantea vamos a resolverlo por analogía eléctrica, resolviendo pues el problema eléctrico.

2.2. Elementos que vamos a modelar

Vamos a modelar las zonas donde pueden ocurrir fenómenos de transmisión de calor o acumulación de energía. Hemos estudiado esas zonas, tanto en el interior como en el exterior, que serán las que necesitamos modelar y para ello hemos tenido en cuenta una vivienda tipo.

Cada una de las viviendas tendrá diferente acumulación de energía, dependiendo del tiempo que se encuentren afectadas por el sol y por tanto también del tipo de pared y de la cantidad de radiación que absorbe. En el interior de la estancia habrá que modelar el mobiliario y la actividad física.

2.2.1. Tipos viviendas residenciales

Las viviendas que vamos a simular son las que podemos encontrar en cualquier zona residencial, las vamos a separar en viviendas que se encuentran en la esquina de la manzana y viviendas que se encuentran entre otras dos.

Por tanto si la vivienda se encuentra en una esquina el 50% de las paredes darán al exterior y si la vivienda se encuentra entre otras dos, el 25% de sus paredes dará exterior, vamos a suponer que tanto en su parte superior como inferior encontramos otras viviendas. Podemos ver éste tipo de disposiciones en la siguiente figura.

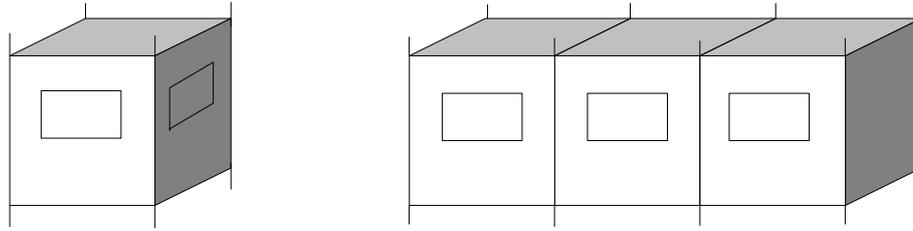


Figura 1. Posibles disposiciones de la casa.

No es igual de probable encontrarnos con las diferentes disposiciones de las viviendas, suponiendo así que sólo el 25% de las viviendas se encuentran en las esquinas y 75% restante se encuentran entre ellas.

2.2.2. Paredes: cerramientos y tabiques

Vamos a modelar los cerramientos y tabiques, tanto por la transmisión de calor que se produce a través de ellos como por el almacenamiento de energía que en ellos se produce.

Tanto los cerramientos como los tabiques están compuestos de diferentes materiales, diferentes capas y de distintos espesores, por tanto el calor que se transmite por conducción a través de ellos será diferente.

En los cerramientos tendremos que considerar también que están afectados por la radiación solar y acumularán más energía que el resto de paredes que no están afectadas por el sol. Los tabiques por el contrario, estarán afectados por las transferencias de calor de las estancias contiguas, las cuales transmitirán diferente flujo de calor según la función que en ellas se desempeñe.

En los cerramientos también consideraremos las ventanas por las que se transmitirá la radiación solar y sus diferentes tipos. Tendremos en cuenta que su orientación es en la misma dirección que la de las paredes exteriores.

2.2.3. Carga de radiación

La radiación solar total que se transmite es composición de otras dos, la radiación directa y la radiación difusa. La radiación directa es aquella que llega directamente del foco solar sin ningún tipo de reflexiones o refracciones y la radiación difusa es debida a los múltiples fenómenos de reflexión y refracción con la atmósfera, nubes y restos de elementos atmosféricos. La radiación directa producirá una aportación de calor a través del cristal y las paredes sólo cuando estén afectados por los rayos solares, mientras que la radiación difusa aportará calor aún cuando los rayos solares no incidan en la superficie.

Habrá que tener en cuenta la diferente situación de la superficie, sabiendo que para superficies horizontales será diferente que para las superficies verticales. Nosotros nos interesamos por la radiación que incide sobre superficies verticales, ya que es aquella que nos afecta.

El tipo de ventana puede afectar a la radiación, pudiendo ser simple o doble y tendremos en cuenta el color del vidrio y sus elementos adicionales como son las cortinas o persianas y su color, ya que todos los elementos interfieren en el paso de la radiación directa.

Para un cálculo más preciso, deberíamos considerar las sombras que se producen en nuestra fachada a lo largo del día y el año, pues esto afectará en gran medida en la radiación, pues no se podrá considerar como la máxima.

Otra variable a tener en cuenta es la cota sobre el nivel del mar, porque conforme aumenta la altura sobre el nivel del mar, la radiación es diferente, aumentando la radiación directa y disminuyendo la radiación difusa.

2.2.4. Equipo de climatización

Vamos a modelar una estancia que tenga un equipo de climatización. Modelaremos el equipo de climatización, porque necesito saber cuanto flujo de calor puedo sacar de la vivienda a través de éste o cuanto flujo de calor debo introducir para que el equipo se encuentre en el intervalo de temperaturas deseadas y encontrarnos en una situación de confort.

Debemos estudiar las cargas térmicas de la estancia para poder elegir un equipo óptimo que se ajuste en la medida de lo posible a las necesidades de la misma, pues debemos equilibrar las cargas térmicas de la estancia.

Para tener una mayor eficiencia energética, utilizaremos equipos tipo SPLIT en vez de equipos centralizados, para poder refrigerar las viviendas por estancias de una forma más eficiente, así para una estancia con una carga térmica mayor, utilizaremos un equipo que tenga mayor capacidad, que para una estancia que no tenga apenas actividad, pudiendo tener un equipo en cada una de las estancias.

2.2.5. Cargas interiores

La carga interior puede ser un cálculo complicado debido a las diferentes variables que en ella influyen. En primer lugar, se tratará de manera diferente en función de la actividad que se realiza en la estancia, ya que tendrán una carga térmica diferente.

Vamos a tratar únicamente viviendas, en las cuales también encontramos estancias con carga térmica diferente, pues en la cocina encontramos un foco de calor importante, pero ésta no la tendremos en cuenta, vamos a estudiar una estancia lo más general posible.

Para poder hacer un cálculo lo más preciso posible de las cargas térmicas, es preciso tener en cuenta muchos factores, como son la actividad física, los muebles, la apertura de ventanas y puertas... todos estos factores los tendremos en cuenta haciéndolos variar en un porcentaje, lo que no tendremos en cuenta es el color de las paredes, los aparatos eléctricos, luminarias y demás.

Tendremos en cuenta todas las cargas de una forma más general, para un caso concreto y típico, para no tener que entrar en detalle en cada una de ellas, pues para hacer un cálculo más preciso necesitamos tener datos del interior de la estancia, la actividad que en ella se realiza, las personas que se encuentran en su interior, los aparatos eléctricos que están funcionando, las luminarias, focos de calor...

2.2.6. Mobiliario interior

Tenemos que modelar el mobiliario interior y debido al almacenamiento de energía que a lo largo del día se produce, este se comporta como un condensador, almacenando energía durante el día y descargándose después, supondremos que la mayoría del mobiliario es de madera, teniendo en cuenta varios tipos de ésta.

Dentro del mobiliario interior, tenemos en cuenta las puertas y ventanas. Las puertas las vamos a tener en cuenta con el resto de mobiliario pues será de madera y consideraremos que las puertas no contienen ningún tipo de cristal, sólo estarán compuestas de madera.

De las ventanas tendríamos que tener en cuenta el marco, pero los consideraremos metálicos. Dado que consideramos que los aparatos se encuentran desconectados y se encuentran en un porcentaje inferior al resto de muebles, no se tendrán en cuenta y los consideraremos despreciables, por tanto el resto de muebles podrán considerarse de madera.

2.3. Etapa de modelado: Analogía eléctrica

Para estudiar el modelado de la estancia debemos comprender el balance energético del sistema que se lleva a cabo. Sabiendo la relación entre las entradas y salidas del sistema podremos tener las condiciones deseables en el interior.

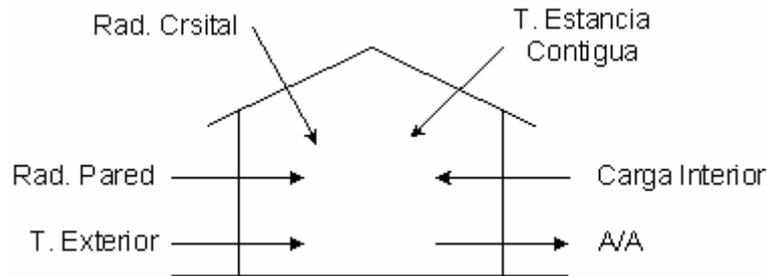


Figura 1. Balance energético de la estancia

Para este modelado, hemos considerado que todas las transferencias de energía son entradas a excepción del equipo de climatización que es una salida.

Este modelado lo haremos por analogía eléctrica, pasando de un problema térmico a un problema eléctrico. Aquí trataremos en detalle los elementos a modelar y en que forma lo haremos.

2.3.1. Temperatura exterior

Vamos a tener en cuenta que la temperatura exterior se comporta como una señal senoidal, siendo un ciclo las 24 horas del día. Ésta temperatura la tendremos en cuenta sólo en los cerramientos, que se la pared que está afectada por la temperatura exterior.

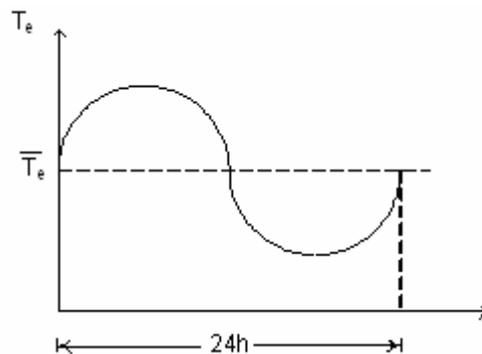


Figura 2. Comportamiento de la temperatura exterior durante el día

Para facilitar el cálculo de capas múltiples, la temperatura exterior podremos descomponerla en dos casos más sencillos, una lineal a la temperatura media T_e y otra senoidal a 0°C .

Los datos de la simulación (temperatura interior y potencia consumida) los hemos comparado con datos reales recogidos en distintos municipios como Valencia, Cieza, Murcia y Cartagena.

2.3.2. Radiación

Vamos a calcular la radiación que se transmite por los cerramientos y por el cristal. El tipo de material de la pared y del cristal, así como sus conductividades serán definidos posteriormente.

Hemos calculado la radiación exterior que existe sobre la pared exterior con el programa **Iqbal**, en él se ha tenido en cuenta la estación del año, la hora del día...

La primera variable que hay que tener en cuenta es la orientación, pues si la casa se encuentra orientada al Norte tendrá diferente radiación y a distintas horas que si se encuentra orientada hacia el Sur, haremos que esto ocurra aleatoriamente para abarcar todos los casos posibles. En la *Figura 4* podemos ver la radiación solar en cada una de las diferentes orientaciones en las que se puede encontrar la vivienda.

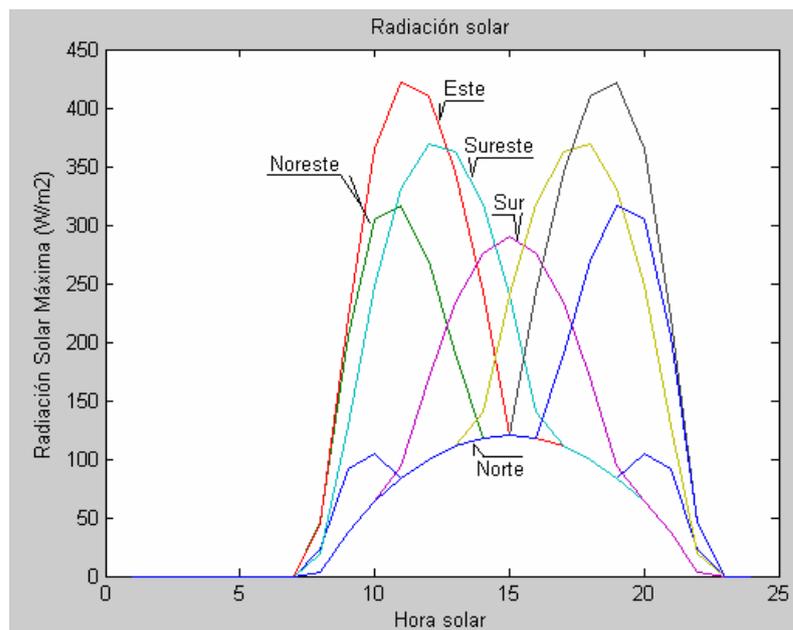


Figura 4. Diferentes radiaciones según la orientación de la vivienda

Como podemos comprobar la radiación cambia considerablemente para las diferentes orientaciones, si la vivienda está orientada al Norte o al Sur, la radiación será simétrica a lo largo del día, esto no ocurre para el resto de casos. También vemos que todas tienen un máximo, excepto para la orientación del Sur que tiene tres máximos. Como se ve en la figura anterior, la orientación en la que tenemos la radiación solar máxima ocurre para el Este y el Oeste, pero a diferentes horas del día, siendo para el Este aproximadamente las 11:00h y para el Oeste las 19:00h.

Una vez que hemos definido la orientación, calcularemos en la declinación, según el número de días que llevemos del año y para la situación en la que nos encontramos, todos nuestros cálculos los haremos para una latitud de 40°.

Tenemos que calcular la duración del día y para ello debo saber la hora del ocaso y del amanecer, que en España ésta difiere de la hora civil en dos horas en verano y una en invierno, tengo en cuenta también el mes del año estudiado pues la inclinación de los rayos solares es diferente según la época, así queda determinada la posición solar, centraremos nuestro caso a la estación estival debido al aumento del uso de los equipos de climatización.

Hemos supuesto que la ventana es una ventana simple, que la persiana exterior se encuentra subida y las cortinas dejan suficiente espacio como para que entre el máximo de radiación posible y el marco de la ventana metálico.

Para una mayor precisión estudiaríamos las sombras sobre nuestra fachada, pues si no consideramos sombras, ni cortinas, habrá una transmisión de calor por radiación máxima, pero para poder generalizar no vamos a considerar las sombras, así podremos simular para un mayor número de viviendas posibles, ya que no sabemos concretamente como afectarán las sombras de otros edificios y elementos cercanos. Si lo hiciésemos para una vivienda determinada tendríamos que tenerlo en cuenta.

2.3.3. Materiales

Vamos a estudiar la composición de los materiales de las diferentes paredes, cerramientos, tabiques, suelo y techo, para poder así calcular el calor por conducción, convección, radiación y el almacenamiento energético que ellos producen, para ello necesitaremos conocer el espesor de los materiales, sus conductividades y sus coeficientes de convección.

En la construcción hay multitud de composiciones diferentes de las capas de una pared, pero haciendo una división general, las dividimos en tres categorías: ligeras, medias y pesadas, nosotros hemos elegido tanto para los cerramientos como para los tabiques, muros ligeros, siendo estos los más comúnmente utilizados.

En la siguiente tabla, encontramos las diferentes características de los elementos utilizados.

Tipo de material	Espesor (m)	Conductividad, k (w/m°C)	Densidad (kg/m ³)	Calor específico (J/kg°C)
Paredes exteriores				
Enfoscado de cemento	0,015	1,4	2000	1050
Ladrillo hueco doble	0,11	0,49	1200	920
Capa de aire	0,05	Resistencia		0

		t�mica=0,18(m ² �C/w)		
Ladrillo hueco sencillo	0,05	0,49	1200	920
Guarnecido Yeso	0,015	0,3	800	920
Ventana	-	5	-	-
Paredes interiores				
Guarnecido Yeso	0,015	0,3	800	920
Ladrillo hueco	0,06	0,49	1200	920
Guarnecido Yeso	0,015	0,3	800	920
Suelos y techos				
Pavimento	0,02	1,1	2000	1380
Hormigón Armado	0,06	1	1000	1050
Bovedilla Hormigón	0,2	1,35	1168	1050
Guarnecido Yeso	0,02	0,30	800	920

Tabla 1. Composición de las paredes, espesor y conductividades.

Coefficiente de convección	h (w/m²�C)
Exterior	16,67
Interior	9

Tabla 2. Coeficientes de convección

Los muebles almacenan energía a lo largo del día y por tanto afectará a la evolución t mica del sistema, primero cargándose y descargándose después, el mobiliario lo tendremos en cuenta como un porcentaje del volumen ocupado, pues no podemos estudiar cada uno de los muebles, siendo la mayoría de ellos de madera.

Las puertas las consideraremos de madera, sin ningún tipo de cristal. En la *Tabla 3*, hemos tenido en cuenta las densidades de los principales tipos de madera utilizados en los muebles.

Tipo de madera	Densidad (kg/dm³)
Cedro	0,57
�bano	1,26
Haya	0,66�0,83
Nogal	0,60�0,81
Roble	0,71�1,07
Cerezo	0,76�0,84
Encina	0,69�1,03
Manzano	0,66�0,84
Olmo	0,56�0,82
Pino	0,31�0,76

Tabla 3. Densidades de diferentes maderas

Densidad del aire seco	1,2 Kg/m ³
Capacidad calorífica de la madera	2700 J/Kg·°C
Capacidad calorífica del aire seco	1000 J/Kg·°C

Todos estos factores, varían de una casa otra, desde las dimensiones, los materiales empleados, muebles y dado que estamos estudiando un número indeterminado de viviendas tendremos que darle a los parámetros variabilidad.

2.3.4. Equipo de climatización: Datos y modelado del COP

Para que el equipo de climatización de la estancia sea eficiente, tendremos que tener en cuenta la energía entrante en la estancia, para que el equipo de climatización/bomba de calor tenga la capacidad de extraer o ceder energía suficiente dependiendo de la función, para poder llegar a tener en la estancia una temperatura óptima de confort.

En el cálculo de la potencia consumida, lo que primero necesitamos saber es la potencia de refrigeración, que es la encargada de absorber o ceder el calor de un recinto.

En el cálculo de la potencia que consume el equipo, intervienen numerosos factores: superficie de las paredes, el techo, temperatura exterior, superficie acristalada, orientación de la habitación, sombras exteriores, ubicación geográfica, época del año, materiales de construcción, etc.

En la práctica se utiliza como base del cálculo aproximadamente 100 frigorías por metro cuadrado (www.caloryfrio.com). Si el recinto tiene una gran carga térmica por disponer de una gran superficie acristalada o por el color oscuro de la pared exterior que absorbe más radiación o el recinto esta en una zona calurosa, se recomienda incrementar la base del cálculo de 100 a 130 frigorías metro cuadrado, nosotros hemos utilizado una estimación para los cálculos de 125 frigorías por metro cuadrado.

Tenemos que seleccionar la potencia consumida y para ello comparamos la potencia de refrigeración obtenida con las potencias de los diferentes equipos de refrigeración de diferentes fabricantes.

Hemos elaborado una tabla con los principales distribuidores de equipos de climatización, los equipos se encuentran ordenados por la capacidad de potencia consumida de menor a mayor.

Hemos decidido ordenarlo por la capacidad de potencia y no por potencia consumida porque al hacerlo según ésta, cuando comparamos la potencia de refrigeración con la capacidad de potencia podía no elegir la potencia correcta, dado que el COP no varía de forma lineal.

Marca	Capacidad Potencia P·COP(w)	COP	Potencia consumida P (w)
Hitachi	810	4,2	192,86
	1050	4	262,5
Carrier	1770	2,73	648,35
	1780	2,7	659,26
	1830	2,65	690,57
	1890	2,61	724,14
	2350	2,81	836,30
	2430	2,68	906,72
	2490	2,61	954,02
Daikin	2500	4,12	606,796117
Carrier	2510	2,61	961,685824
Daitsu	2600	2,6	1000
LG	2637	2,81	938,434164
Samsung	2650	3,61	734,072022
Daitsu	2930	2,5	1172
Vaillant		3,41	859,237537
Fujitsu	2950	3,28	899,390244
Samsung	3900	3,61	1080,33241
Vaillant		3,12	1250
Fujitsu	3950	3,09	1278,31715
Fagor	4000	3,51	1139,60114
Toshiba		3,33	1201,2012
Daitsu		3	1333,33333
LG	4044,2	3,61	1120,27701
LG	5280	3,24	1629,62963
Fagor	5300	3,42	1549,7076
Fujitsu	5400	2,71	1992,61993
Vaillant	5500	2,89	1903,11419
Toshiba	5550	3,65	1520,54795
Samsung	6000	3,41	1759,53
	6800	2,81	2419,93
LG	7030	2,81	2501,78
	7039	2,84	2478,52
Samsung	8000	3,81	2099,74

Tabla 1. Potencias de distintos equipos de Aire Acondicionado

Estos datos han sido realizados a unas temperaturas de ensayo de $T_{\text{ext}} = 35^{\circ}\text{C}$ y $T_{\text{int}} = 27^{\circ}\text{C}$.

La potencia elegida será la potencia activa y con ella va asociado el coeficiente de prestaciones del sistema, que relaciona la energía térmica cedida por el sistema y la energía absorbida, éste se representa por las siglas COP. De la potencia activa obtenida tendremos asociado un COP que será el nominal del aparato y tendremos que calcular el nuevo COP para la temperatura del termostato del aparato:

$$COP = \frac{T_i \cdot COP_{nom}}{T_e}$$

T_i : Temperatura del termostato

COP_{nom} : COP nominal

T_e : Temperatura de ensayo

Para relacionar el volumen de la estancia con la potencia de refrigeración podemos hacerlo gracias al COP, éste podemos ponerlo en función de la temperatura interior y exterior, mediante la siguiente expresión:

$$COP_{cooling} = \frac{Q_{cold}}{Q_{hot} - Q_{cold}} = \frac{T_{cold}}{T_{hot} - T_{cold}}$$

Nosotros hemos adoptado una aproximación debido a la dificultad que nos suponía para la simulación utilizar esta expresión, dado que la temperatura caliente va cambiando y con ello el COP.

2.3.5. Carga interior

La carga interior de la estancia, difiere bastante según la vivienda, pues hay que tener en cuenta la ventilación tanto exterior como interior que sería la que obtenemos de las personas, así que tendremos en cuenta que por persona se renueva el aire 2,2l/s, igualmente habrá que tener en cuenta el tipo de estancia y el tipo de local, hoteles, gimnasios, restaurantes, dado que una cocina necesitará mayor ventilación.

Particularizando para viviendas, veremos el requerimiento de aire por persona y por metro cuadrado de superficie. Tendríamos que ver también los ocupantes que encontramos en la estancia y sus actividades, siendo éstas variables en cada instante de tiempo. Siendo éstas variables encada instante vamos a estimar un valor generalizado y vamos a darle variabilidad, ya que no nos es posible estudiar cada caso.

2.3.6. Resolución del sistema térmico

El problema térmico lo podemos interpretar de forma física como un problema eléctrico, utilizando para ello, la analogía eléctrica. Usando esta analogía podemos transformar el problema térmico en eléctrico, siendo así mucho más sencillo y pudiéndolo resolver con programas informáticos.

Siguiendo esta analogía supondremos que el flujo de calor es equivalente a la intensidad, la temperatura con la tensión y la resistencia térmica con la eléctrica, la relación de las magnitudes podemos verla en las siguientes expresiones:

$q = \frac{T_i - T_j}{R_T}$	$I = \frac{V_i - V_j}{R}$
-----------------------------	---------------------------

Figura 1. Analogía eléctrica

Por tanto cada capa que forma la pared, transmitirá calor por conducción y se comportará como una resistencia en serie. El calor debido al viento del exterior y del aire interior es transmitido por convección y éste también podrá expresarse como una resistencia tanto exterior como interior, como vemos en la Figura 2 éstas se encontrarán en serie:

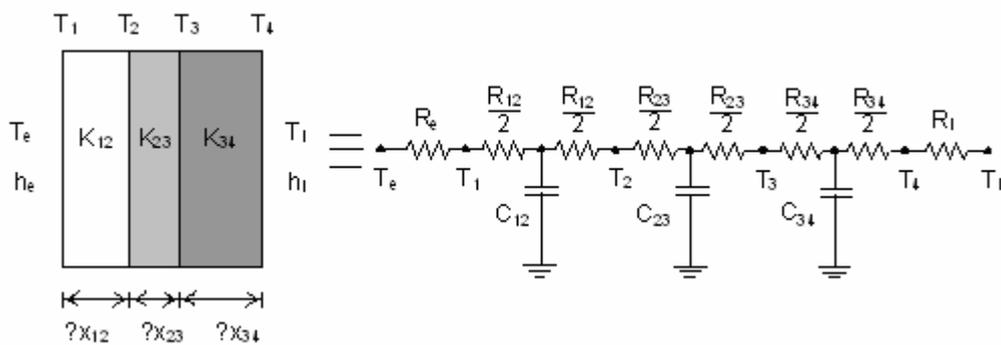


Figura 2. Capas planas múltiples

Dado que la diferencia es despreciable, vamos a utilizar la aproximación siguiente, que es más sencilla y facilita los cálculos:

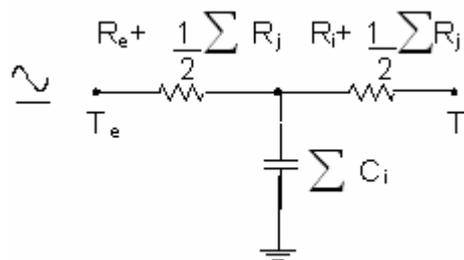


Figura 3. Aproximación de las capas

$R_{conduccion} = \frac{1}{k \cdot A}$	k: conductividad (w/m°C)
	A: Área (m ²)
$R_{conveccion} = \frac{1}{h \cdot A}$	h: conductividad (w/m°C)
	A: Área (m ²)
$C = \rho \cdot C_p \cdot V$	ρ: densidad (kg/m ³)
	C_p: Calor específico (J/kg°C)
	V: volumen (m ³)

Tabla 1. Ecuaciones de la analogía eléctrica

Para modelar una vivienda como un circuito eléctrico tendremos que ir estudiando cada elemento que la componen, para que en base a su comportamiento, podamos modelarlo como un componente eléctrico.

Los cerramientos, tanto exterior como interior, debido a su almacenamiento de energía durante el día, se comportan una resistencia y un condensador, como vimos en la aproximación anterior. La ventana y el cristal se comportarán como una resistencia y una fuente de tensión en paralelo. El equipo de climatización/bomba de calor, que en este caso se comportaría como un equipo de climatización debido a que el flujo de calor es cedido al exterior, se comportaría como una fuente de intensidad.

La temperatura exterior es análoga a una fuente de tensión y el aire exterior se comporta como una resistencia. El condensador interior es equivalente de los muebles que encontramos dentro de la casa junto con el aire interior y los demás componentes adyacentes serán equivalentes a una fuente de tensión.

En la Figura 1 podemos ver como hemos modelado la vivienda:

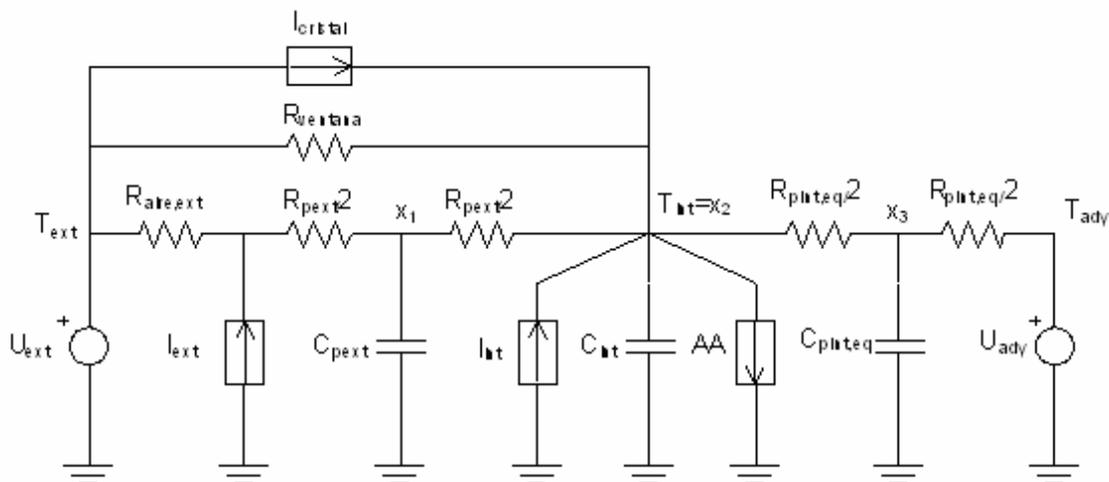


Figura 1. Casa modelizada como un circuito eléctrico

El circuito lo hemos resuelto por espacio de estados, las entradas son todas las fuentes de tensión y de intensidad. Las matrices son:

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= A \cdot x(t) + B \cdot u(t) \\ y(t) &= C \cdot x(t) + D \cdot u(t) \end{aligned}$$

$$A = \begin{pmatrix} A_{11} & A_{12} & 0 \\ A_{21} & A_{22} & A_{23} \\ 0 & A_{32} & A_{33} \end{pmatrix}$$

siendo:

$$A_{11} = \frac{R_{a,ext}}{R_{pext,1}(R_{pext,1} + R_{a,ext})} - \frac{R_{pext,1} + R_{pext,2}}{R_{pext,1} \cdot R_{pext,2}} \frac{1}{C_{pext}}$$

$$A_{12} = \frac{1}{C_{pext} \cdot R_{pext,2}}$$

$$A_{21} = \frac{1}{C_{int} \cdot R_{pext,2}}$$

$$A_{22} = -\frac{1}{C_{int}} \left(\frac{1}{R_{vent}} + \frac{1}{R_{pext,2}} + \frac{1}{R_{pint,eq}} \right)$$

$$A_{23} = \frac{1}{C_{int} \cdot R_{pint,eq}}$$

$$A_{32} = \frac{1}{C_{pint,eq} \cdot R_{pint,eq}}$$

$$A_{33} = -\frac{1}{C_{pint,eq}} \left(\frac{1}{R_{pint,eq}} + \frac{1}{R_{pint,eq}} \right)$$

$$B = \begin{pmatrix} B_{11} & B_{12} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ B_{21} & 0 & B_{23} & B_{24} & B_{25} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & B_{36} \end{pmatrix}$$

siendo:

$$B_{11} = \frac{1}{C_{pext}(R_{a,ext} + R_{pext,1})}$$

$$B_{12} = \frac{R_{a,ext}}{C_{pext}(R_{a,ext} + R_{pext,1})}$$

$$B_{21} = \frac{1}{C_{int} \cdot R_{vent}}$$

$$B_{23} = B_{24} = \frac{1}{C_{int}}$$

$$B_{25} = -\frac{1}{C_{int}}$$

$$B_{36} = \frac{1}{C_{pint,eq} \cdot R_{pint,eq}}$$

- **Modelo Elemental**

En el caso del modelo elemental, donde tanto x_1 como x_3 son cero, tendremos un circuito simplificado donde los condensadores C_{pext} y $C_{pint,eq}$ no existen. El nuevo circuito será:

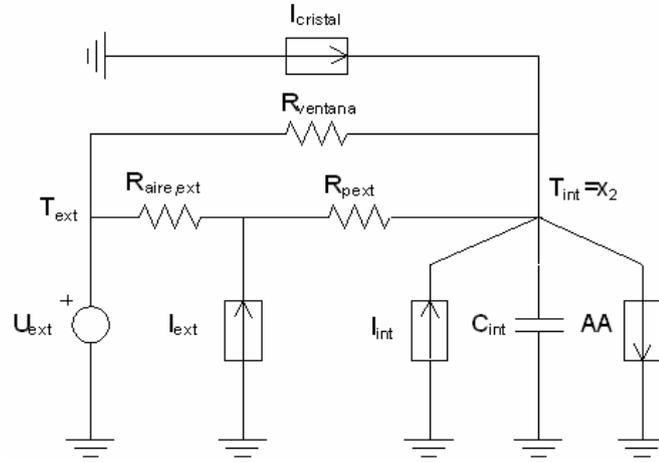


Figura 9. Circuito del modelo elemental.

$$R_{eq} = \frac{(R_{ext} + R_{pe}) \cdot R_{vent}}{(R_{ext} + R_{pe} + R_{vent})}$$

$$C_{eq} = C_i$$

$$A = (A_{11})$$

$$A_{11} = -\frac{1}{R_{eq} \cdot C_{eq}}$$

$$B = (B_{11} \quad B_{12} \quad B_{13} \quad B_{14})$$

$$B_{11} = \frac{1}{R_{eq} \cdot C_{eq}}$$

$$B_{12} = \frac{1}{C_{eq}}$$

$$B_{13} = \frac{1}{C_{eq}}$$

$$B_{14} = -\frac{1}{C_{eq}}$$

$$C = (1)$$

$$D = (0 \quad 0 \quad 0 \quad 0)$$

- **Modelo Bidimensional**

En este modelo más fiel a la realidad que el anterior, hemos supuesto que la variable x_3 es constante por tanto podemos prescindir de la última ecuación. El circuito para este modelo será:

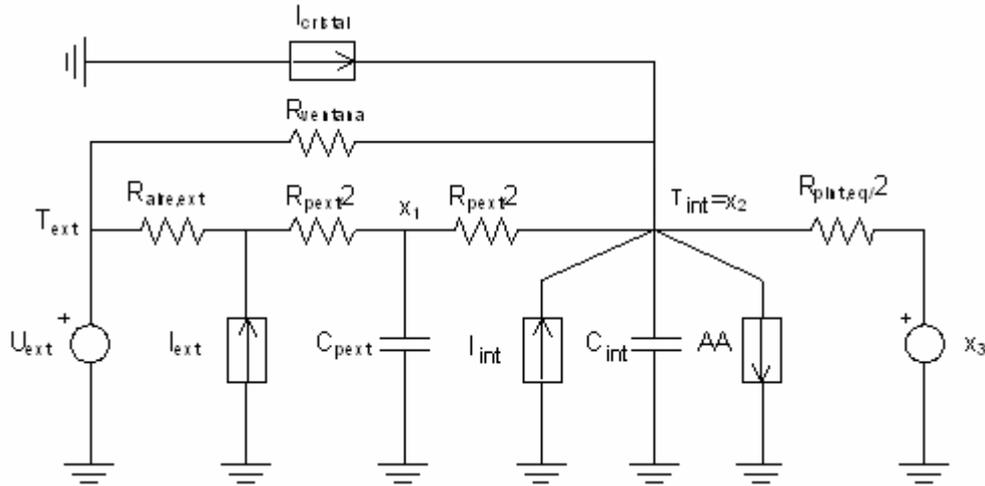


Figura 10. Circuito del modelo bidimensional

Para el modelo bidimensional, las ecuaciones utilizadas para resolver por el método de Espacio de Estados son:

$$A = \begin{pmatrix} A_{11} & A_{12} \\ A_{21} & A_{22} \end{pmatrix}$$

siendo:

$$A_{11} = \frac{R_{a,ext}}{R_{pext,1}(R_{pext,1} + R_{a,ext})} - \frac{R_{pext,1} + R_{pext,2}}{R_{pext,1} \cdot R_{pext,2}} \frac{1}{C_{pext}}$$

$$A_{12} = \frac{1}{C_{pext} \cdot R_{pext,2}}$$

$$A_{21} = \frac{1}{C_{int} \cdot R_{pext,2}}$$

$$A_{22} = -\frac{1}{C_{int}} \left(\frac{1}{R_{vent}} + \frac{1}{R_{pext,2}} + \frac{1}{R_{pint,eq}} \right)$$

$$B = \begin{pmatrix} B_{11} & B_{12} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ B_{21} & 0 & B_{23} & B_{24} & B_{25} & 0 & B_{27} \end{pmatrix}$$

siendo:

$$B_{11} = \frac{1}{C_{pext}(R_{a,ext} + R_{pext,1})}$$

$$B_{12} = \frac{R_{a,ext}}{C_{pext}(R_{a,ext} + R_{pext,1})}$$

$$B_{21} = \frac{1}{C_{int} \cdot R_{vent}}$$

$$B_{23} = B_{24} = \frac{1}{C_{int}}$$

$$B_{25} = -\frac{1}{C_{int}}$$

$$B_{27} = \frac{1}{C_{int} \cdot R_{pint,eq}}$$

$$B_{36} = \frac{1}{C_{pint,eq} \cdot R_{pint,eq}}$$

$$C = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$$

$$D = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

2.3.7. Variabilidad de los parámetros

Los parámetros incluidos en la programación de la simulación, han sido modificados para que la mayoría de ellos puedan tener variabilidad. Hemos intentado poner la variabilidad a todos los parámetros posibles con el fin de realizar simulaciones lo más cercanas al caso real e intentando abarcar todas las situaciones prácticas que pudieran darse.

Para calcular el volumen, lo hemos hecho en función del ancho y el largo de la estancia y la altura, la cual consideramos constante. Definiremos las áreas interiores y exteriores, la del suelo y techo todas ellas en función del ancho y el largo de la estancia.

Tanto al ancho como al largo le hemos añadido una variabilidad para que aleatoriamente seleccione datos que puedan variar un porcentaje respecto la media, con una desviación típica de 0,25 y así abarcar diferentes casos. Las paredes interiores y exteriores variarán también según el espesor de las capas que las componen y para ello le daremos una variabilidad de según una normal.

Hemos añadido variabilidad a la orientación de la vivienda, porque la acumulación de calor a lo largo del día es diferente según la orientación de ésta, como ya hemos comentado anteriormente dividiendo en ocho secciones, las posibles orientaciones según los puntos cardinales (Norte, Noreste, Este, Sureste, Sur, Suroeste, Oeste, Noroeste), le hemos dado una variabilidad según una función uniforme y eligiendo así la orientación aleatoriamente entre las ocho antes mencionadas.

Los muebles cambian según la estancia y por tanto el volumen ocupado por ellos será diferente. Para poder abarcar diferentes tipos de viviendas, éste porcentaje es aproximadamente de un 1,5% y para ello le asignaremos una variación según una función normal de media cero y desviación típica 0,05, para que varíe alrededor de la media.

La carga interior también tiene variabilidad, tomando un valor de 410W y haciéndolo variar según una normal de media cero y desviación típica 0,03.

La temperatura del termostato también es variable, ya que cada vez que encendemos el equipo ponemos una temperatura diferente, según el grado de satisfacción que creamos que necesitamos con esa temperatura y según el sentimiento de calor que tengamos y la hora del día a la que nos encontremos, por tanto lo haremos variar según una normal de media 25°C, que es la temperatura óptima de confort y una desviación típica de 1.

La temperatura de los elementos interiores no podremos considerarla constante, pues depende de la temperatura exterior, interior y de muchos más factores, por tanto le hemos dado variabilidad según una normal.

La potencia de refrigeración como hemos comentado antes es función de la superficie a refrigerar y la hemos puesto por tanto, en función del ancho y el largo de la estancia.

Para la simulación hemos considerado unas condiciones iniciales y éstas no las podemos considerar tampoco constantes, por tanto la temperatura interior inicial será variable según una normal.

2.4. Implementación y resultados

2.4.1. Software utilizado

Uno de los programas utilizados ha sido **Simulink**, éste es una herramienta para el modelaje, análisis y simulación de una amplia variedad de sistemas físicos y matemáticos, inclusive aquellos con elementos no lineales y aquellos que hacen uso de tiempos continuos y discretos. Hemos utilizado este programa porque programándolo en Matlab y junto con éste podremos simular todo tipo de sistemas, primero hemos resuelto el circuito, lo hemos definido las matrices A, B, C y D y las condiciones iniciales para la resolución por espacio de estados.

Hemos definido vectorialmente todas las entradas, temperatura exterior, la temperatura de los elementos interiores, cargas interiores, vector de radiación, la temperatura que toma el termostato y el tiempo de simulación. Éstas entradas variarán dependiendo de orden del sistema, para el modelo unidimensional tendremos sólo cinco entradas, mientras que para el modelo bidimensional tendremos ocho entradas. Tendremos que fijar una temperatura para el termostato a la que se supone que ponemos nuestro equipo de climatización y simulará la temperatura interior de la estancia y el consumo de potencia de ésta.

Otro de los software utilizados ha sido el programa **Iqbal**, con el cual, como hemos comentado anteriormente, calculamos la radiación exterior.

Para calcular el resto de variables antes mencionadas, hemos utilizado el **Matlab**, programándolo primero para una vivienda típica y después para un número indeterminado de viviendas, para ello les hemos dado variabilidad en la medida de lo posible a los parámetros de la estancia, para que dentro de unos límites, podamos realizar la simulación de un determinado número de éstas.

El método de diferencias finitas, lo hemos programado también en Matlab, para que con la discretización de las ecuaciones de las funciones de densidad nos resuelva las ecuaciones diferenciales y mediante las herramientas gráficas de Matlab poder visualizar los resultados.

2.4.2. Resultados

Hemos simulado la temperatura interior y la potencia consumida en una vivienda que tiene equipo de climatización. Al no ser constantes las variables definidas, para cada simulación tendremos una temperatura y potencia diferentes.

Mostramos los datos obtenidos de la simulación de una sola vivienda:

 -- Modelo Térmico de Tercer Orden. Equipos de Aire Acondicionado --
 (Obtención de valores por minuto)

-- *Parámetros de la estancia* --

Ancho de la estancia: **5.3721 m**
 Longitud de la estancia: **5.8634 m**

-- *Parámetros de las Paredes Exteriores* --

Espesor de la pared exterior: **0.23882 m**
 K Exterior - Interior: **1.201 w/m² °C**
 K Cerramiento Exterior: **1.5117 w/m² °C**
 Resistencia Cerramiento Exterior: **0.00038832 °C·min/J**
 Resistencia Exterior - Capacidad Paredes Exteriores: **0.00022938 °C·min/J**
 Capacidad Paredes Exteriores: **5.3682·10⁶ J/°C**
 Resistencia Capacidad Paredes Exteriores - Interior: **0.00025939 °C·min/J**

-- *Parámetros de las Superficies Acristaladas* --

K Superficie Acristalada: **5 w/m²·°C**
 Resistencia Exterior - Sup. Acristalada - Interior: **0.00062725 °C·min/J**

-- *Parámetros de la Estancia Acondicionada* --

Volumen Total a Acondicionar: **94.496 m³**
 Porcentaje de Volumen ocupado por Muebles: **1.5497 %**
 Capacidad de la Estancia Acondicionada: **2.484·10⁶ J/°C**

-- *Parámetros de la Tabiquería Interior* --

Espesor de las paredes interiores: **0.086925 m**
 K Interior - Estancias Contiguas: **2.2875 w/m² °C**
 K Tabiquería Interior: **4.6527 w/m² °C**
 Resistencia Interior - Estancias Contiguas: **0.00021615 °C·min/J**
 Resistencia Interior - Capacidad Paredes Interiores: **0.00010808 °C·min/J**
 Capacidad Paredes Interiores: **2.6966·10⁶ J/°C**
 Resistencia Capac. Paredes Inter.-Estancias Contiguas: **0.00010808 °C·min/J**

-- *Parámetros Suelo-Techo* --

Espesor del suelo y del techo: **0.28198 m**
 K Interior - Estancias Sup. e Inferior: **1.6426 w/m² °C**
 K Suelo (=Techo): **3.6305 w/m² °C**
 Resistencia Interior - Estancias Sup. e Inferior: **0.00016106 °C·min/J**
 Resistencia Interior - Capacidad Eq. Suelo+Techo: **8.0529·10⁻⁵ °C·min/J**
 Capacidad Eq. Suelo+Techo: **1.7766·10⁷ J/°C**
 Resistencia Cap. Eq. Suelo+Techo-Estancias Sup. e Inferior: **8.0529·10⁻⁵ °C·min/J**

-- *Parámetros Equivalentes Resto del Sistema Tab. interior + Suelos-Techos* --

Resistencia Interior - Capacidad Equivalente Resto Sistema: **4.6146·10⁻⁵ °C·min/J**
 Capacidad Equivalente Resto Sistema: **2.0462·10⁷ J/°C**
 Resistencia Capacidad Eq. Resto Sistema - T^a Resto Sistema: **4.6146·10⁻⁵ °C·min/J**

-- *Parámetros Temporales del Intervalo de Simulación* --

Hora de Comienzo de la Simulación:	16
Minuto de Comienzo de la Simulación:	30
Horas Simuladas:	3
Minutos Simulados:	30

-- *Parámetros del Aparato de Aire Acondicionado* --

Potencia Activa Nominal:	1520.5 w
COP Nominal:	3.4011

-- *Valores de las Matrices A y B del Sistema de Espacio de Estados* --

(Las entradas se han multiplicado por 10^3)

$$A = \begin{pmatrix} -1,5303 & 0,7182 & 0 \\ 1,5520 & -10,9178 & 8,7239 \\ 0 & 1,0590 & -2,1181 \end{pmatrix}$$
$$B = \begin{pmatrix} 0,8121 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0,6418 & 0 & 0,0004 & 0,0004 & -0,0004 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1,0590 \end{pmatrix}$$

-- *Comparativa de Energías Absorbidas* --

Energía Absorbida Real:	$7.2931 \cdot 10^6$	J
Energía Absorbida Simulada:	$4.199 \cdot 10^6$	J
Diferencia Porcentual entre ambas:	42.425 %	

-- *Comparativa N° de Conexiones y Duty-Cycle* --

Tiempo Total de ON (Real):	101	Minutos
Tiempo Total de ON (Simulación):	44	Minutos
N° de Conexiones (Reales):	10	
N° de Conexiones (Simulación):	9	
Duty-Cycle (Real):	48 %	
Duty-Cycle (Simulación):	20 %	

Como vemos en la Figura 11, la temperatura simulada sigue la temperatura dada por el termostato, en conexión y desconexión del aparato de aire, aunque no sé parece en exceso a la temperatura real, esto puede ser debido a que nosotros hemos considerado que en el momento de la simulación no hay actividad física dentro de la habitación y que en el modelo real se han podido abrir ventanas o puertas y con ello vemos una desviación del modelo simulado, aunque en la potencia consumida la simulación se acerca bastante a la potencia real consumida.

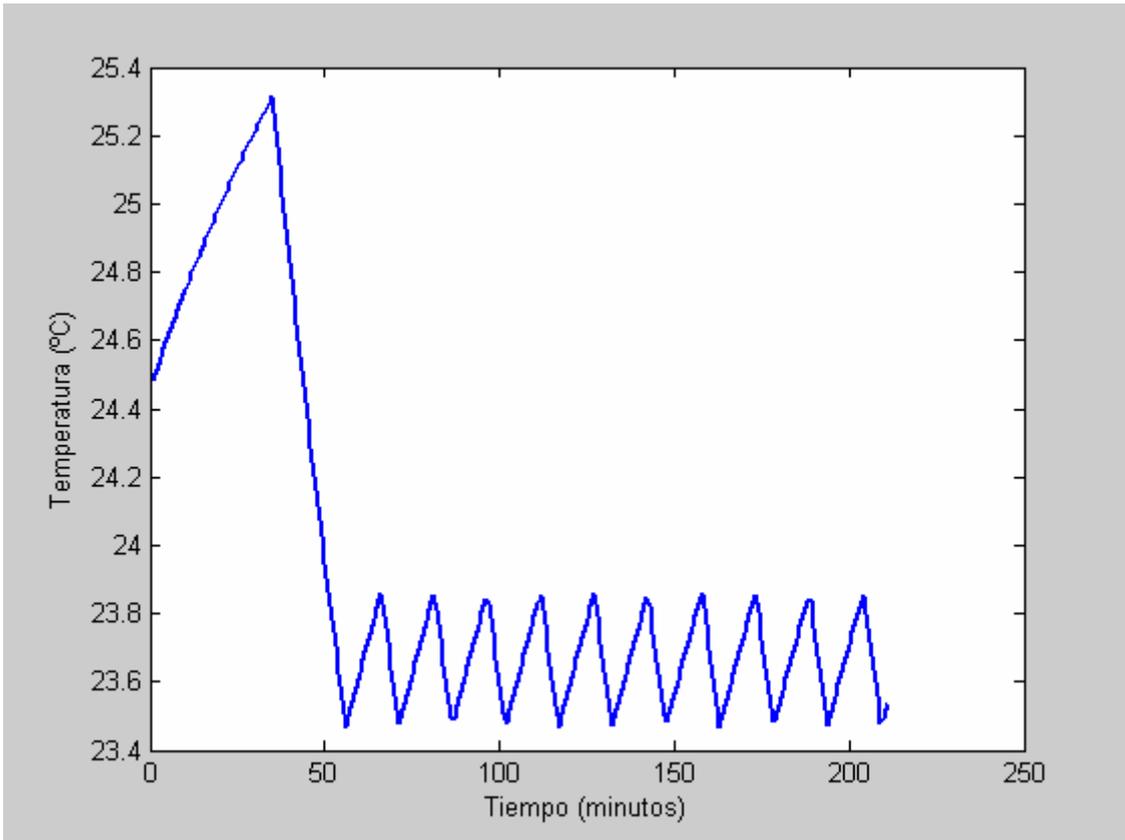


Figura 11. Simulación de la temperatura de una vivienda con equipo de climatización

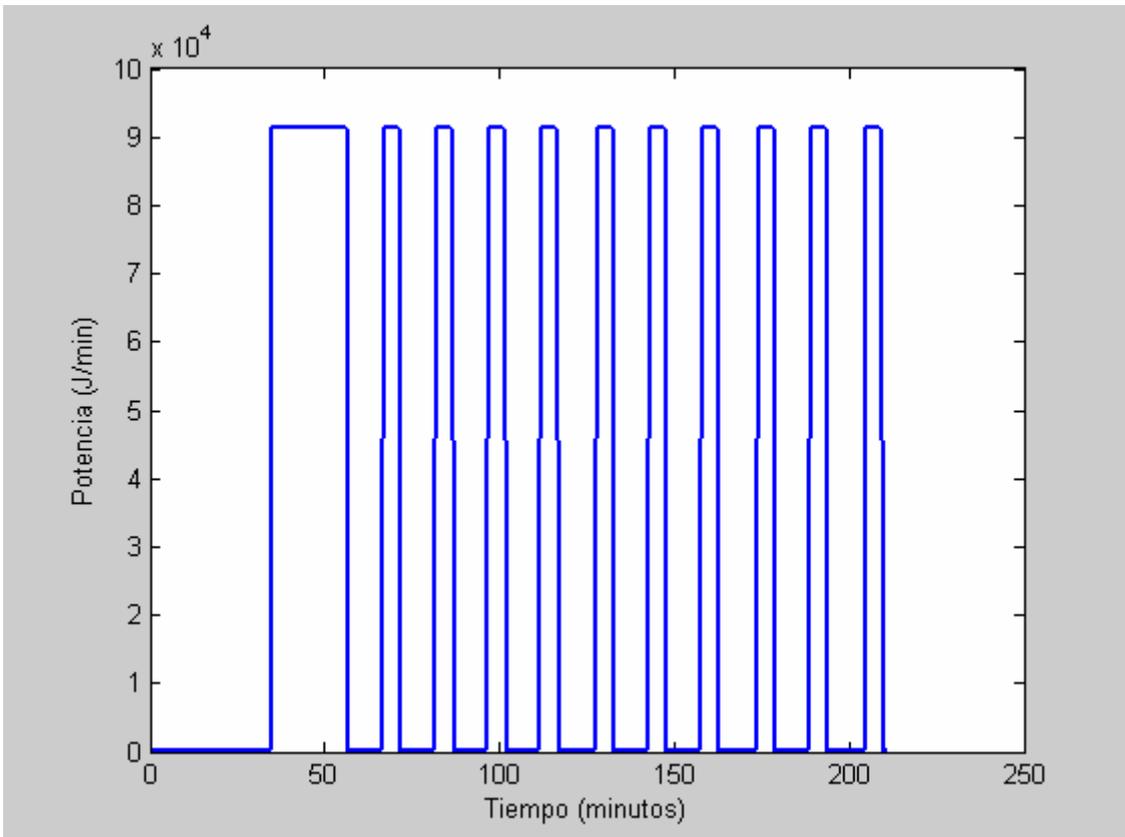


Figura 12. Simulación de la potencia de una vivienda con equipo de climatización

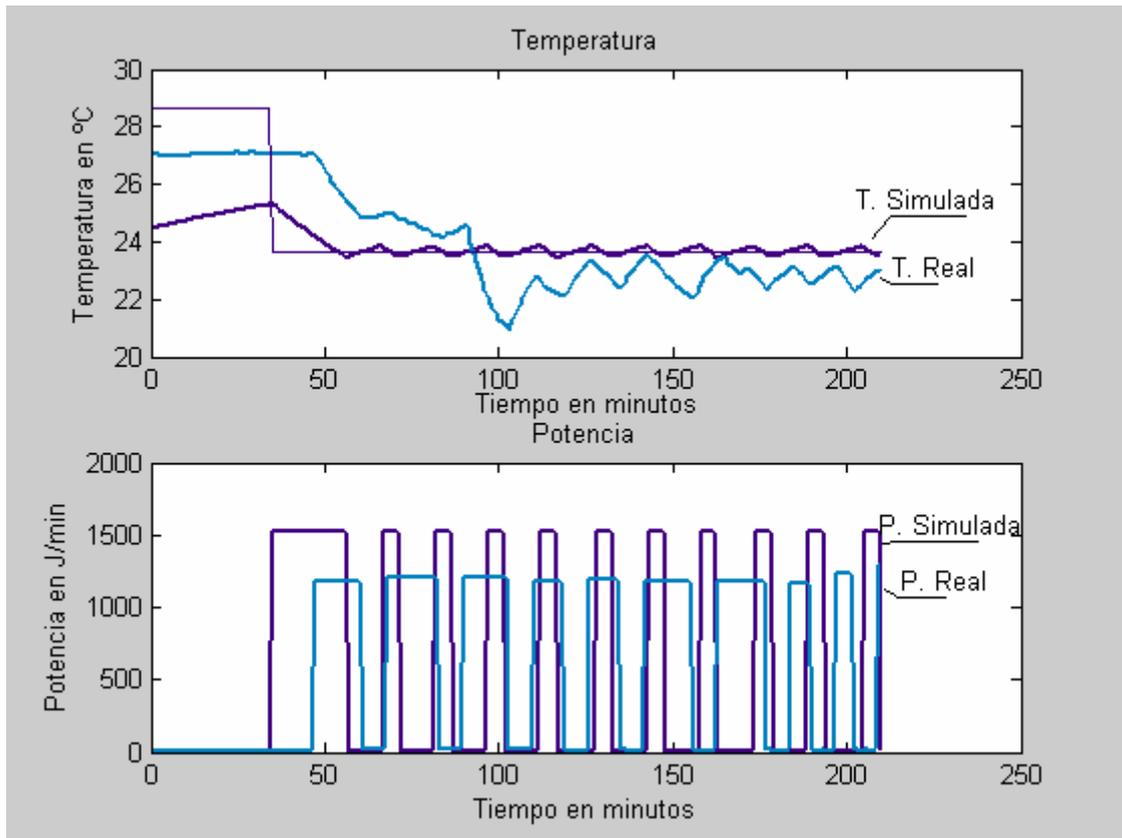


Figura 13. Temperatura y Potencia reales comparándolas con las simuladas

Si hacemos la simulación para 3 viviendas, obtendremos las siguientes gráficas. En ellas podemos comprobar como hemos simulado la temperatura interior y la potencia y vemos la aleatoriedad de las variables.

Para uno de los casos la temperatura es descendente en el primer tramo hasta que llega a la temperatura del termostato y se comporta según éste. En otro de los casos la temperatura en los primeros minutos de la simulación es ascendente y la temperatura del termostato cambia después de unos minutos y encontramos un tercer caso en el que la temperatura del termostato y la interior deben ser muy parecidas pues vemos que ya desde un principio la temperatura sigue la temperatura del termostato. Vemos aplicada aquí la variabilidad impuesta.

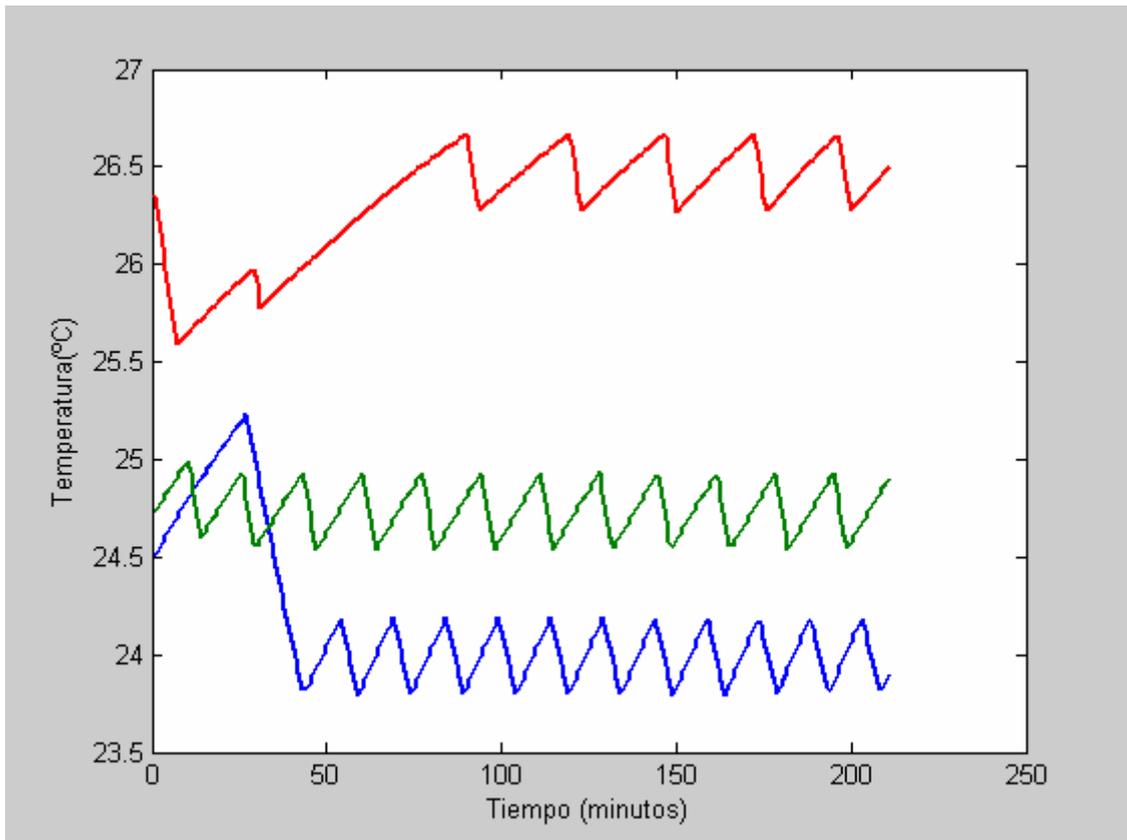


Figura 14. Simulación de la temperatura interior

En la siguiente gráfica podemos ver las diferentes simulaciones de la potencia consumida de la simulación de temperatura de cuatro viviendas.

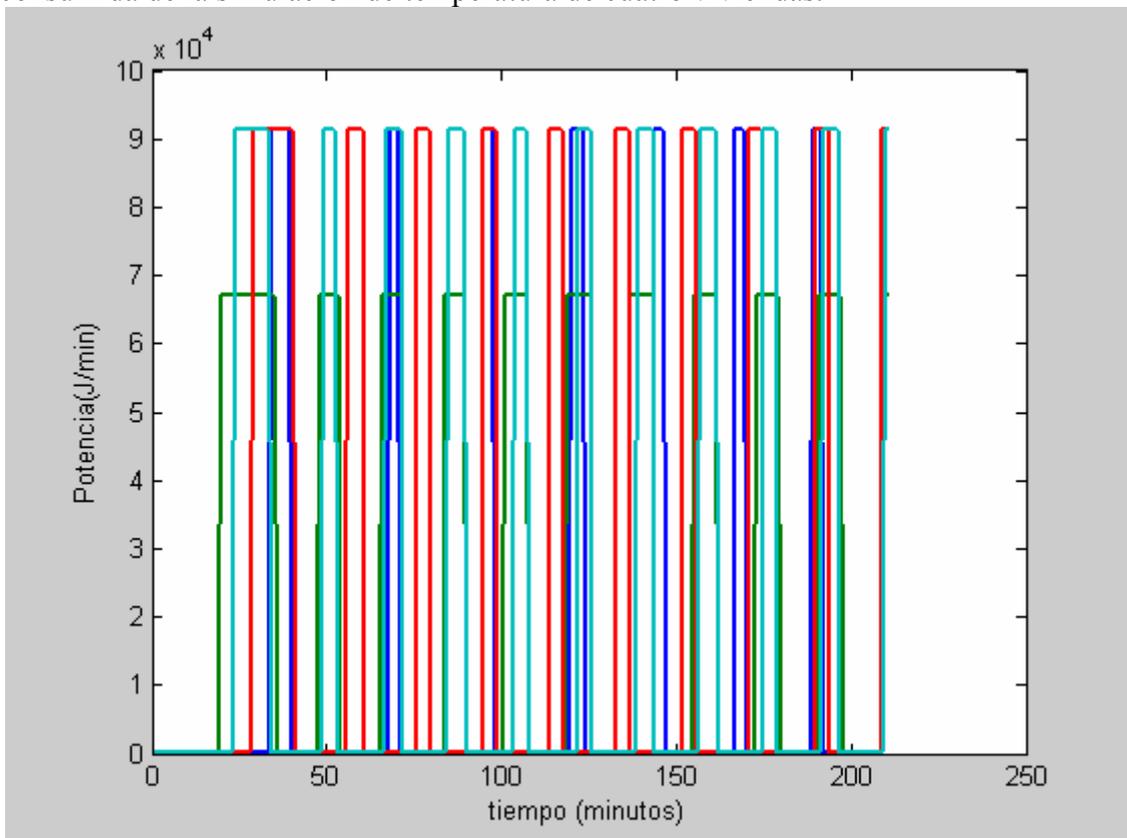


Figura 15. Simulación de la potencia consumida

3. El Proceso de Agregación: Fokker-Planck

3.1. Modelo de Primer Orden

3.1.1. Introducción

Vamos a empezar por el caso unidimensional, donde hemos simplificado el circuito y hemos pasado de tener tres condensadores a un solo condensador, las variables x_1 y x_3 permanecerán constantes, por tanto el sistema será función sólo de x_2 . El sistema de primer orden es más sencillo y cuyo comportamiento queda descrito por una ecuación diferencial de primer orden.

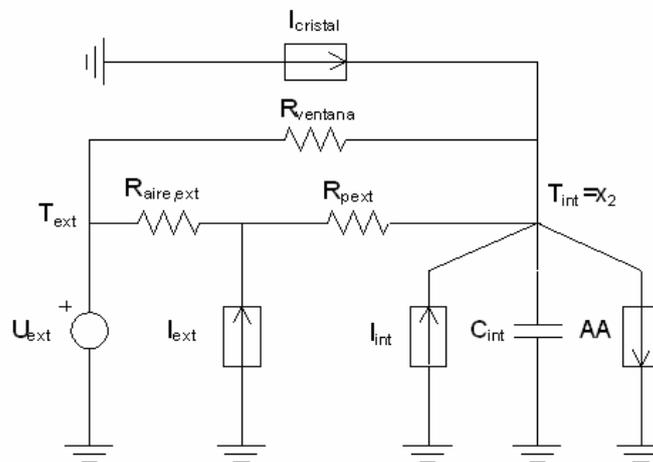


Figura 16. Circuito del modelo de primer orden

En el primer orden no tenemos en cuenta el almacenamiento de energía que producía la pared interior, considerándolo sólo como una resistencia y suponiendo que la temperatura de los cerramientos interiores es constante, sin que afecten las estancias contiguas.

La única incógnita será la variable x_2 , que tal y como hemos modelado, es la temperatura interior de la estancia. El circuito lo hemos resuelto como vimos anteriormente por espacio de estados.

3.1.2. Obtención de ecuaciones de Fokker-Planck acopladas

Calcularemos la probabilidad de poder encontrar una vivienda con unas características de volumen y orientación dadas y que en ésta se encuentre el termostato del equipo de climatización a una temperatura determinada, pudiendo estar éste tanto encendido como apagado.

Llamaremos **f1** a la función de densidad de la probabilidad de encontrar una vivienda a una temperatura determinada entre T y $T+\Delta T$ cuando el equipo se encuentra encendido ($m(t)=1$); y **f0** a la función de densidad de probabilidad de encontrar una vivienda a una temperatura dada entre T y $T+\Delta T$ cuando el equipo se encuentra apagado ($m(t)=0$).

$$f1 = P(T \leq T_c \leq T + \Delta T / m(t) = 1)$$

$$f0 = P(T \leq T_c \leq T + \Delta T / m(t) = 0)$$

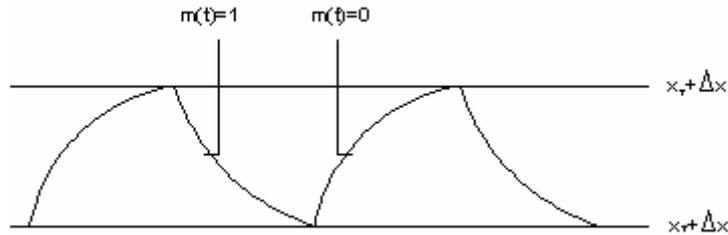


Figura 1. Comportamiento de la temperatura interior en una vivienda.

La ecuación del sistema elemental es:

$$\dot{x}(t) = a \cdot x(t) + b \cdot y$$

A partir del sistema elemental, hemos generado las siguientes ecuaciones:

$$\frac{\partial f_1}{\partial t} = -\sum_{i=1}^3 \frac{\partial(a^i \cdot f_1)}{\partial x_i} + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^3 c_{ij} \cdot \frac{\partial^2 f_1}{\partial x_i \partial x_j}$$

$$\frac{\partial f_0}{\partial t} = -\sum_{i=1}^3 \frac{\partial(a^i \cdot f_0)}{\partial x_i} + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^3 c_{ij} \cdot \frac{\partial^2 f_0}{\partial x_i \partial x_j}$$

Primero lo haremos para un modelo elemental de primer orden, suponiendo $x_1=0$ y $x_3=0$, así nos quedará:

$$dx_2 = a_{22} \cdot x_2 \cdot dt + b_{21} \cdot I_1 \cdot dt + b_{23} \cdot I_3 \cdot dt + b_{24} \cdot I_4 \cdot dt + b_{24} \cdot \sigma \cdot dW_T + b_{25} \cdot I_5 \cdot m(t) \cdot dt$$

siendo:

x_2 : la temperatura interior

σ : nivel de ruido

dW_T : ruido

b_{ij} : coeficientes de la matriz B

I_i : entradas del sistema

I_1 : Temperatura Exterior

I_3 : Radiación de la ventana

I_4 : Suma de Cargas Interiores

I_5 : Potencia del Aparato de Aire Acondicionado

Las ecuaciones de Fokker-Planck acopladas son las siguientes:

Cuando el equipo está conectado, $\mathbf{m}(t) = \mathbf{1}$:

$$\frac{\partial f_1}{\partial t} = -\frac{\partial(a^2 \cdot f_1)}{\partial x_2} + \frac{1}{2} c_{22} \frac{\partial^2 f_1}{\partial x_2^2}$$

$$a^2 = a_{22} \cdot x_2 + b_{21} \cdot I_1 + b_{23} \cdot I_3 + b_{24} \cdot I_4 + b_{25} \cdot m(t) \cdot I_5$$

$$c_{22} = (\sigma \cdot b_{24})^2$$

Cuando el equipo está desconectado, $\mathbf{m}(t)=\mathbf{0}$:

$$\frac{\partial f_0}{\partial t} = -\frac{\partial(a^2 \cdot f_0)}{\partial x_2} + \frac{1}{2} c_{22} \frac{\partial^2 f_0}{\partial x_2^2}$$

$$a^2 = a_{22} \cdot x_2 + b_{21} \cdot I_1 + b_{23} \cdot I_3 + b_{24} \cdot I_4 + b_{25} \cdot m(t) \cdot I_5$$

$$c_{22} = (\sigma \cdot b_{24})^2$$

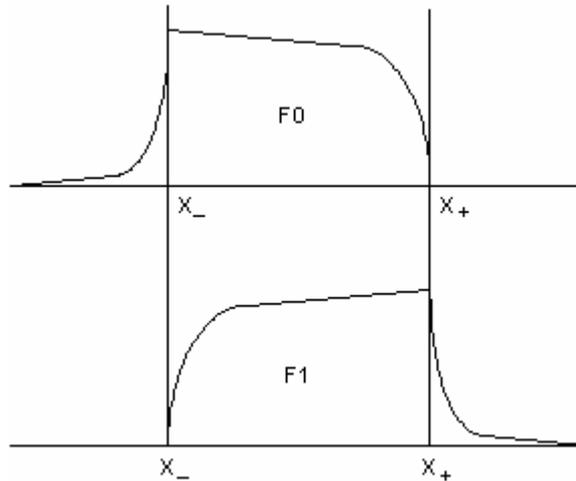


Figura 1. Forma que toman las funciones de probabilidad

Condiciones de contorno:

La primera condición de contorno, expresa que la suma de la probabilidad de las dos funciones de densidad debe ser uno.

$$\int_{-\infty}^{\infty} f_1 dx + \int_{-\infty}^{\infty} f_0 dx = 1$$

Las siguientes condiciones de contorno, expresan la continuidad de las funciones de densidad en los puntos de la banda muerta, donde existe acoplamiento:

$$\left. \frac{\partial f_1}{\partial x_2} \right|_{x_T + \Delta x^-} + \left. \frac{\partial f_0}{\partial x_2} \right|_{x_T + \Delta x^-} = - \left. \frac{\partial f_1}{\partial x_2} \right|_{x_T + \Delta x^+}$$

$$\left. \frac{\partial f_1}{\partial x_2} \right|_{x_T - \Delta x^+} + \left. \frac{\partial f_0}{\partial x_2} \right|_{x_T - \Delta x^+} = - \left. \frac{\partial f_0}{\partial x_2} \right|_{x_T - \Delta x^-}$$

Como vemos en las condiciones de contorno estas ecuaciones están acopladas y por tanto deben resolverse simultáneamente. Para la resolución e implementación de este sistema de ecuaciones diferenciales utilizaremos como metodología la aproximación por diferencias finitas.

3.2. Metodología de Implementación: Aproximación por Diferencias Finitas para modelo de Primer Orden

3.2.1. Desarrollo Teórico

El método de diferencias finitas es un método de aproximación que discretiza las ecuaciones diferenciales. Con este método podemos calcular las funciones de densidad después de un determinado tiempo ($t+\Delta t$), en función de las funciones de densidad anteriores, que estarán expresadas en un determinado tiempo (t) anterior. Necesitaremos saber tres funciones de densidad en t y con ellas podremos calcular la función de densidad en ($t+\Delta t$), este será el Método Explícito.

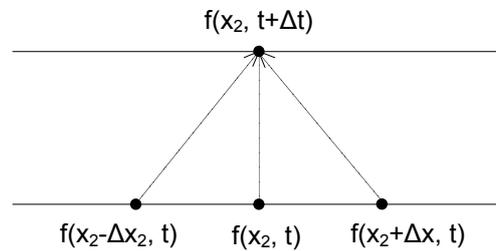


Figura 1. Comportamiento del Método Explícito

Para una mayor comprensión del esquema que vamos a seguir lo ilustraremos con el siguiente dibujo. El rango de temperaturas que vamos a utilizar irá desde Temperatura del termostato \pm intervalo, después recorreremos el mismo rango de temperaturas para diferentes Δt .

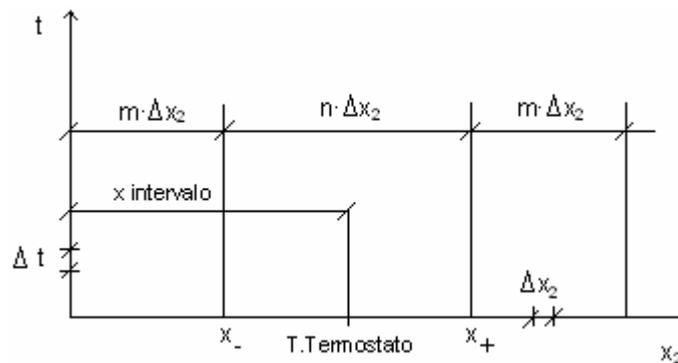


Figura 2. Ilustración del intervalo de temperatura y tiempo

La función de densidad toma la forma para f_0 :

$$\frac{f_0(x_2, t + \Delta t) - f_0(x_2, t)}{\Delta t} = - \frac{a^2(x_2 + \Delta x_2, t) \cdot f_0(x_2 + \Delta x_2, t) - a^2(x_2, t) f_0(x_2, t)}{\Delta x_2} +$$

$$+ \frac{1}{2} c_{22} \frac{f_0(x_2 + \Delta x_2, t) - 2 \cdot f_0(x_2, t) + f_0(x_2 - \Delta x_2, t)}{\Delta x_2^2}$$

$$f_0(x_2, t + \Delta t) = f_0(x_2, t) + \Delta t \cdot \left[- \frac{a^2(x_2 + \Delta x_2, t) \cdot f_0(x_2 + \Delta x_2, t) - a^2(x_2, t) f_0(x_2, t)}{\Delta x_2} + \right.$$

$$\left. + \frac{1}{2} c_{22} \frac{f_0(x_2 + \Delta x_2, t) - 2 \cdot f_0(x_2, t) + f_0(x_2 - \Delta x_2, t)}{\Delta x_2^2} \right]$$

$$a^2 = a_{22} \cdot x_2 + b_{21} \cdot I_1 + b_{23} \cdot I_3 + b_{24} \cdot I_4$$

$$c_{22} = (\sigma \cdot b_{24})^2$$

Para que estas funciones sean coherentes tenemos que tener en cuenta las unidades de los coeficientes:

Δt : minutos

Δx_2 : °C

a_{22}, b_{21} : (minutos)⁻¹

b_{23}, b_{24}, b_{25} : °C/J

σ : J/ $\sqrt{\text{min}}$

c_{22} : °C²/min

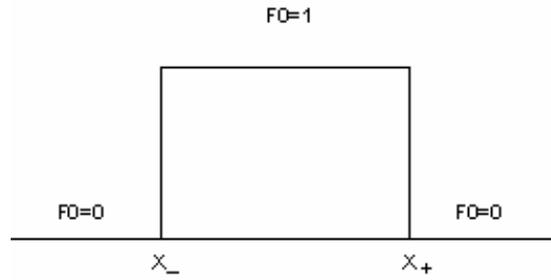
3.2.2. Implementación Práctica

Partiremos de unas condiciones iniciales **Uniformes**. Definimos las condiciones iniciales de las funciones f_0 y f_1 para $t=0$, lo haremos por tramos, pues la función f_1 tiene en x_+ (punto límite donde termina la banda muerta) su punto de acoplamiento, y la función f_0 lo tiene en x_- (punto donde empieza la banda muerta). Después de un Δt , las funciones irán evolucionando.

En el primer tramo hasta el primer punto de acoplamiento, x_- , será igual a cero y también lo será para el tramo a partir del segundo punto de acoplamiento, x_+ , entre estos dos puntos vamos a definir las funciones uniformes y de valor la unidad.

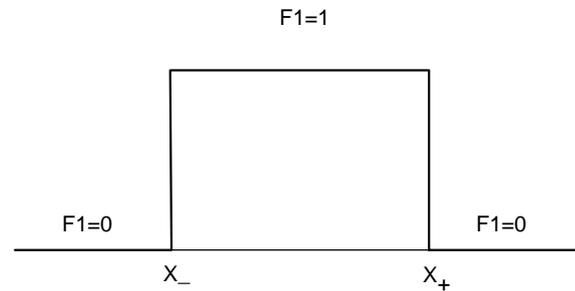
Al estar acopladas, tendremos que definir las ecuaciones de en los puntos del acoplamiento.

$$\begin{aligned}\forall x < x_- &\rightarrow f_0 = 0 \\ \forall x_- < x \leq x_+ &\rightarrow f_0 = 1 \\ \forall x \geq x_+ &\rightarrow f_0 = 0\end{aligned}$$



Las condiciones iniciales para f0 son las mismas que para f1 teniendo en cuenta que el punto de acoplamiento de esta, está en x_- :

$$\begin{aligned}\forall x \leq x_- &\rightarrow f_1 = 0 \\ \forall x_- \leq x < x_+ &\rightarrow f_1 = 1 \\ \forall x > x_+ &\rightarrow f_1 = 0\end{aligned}$$



La función de densidad toma la forma para f1:

$$\begin{aligned}\frac{f_1(x_2, t + \Delta t) - f_1(x_2, t)}{\Delta t} &= -\frac{a^2(x_2 + \Delta x_2, t) \cdot f_1(x_2 + \Delta x_2, t) - a^2(x_2, t) \cdot f_1(x_2, t)}{\Delta x_2} + \\ &+ \frac{1}{2} c_{22} \frac{f_1(x_2 + \Delta x_2, t) - 2 \cdot f_1(x_2, t) + f_1(x_2 - \Delta x_2, t)}{\Delta x_2^2}\end{aligned}$$

$$f_1(x_2, t + \Delta t) = f_1(x_2, t) + \Delta t \cdot \left[-\frac{a^2(x_2 + \Delta x_2, t) \cdot f_1(x_2 + \Delta x_2, t) - a^2(x_2, t) \cdot f_1(x_2, t)}{\Delta x_2} + \frac{1}{2} c_{22} \frac{f_1(x_2 + \Delta x_2, t) - 2 \cdot f_1(x_2, t) + f_1(x_2 - \Delta x_2, t)}{\Delta x_2^2} \right]$$

$$\begin{aligned}a^2 &= a_{22} \cdot x_2 + b_{21} \cdot I_1 + b_{23} \cdot I_3 + b_{24} \cdot I_4 + b_{25} \cdot I_5 \\ c_{22} &= (\sigma \cdot b_{24})^2\end{aligned}$$

Para el cálculo de la I_5 , que es la potencia del equipo de climatización, tendremos que tener en cuenta, la potencia eléctrica nominal del equipo y el COP.

Para calcular el COP que necesitamos, hemos de obtener primero el de Carnot nominal, con las temperaturas de ensayo:

$$COP_{Carnot} = \frac{T_{frio}}{T_{caliente} - T_{frio}}$$

Una vez obtenido éste, calculamos el COP de Carnot para la temperatura exterior de la simulación, que sería la $T_{caliente}$ y la T_{frio} sería la temperatura interior que tomaríamos desde la mínima del intervalo hasta la máxima del intervalo. El COP que necesitamos lo podríamos obtener con una simple interpolación, sabiendo que el COP nominal es el asociado a la potencia eléctrica del equipo:

$$\begin{aligned} COP_{No\ min\ al} &\rightarrow COP_{Carnot_No\ min\ al} \\ COP &\rightarrow COP_{Carnot(T_{exterior}, T_{interior})} \end{aligned}$$

Por lo tanto, ya nos es posible obtener la I_5 :

$$I_5 = Potencia_{eléctrica} \cdot COP$$

Ahora el coeficiente a^2 para f_1 ya está totalmente definido, pudiendo así utilizar la expresión de la función de densidad, sólo queda definir las expresiones de acoplamiento.

Las ecuaciones que definen el acoplamiento entre las dos funciones son:

$$\frac{f_0(x_- + \Delta x, t) - f_0(x_-, t)}{\Delta x_2} + \frac{f_1(x_- + \Delta x, t) - f_1(x_-, t)}{\Delta x_2} = \frac{f_0(x_-, t) - f_0(x_- - \Delta x, t)}{\Delta x_2}$$

$$\frac{f_1(x_+ + \Delta x, t) - f_1(x_+, t)}{\Delta x_2} = \frac{f_1(x_+, t) - f_1(x_+ + \Delta x, t)}{\Delta x_2} + \frac{f_0(x_+, t) - f_0(x_+ - \Delta x, t)}{\Delta x_2}$$

Despejamos estas ecuaciones para obtener el punto en el que nos interesa conocer ese acoplamiento, obtenemos:

$$f_0(x_-, t) = \frac{1}{2} [f_0(x_- - \Delta x, t) + f_0(x_- + \Delta x, t) + f_1(x_- + \Delta x, t) - f_1(x_-, t)]$$

$$f_1(x_+, t) = \frac{1}{2} [f_1(x_+ + \Delta x, t) + f_1(x_+ - \Delta x, t) + f_0(x_- - \Delta x, t) - f_0(x_+, t)]$$

siendo $f_1(x_-, t) = 0$, $f_0(x_+, t) = 0$ pues así los hemos definido, por condición de funcionamiento de los equipos, en caso de considerarlos como bomba de calor, es decir, aportación de calor al sistema, las ecuaciones de acoplamiento serían las duales de estas.

Ya tenemos definida la función para $t=0$.

Si los tres puntos en el instante de origen son iguales,
 $f_0(x - \Delta x, t) = f_0(x, t) = f_0(x + \Delta x, t)$:

$$f_0(x_2, t + \Delta t) = f_0(x_2, t) + \Delta t \cdot \left[-\frac{a^2(x_2 + \Delta x_2, t) \cdot f_0(x_2 + \Delta x_2, t) - a^2(x_2, t) \cdot f_0(x_2, t)}{\Delta x_2} + \frac{1}{2} c_{22} \frac{f_0(x_2 + \Delta x_2, t) - 2 \cdot f_0(x_2, t) + f_0(x_2 - \Delta x_2, t)}{\Delta x_2^2} \right]$$

$$f_0(x_2, t + \Delta t) = \frac{\Delta t}{\Delta x_2} \cdot [1 - a^2(x_2 + \Delta x_2, t) - a^2(x_2, t)] f_0(x_2, t)$$

Por lo tanto, si los tres puntos origen son iguales, el punto que obtenemos a partir de ellos, dependerá de ese mismo punto en el instante anterior y tendrá un incremento dependiendo siempre del valor del coeficiente $a^2(x_2, t)$ en el punto x_2 y en el punto $x_2 + \Delta x_2$.

3.2.3. Resultados. Ejemplo:

Vamos a particularizar para un caso en concreto:

Temperatura del Termostato : 24°C

Banda muerta : 0.5°C

Temperatura mínima del intervalo : 19°C

Intervalo de simulación : 1000 segundos

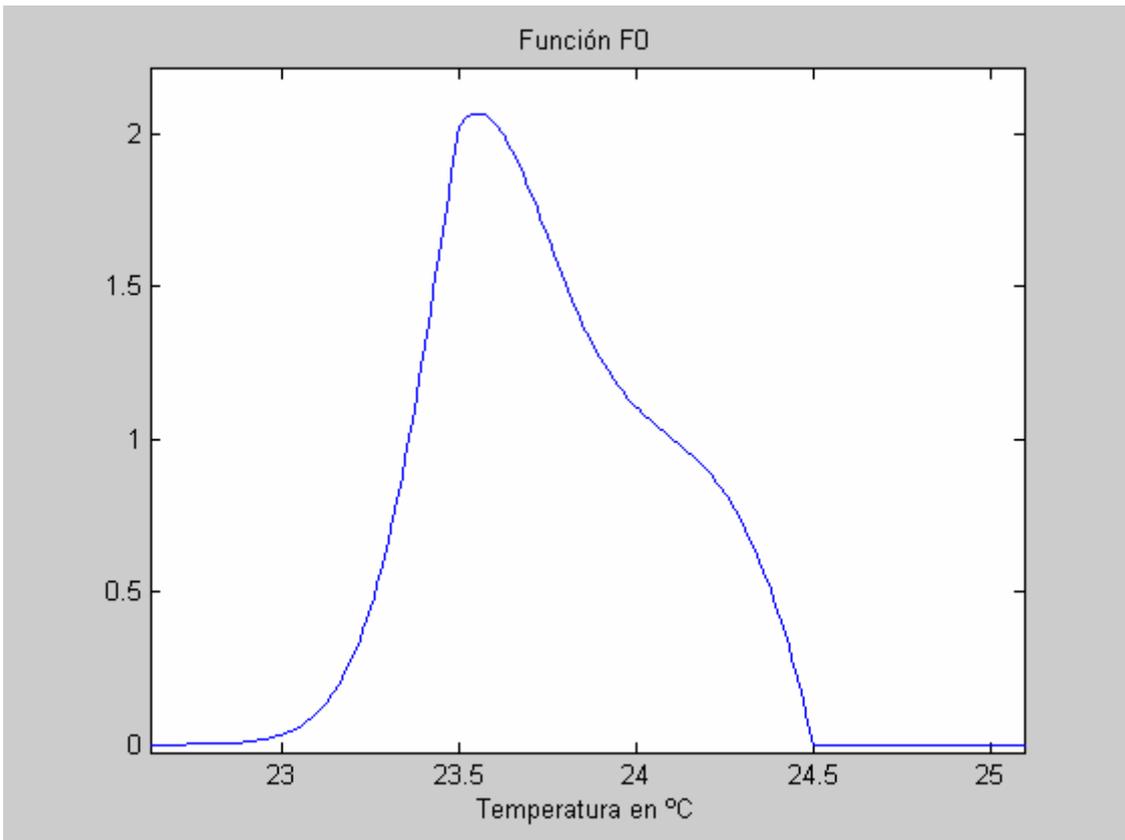


Figura 21. Evolución de f_0 en el último instante

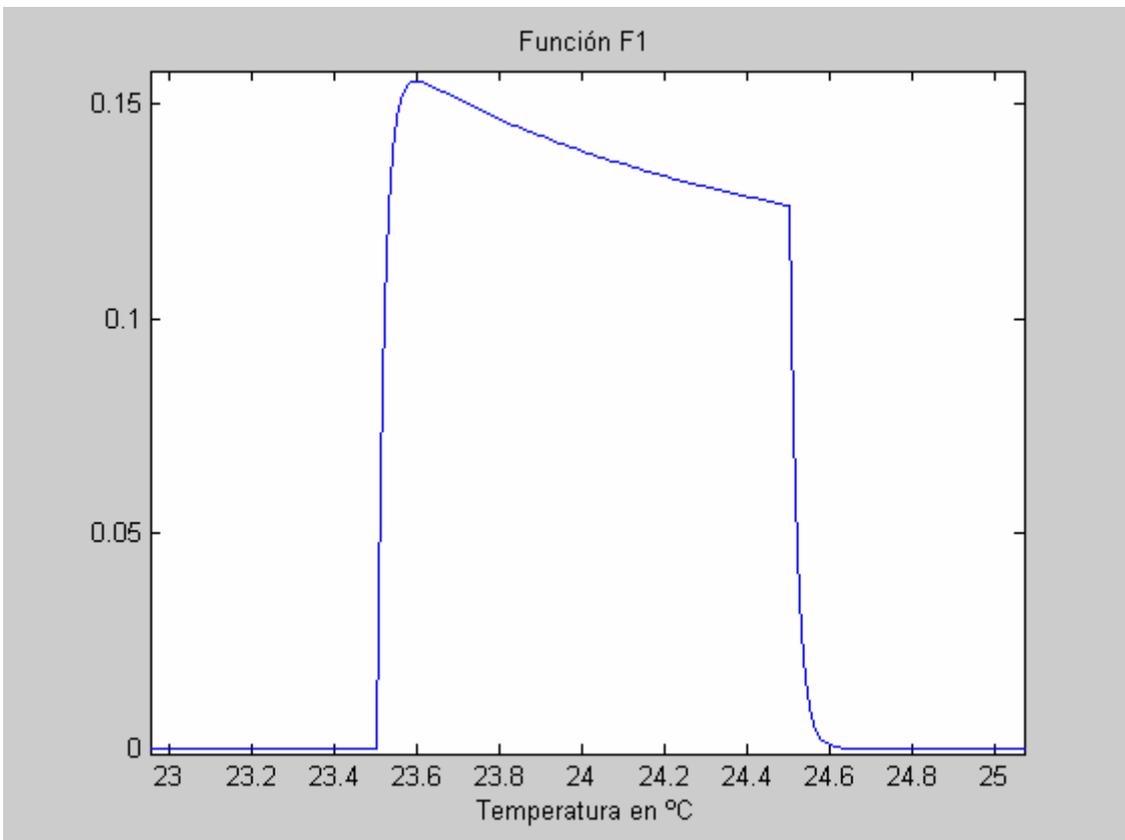


Figura 22. Evolución de f_1 en el último instante.

3.3. Estudio de modificación de parámetros. Influencia en los resultados

3.3.1. Desviación Típica

Al añadir variabilidad a la carga interior hemos utilizado un comando de Matlab donde debíamos utilizar la desviación típica:

```
Carga_Interior(1:Minutos_Simulacion+1,1)=normrnd(0,sigma,Minutos_Simulacion+1,1)*60
```

Vamos a modificar éste parámetro para ver como afecta tanto a la carga interior como a la temperatura interior para una normal de media cero y ver la medida de dispersión. Hemos sacado las gráficas para diferentes valores de la desviación típica, s , desde 10.000 hasta 100. A continuación mostramos algunas de ellas.

- $s = 10.000$

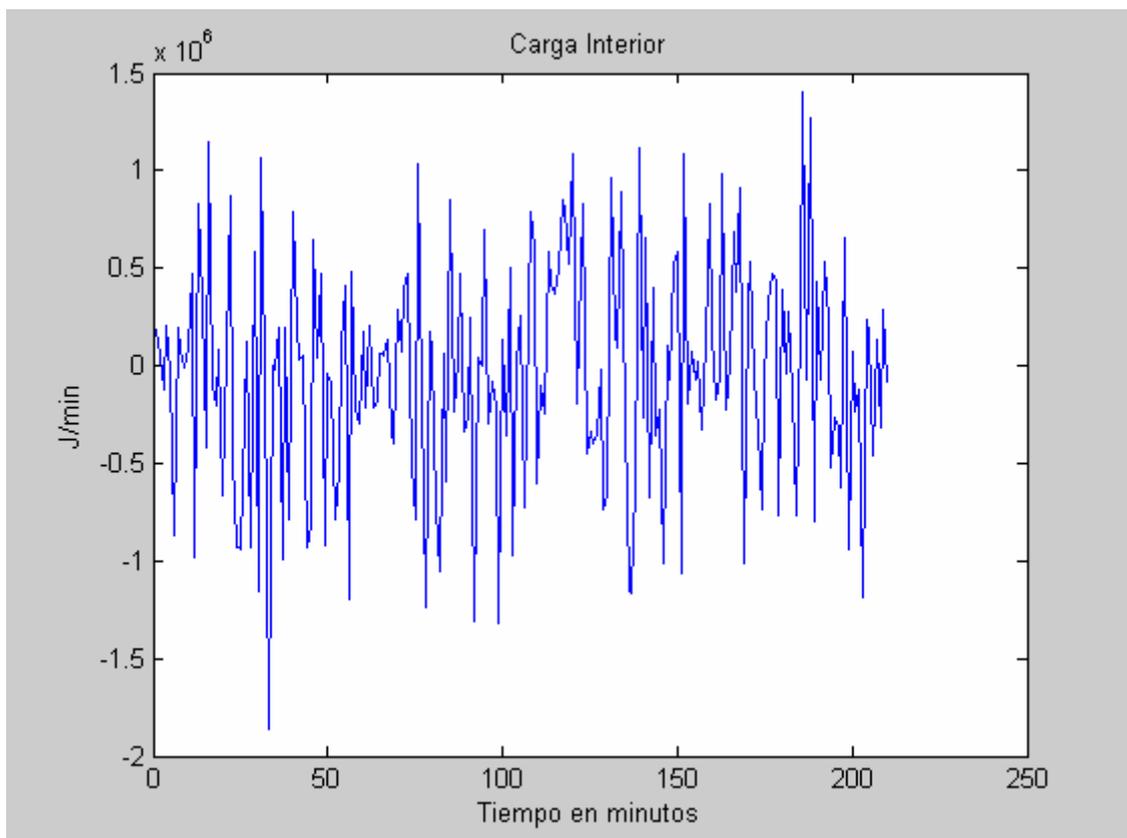


Figura 23. Carga interior para una desviación típica de 10.000

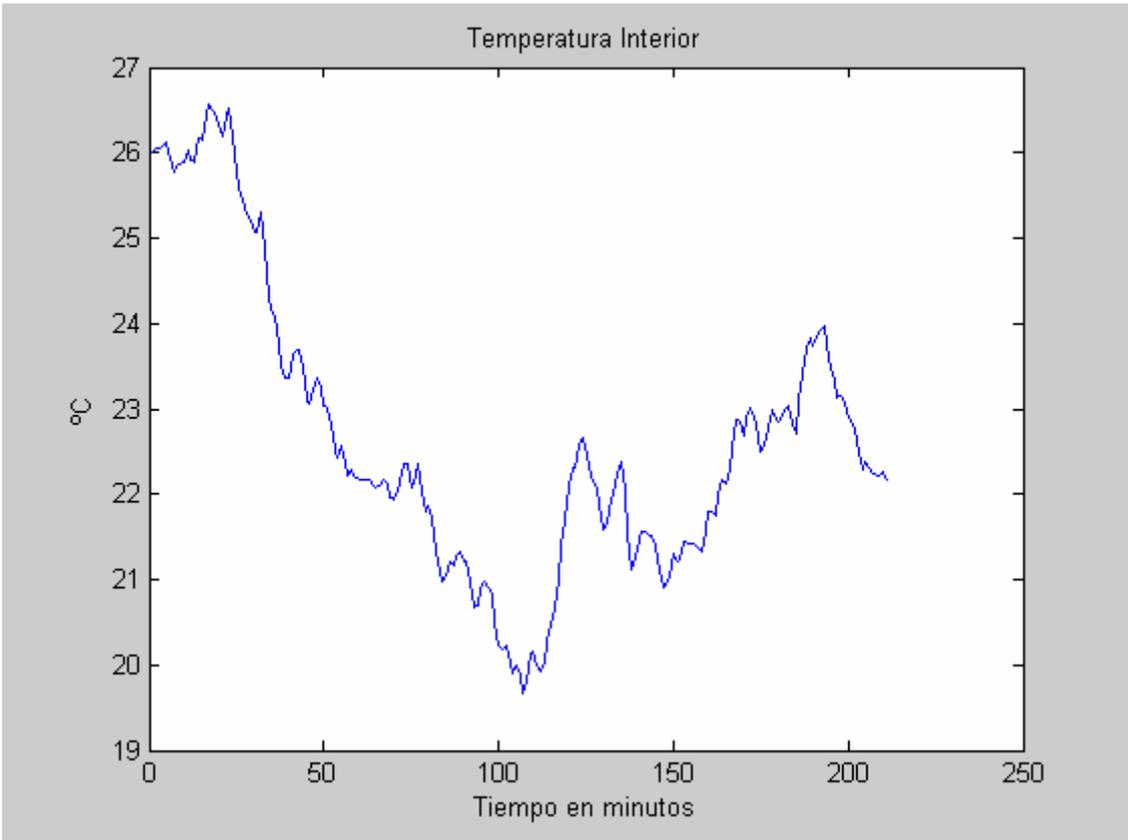


Figura 24. Temperatura interior para una desviación típica de 10.000.

- $s = 1500$

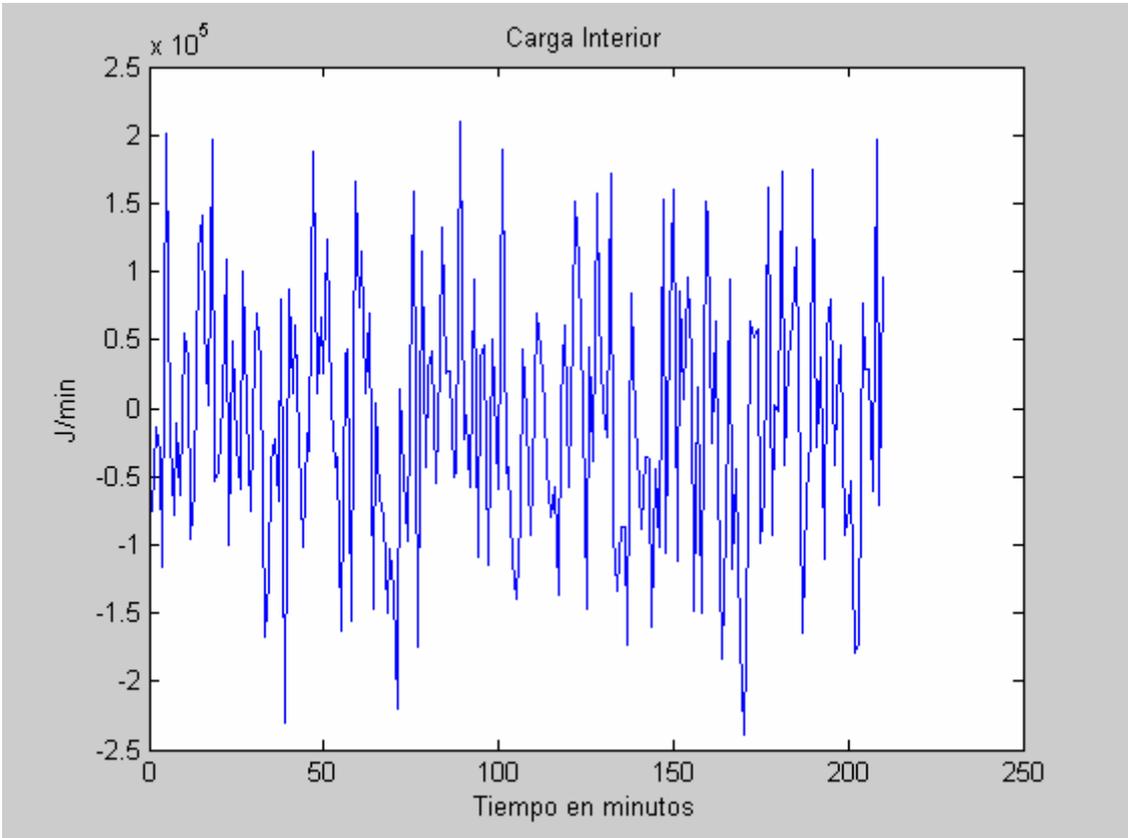


Figura 25. Carga interior para una desviación típica de 1.500.

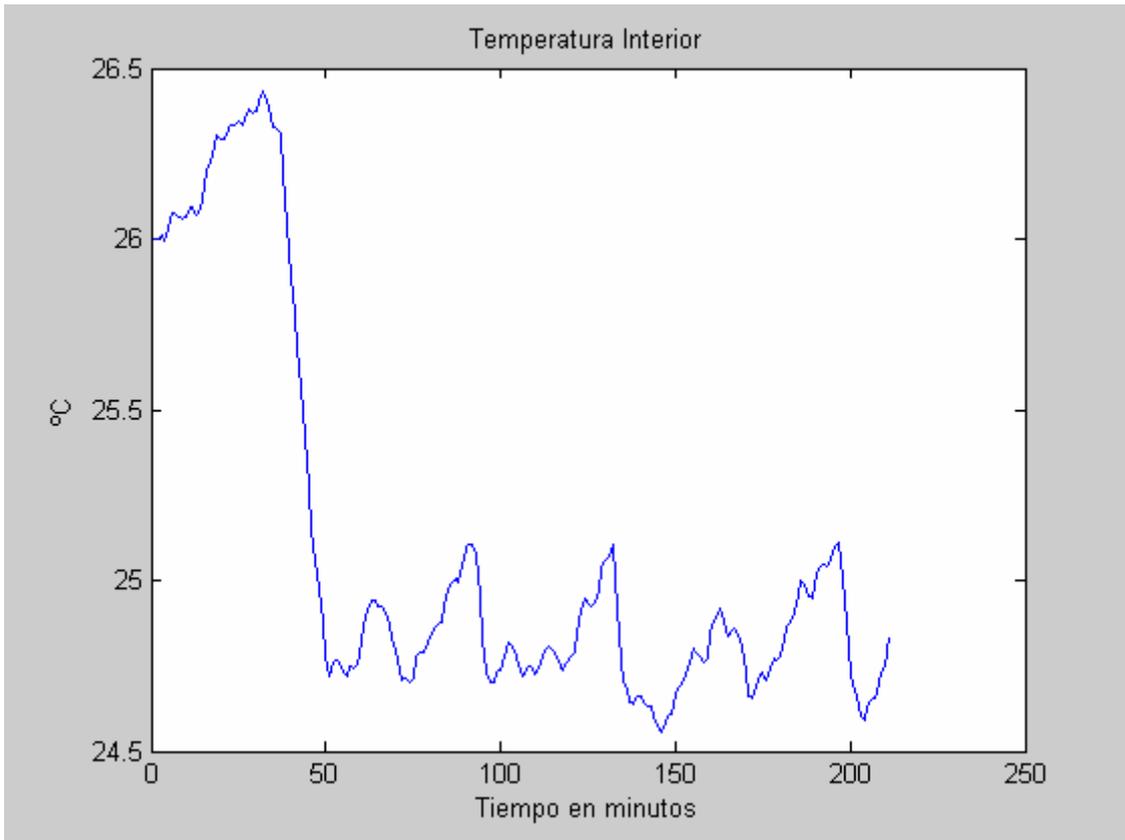


Figura 26. Temperatura interior para una desviación típica de 1.500.

- $s = 100$

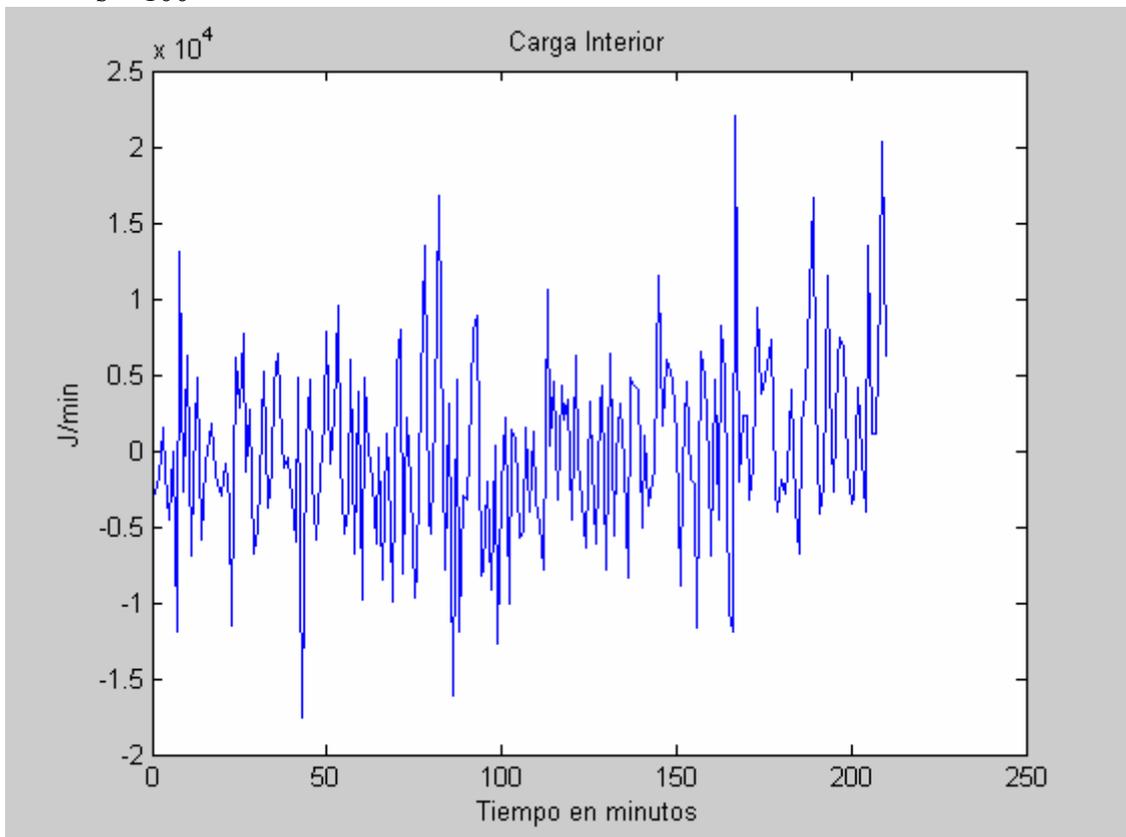


Figura 27. Temperatura interior para una desviación típica de 100.

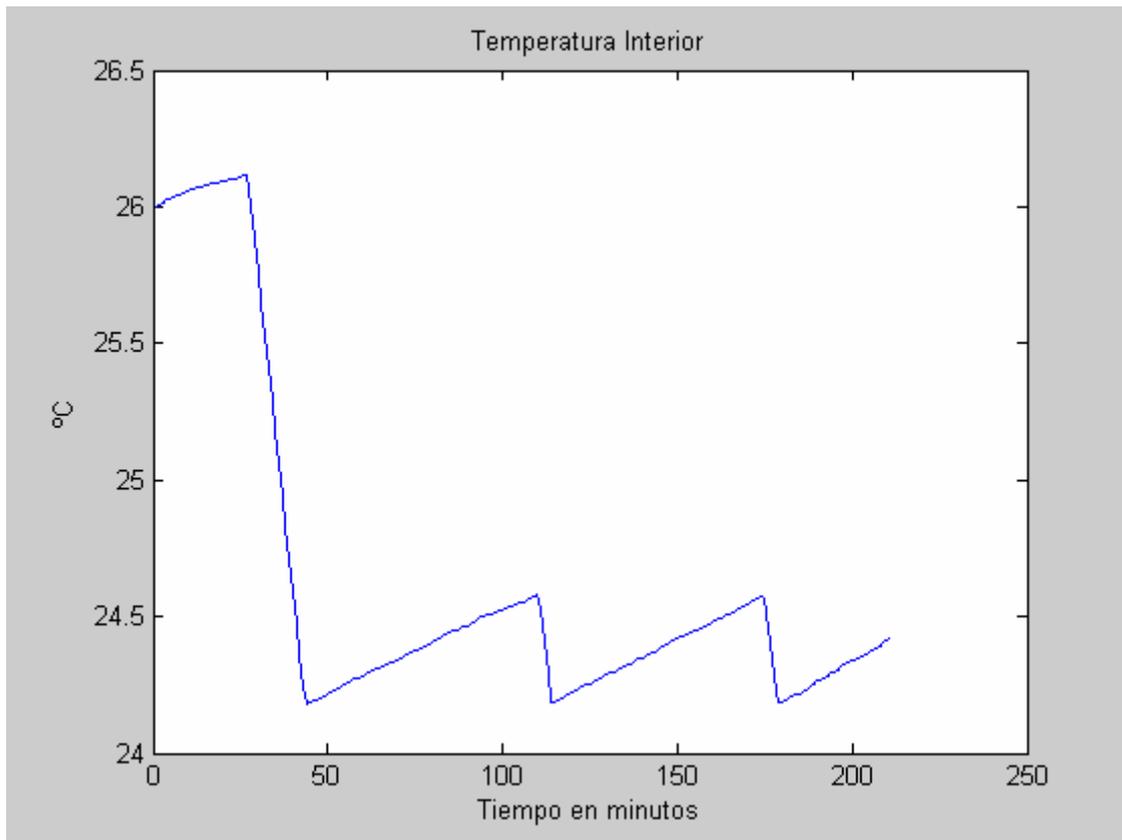


Figura 28. Temperatura interior para una desviación típica de 100.

En las gráficas vemos como la carga interior no sigue ningún modelo, con la variación de la desviación típica no encontramos ninguna variación relacionada en estas gráficas, las cuales parecen ser una señal aleatoria.

En las gráficas de la temperatura interior, apreciamos como al ir disminuyendo la desviación típica hasta un nivel de 100, la señal va siendo cada vez más nítida y podemos ver como ésta sigue el modelo, por tanto, vamos a utilizar un valor promedio de $s = 350$, donde la señal no es del todo nítida pero sigue la forma del modelo.

3.3.2. Nivel de ruido

De la ecuación del sistema, vemos el término donde se encuentra el nivel de ruido, éste tiene unidades de J/\sqrt{t} , para poder ser coherente con el resto de unidades. El nivel de ruido vamos a representarlo por sigma.

$$dx_2 = a_{22} \cdot x_2 \cdot dt + b_{21} \cdot I_1 \cdot dt + b_{23} \cdot I_3 \cdot dt + b_{24} \cdot I_4 \cdot dt + b_{24} \cdot \sigma \cdot dW_T + b_{25} \cdot I_5 \cdot m(t) \cdot dt$$

Este valor podrá hacer variar los resultados. Al modificar el nivel de ruido vemos que afecta sobremanera a las simulaciones como comprobamos en las siguientes gráficas.

Hemos simulado las funciones f_0 y f_1 , todas ellas en el último instante, para observar la evolución de f_0 y f_1 . Vemos que la evolución de las funciones tanto de f_0 como f_1 puede realizarse sólo en un rango de ruido, debido a que tanto por encima de un determinado valor, como por debajo de otro, la simulación no sigue el modelo.

Hemos hecho varias simulaciones para determinar el rango en el que puede funcionar el modelo, se muestra en las siguientes gráficas, varias de ellas.

- $\text{Sigma} = 30000 J / \sqrt{t}$

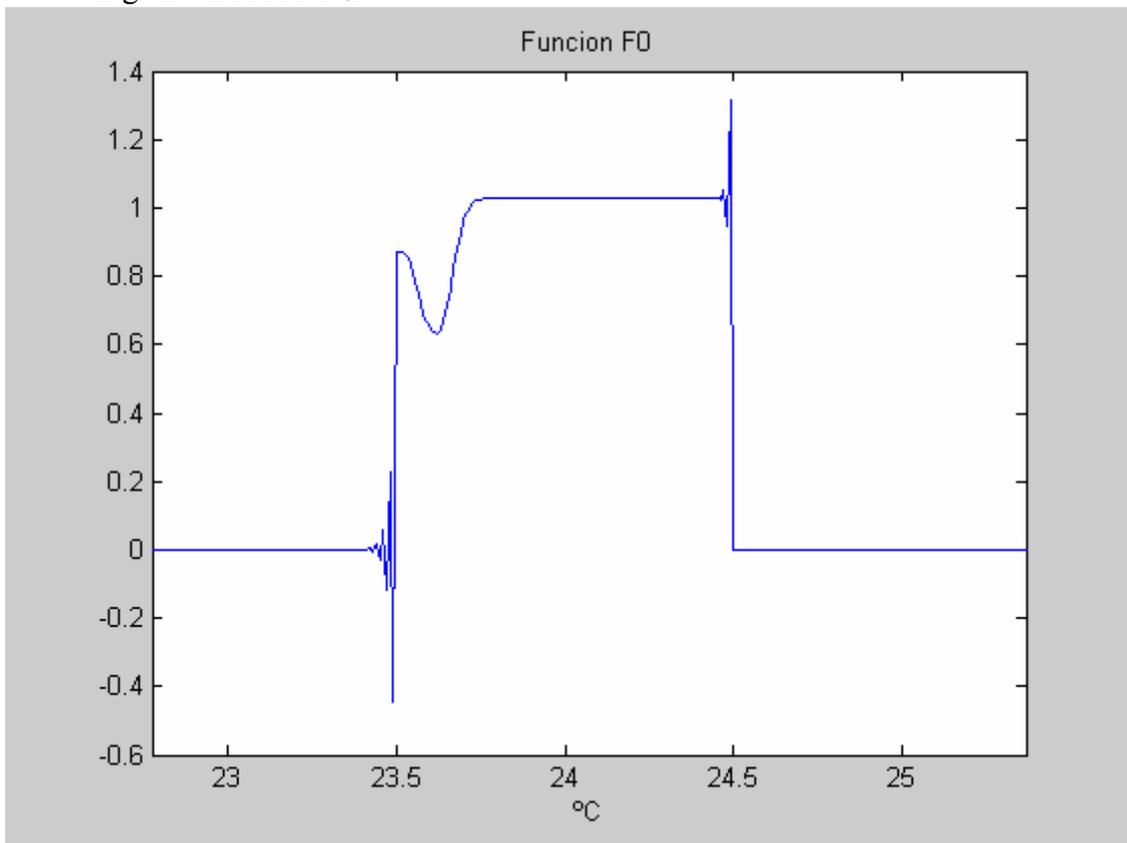


Figura 29. Función f_0 en el último instante para $\sigma = 30000 J / \sqrt{t}$

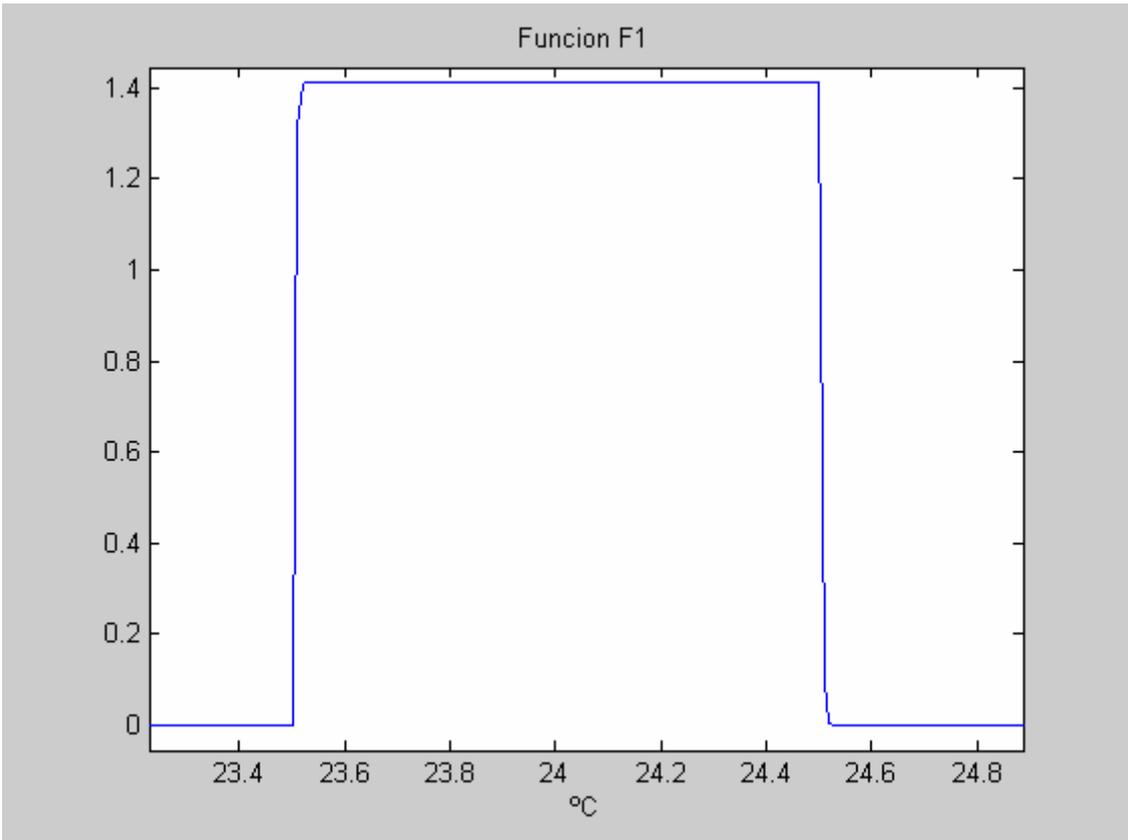


Figura 30. Función $f1$ en el último instante para $\sigma = 30000 J / \sqrt{t}$.

- $\text{Sigma} = 50000 J / \sqrt{t}$

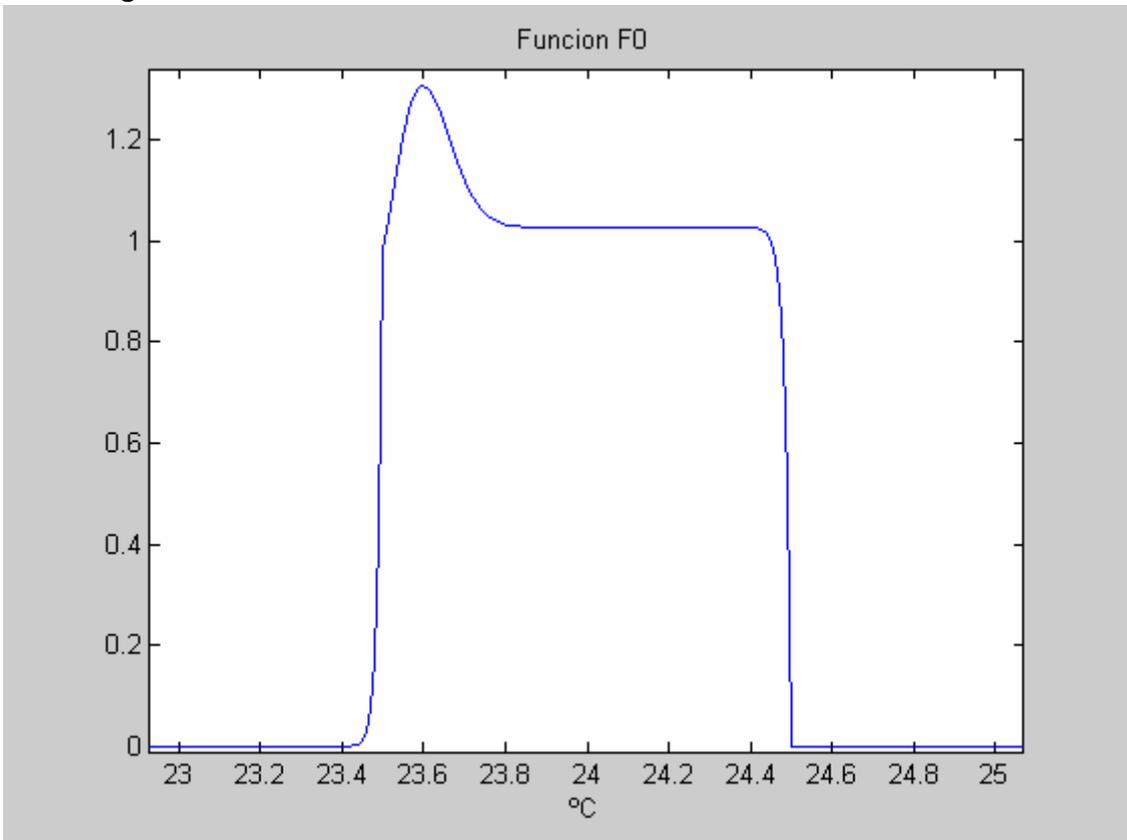


Figura 31. Función $f0$ en el último instante para $\sigma = 50000 J / \sqrt{t}$

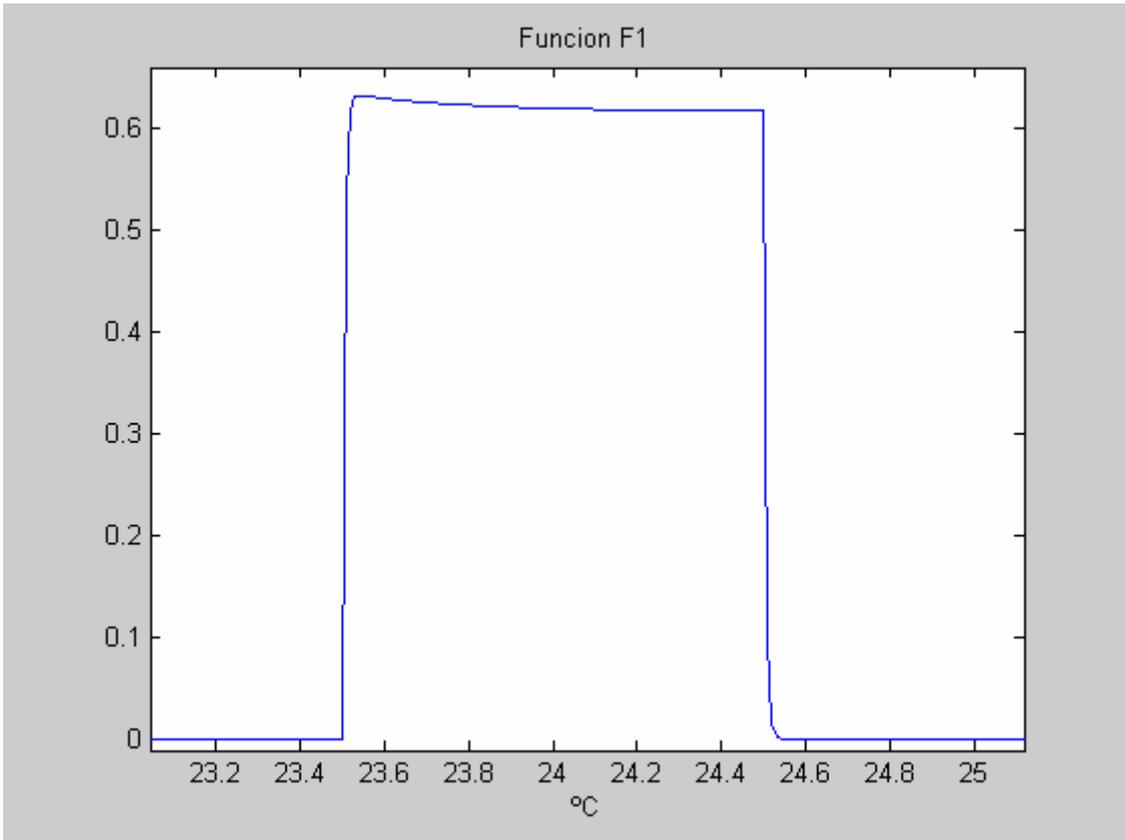


Figura 32. Función $f1$ en el último instante para $\sigma = 50000 J / \sqrt{t}$

- $\sigma = 155000 J / \sqrt{t}$

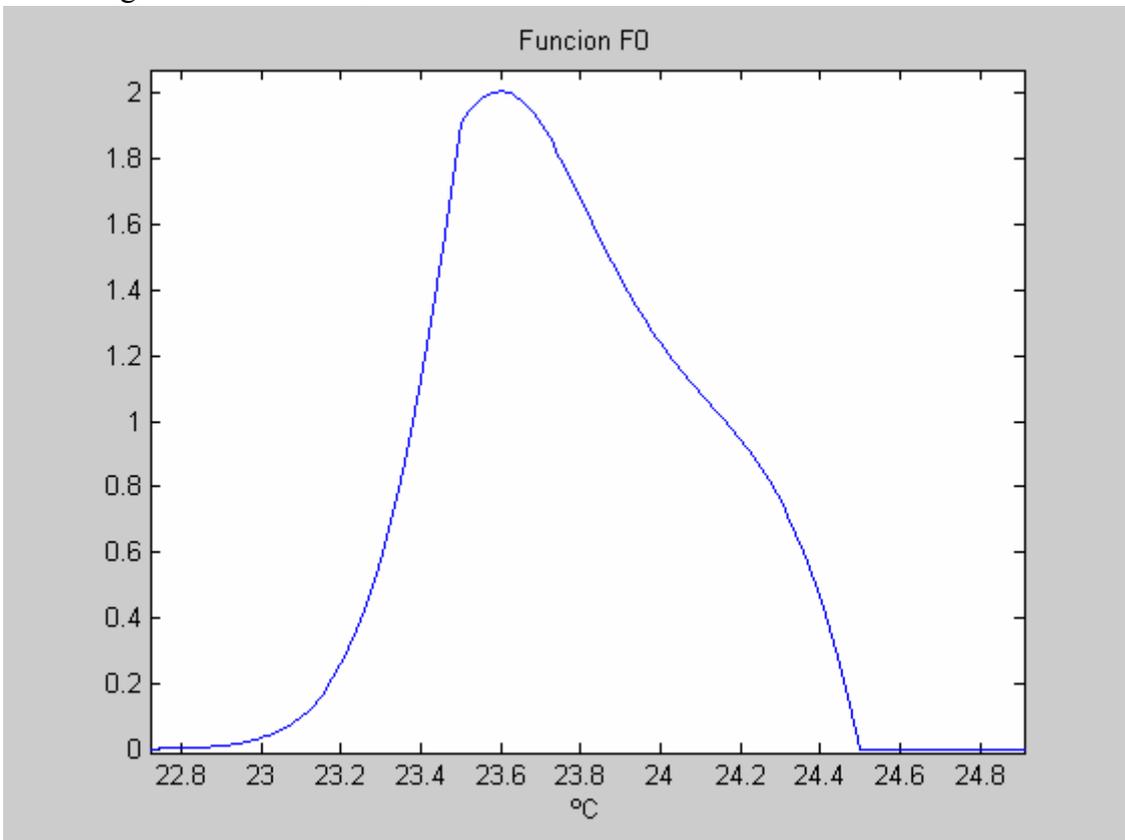


Figura 33. Función $f0$ en el último instante para $\sigma = 155000 J / \sqrt{t}$

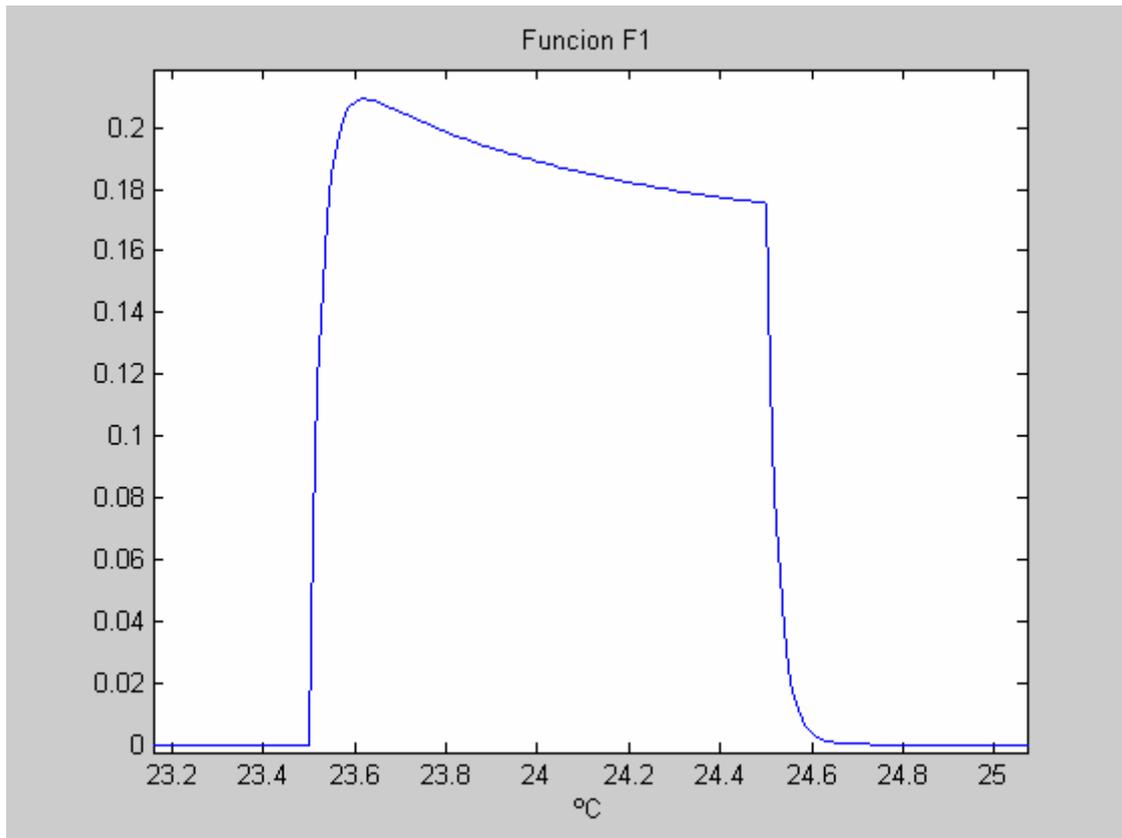


Figura 34. Función f_1 en el último instante para $\sigma = 155000 J / \sqrt{t}$

Por debajo de un valor de sigma igual a $30000 J / \sqrt{t}$, las evoluciones tanto de f_0 como de f_1 se encuentran distorsionadas, no siguen el modelo predeterminado. Vemos que a medida que sigma aumenta la evolución de las funciones se hace más suave hasta que llega a un punto por encima de $150000 J / \sqrt{t}$, que vuelve a distorsionarse.

Por tanto hemos decidido utilizar un sigma de $130000 J / \sqrt{t}$, donde las funciones pueden seguir el modelo y lo hacen de forma suave.

De las gráficas obtenidas podemos también observar como es la función f_0 la que se modifica más significativamente, ya que la modificación de la función f_1 es casi imperceptible.

- $\sigma = 158000 J / \sqrt{t}$

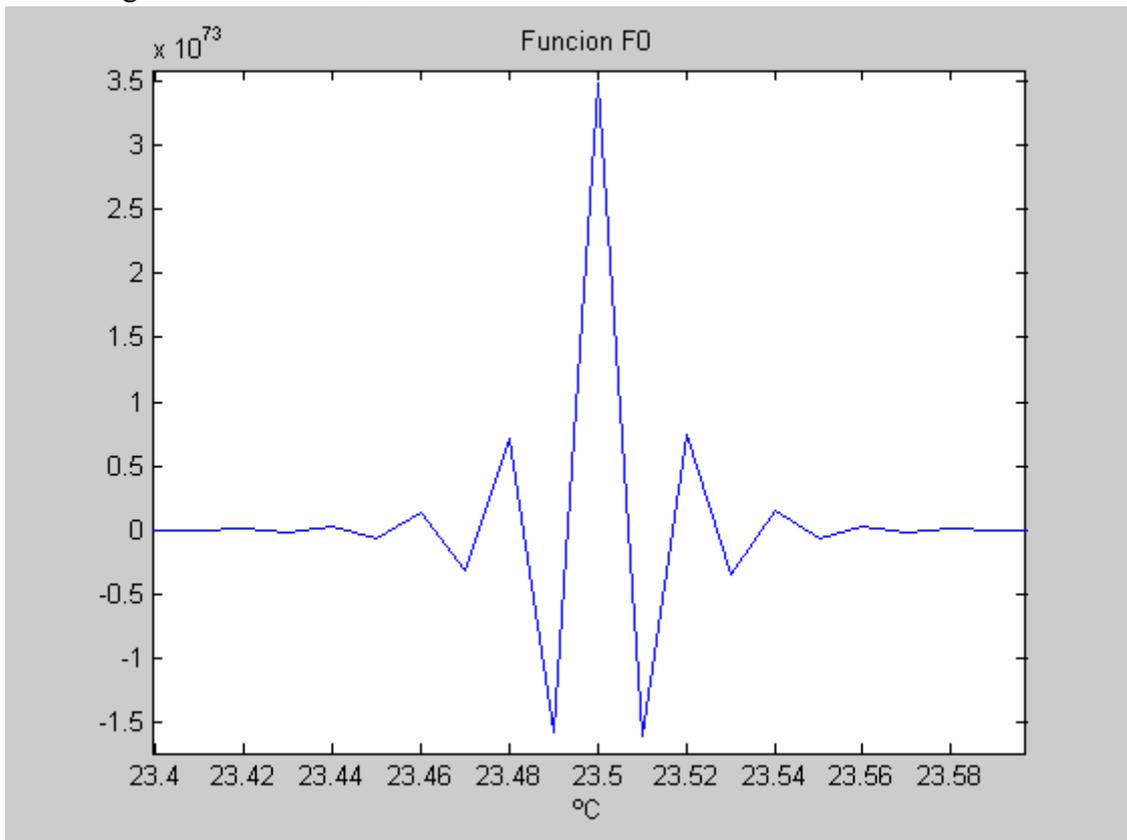


Figura 35. Función f_0 en el último instante para $\sigma = 1580000 J / \sqrt{t}$

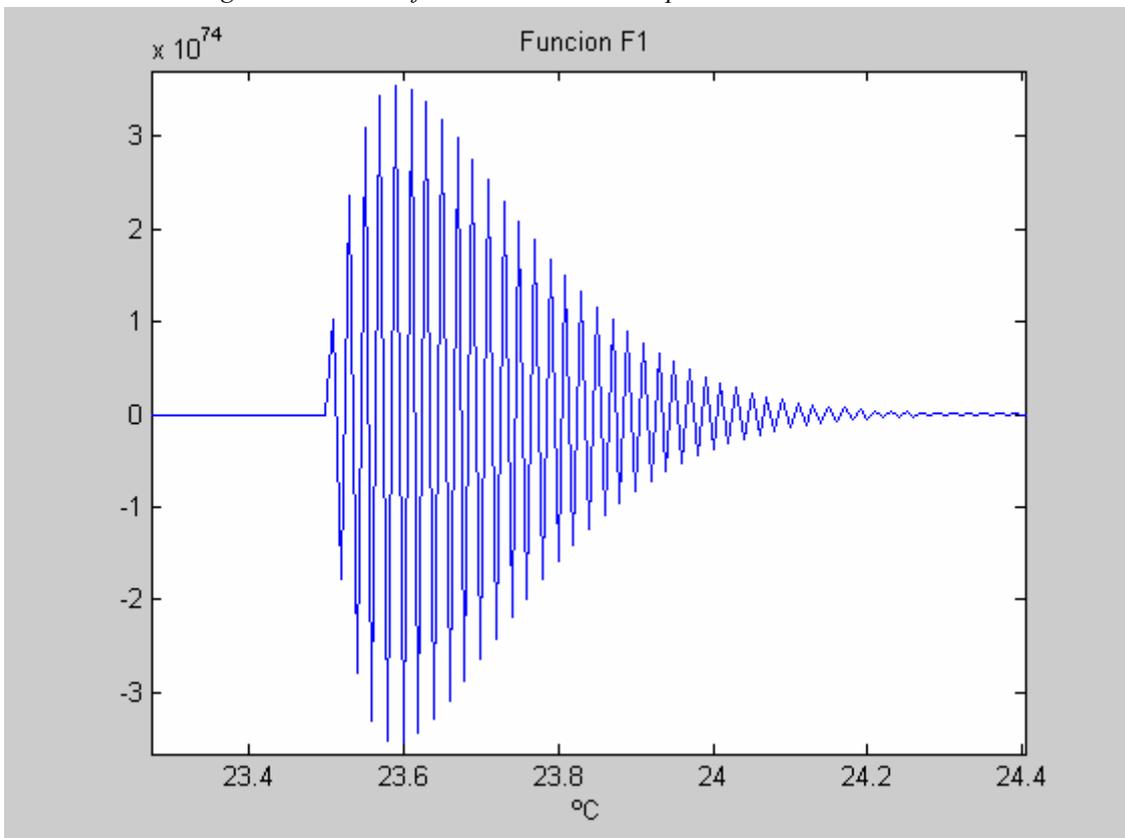


Figura 36. Función f_1 en el último instante para $\sigma = 158000 J / \sqrt{t}$

Con las gráficas podemos demostrar como al aumentar el nivel de ruido de $155000 J/\sqrt{t}$ a $158000 J/\sqrt{t}$, las funciones no evolucionan según el modelo, tomando cierta aleatoriedad.

3.3.3. Condiciones Iniciales

Hemos cambiado las condiciones iniciales, para ver si la nueva evolución de las funciones sigue el modelo, en las gráficas siguientes se muestran las funciones en el instante inicial. El pico que muestran las dos funciones es debido al punto de acoplamiento.

Las nuevas condiciones iniciales son, para f_0 :

$$\forall 0 < x < x_+ \rightarrow f_0 = 1$$

$$\forall x \geq x_+ \rightarrow f_0 = 0$$

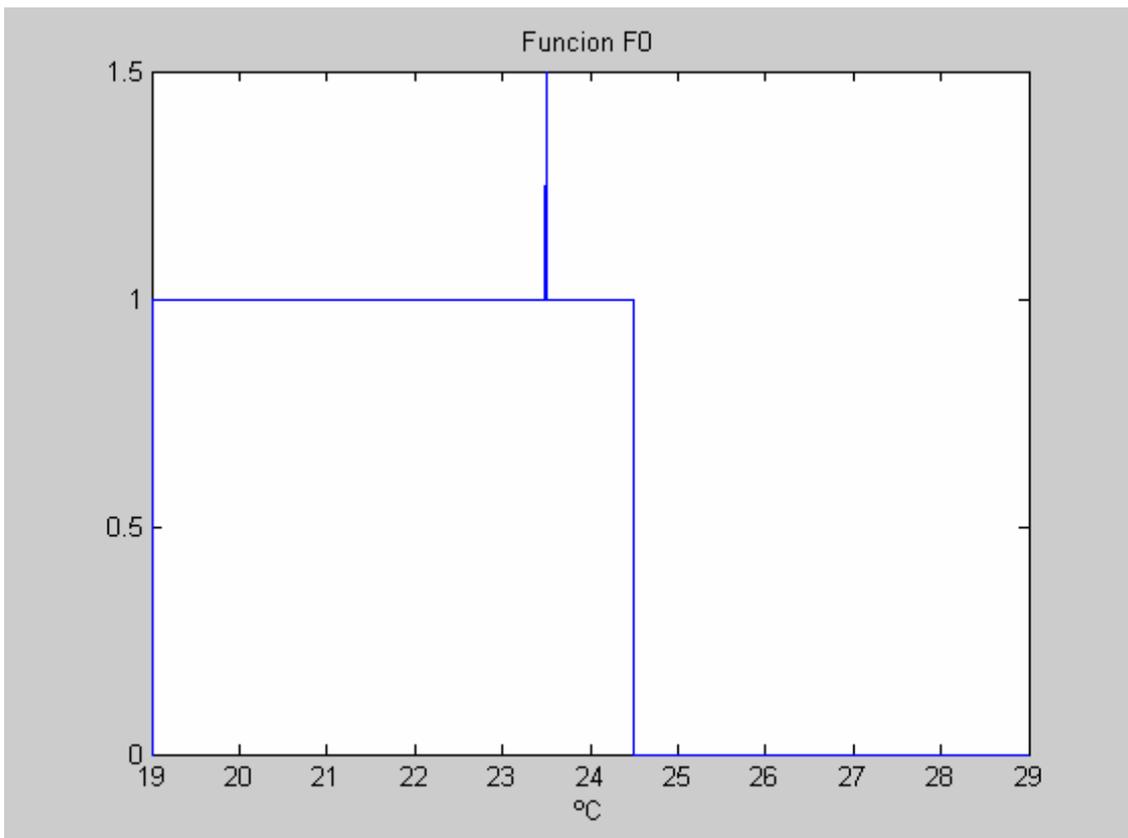


Figura 37. Condiciones iniciales para f_0 , instante cero.

En este caso las condiciones iniciales no son las mismas para las dos funciones, tomando la unidad hasta x_+ y el resto cero y para f_1 vamos a tomar la unidad desde x_- y el resto cero:

$$\forall x \leq x_- \rightarrow f_1 = 0$$

$$\forall x > x_- \rightarrow f_1 = 1$$

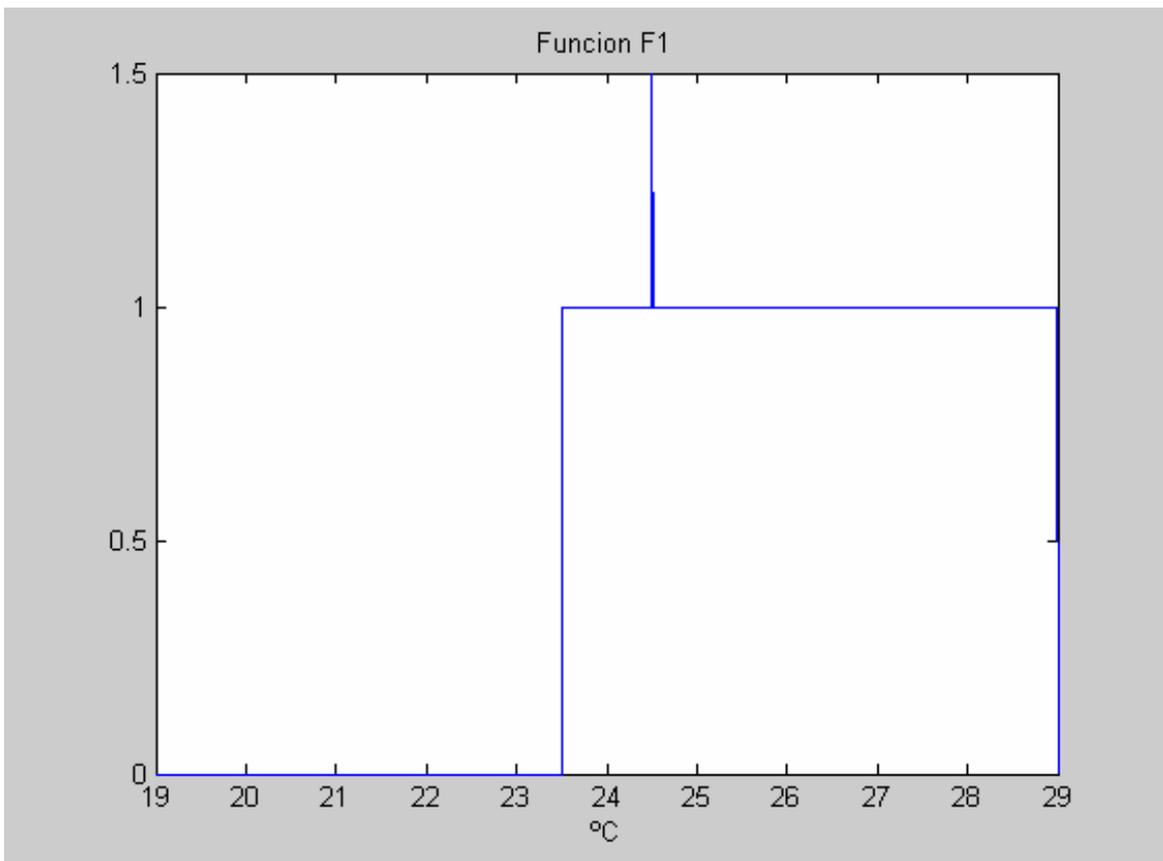


Figura 38. Condiciones iniciales para f_1 , instante cero.

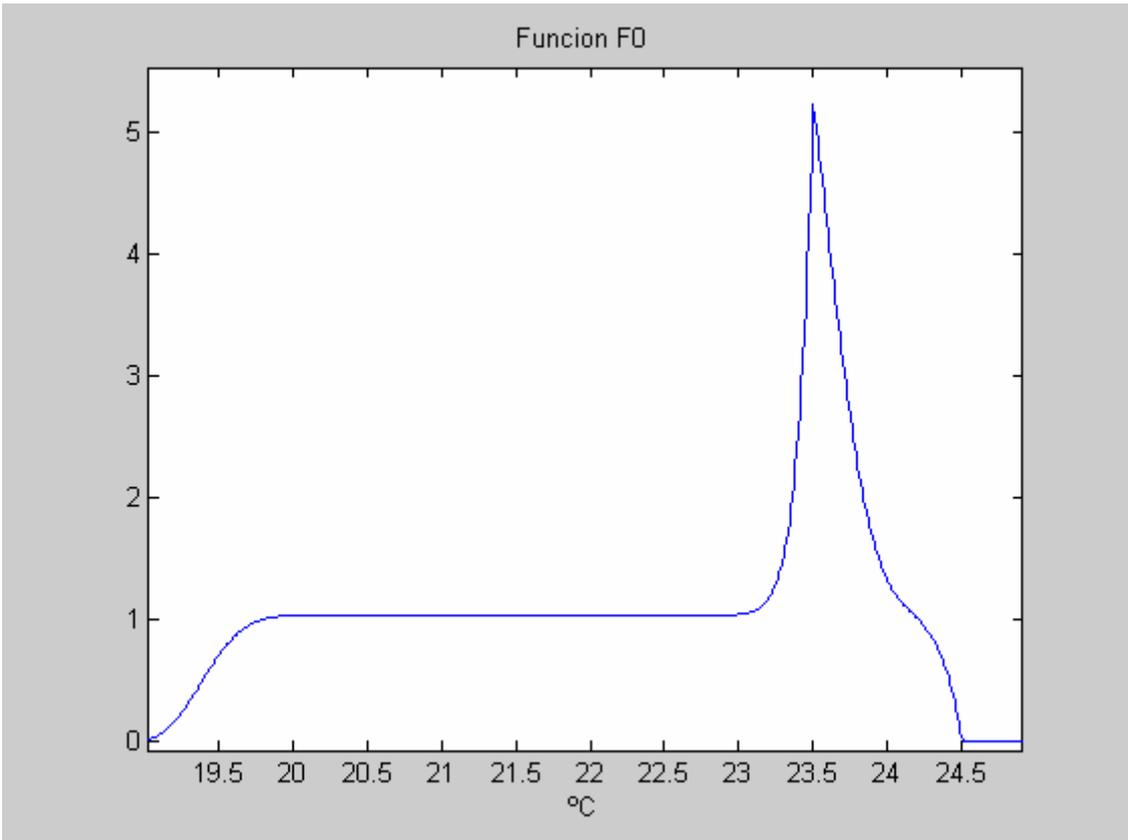


Figura 39. Evolución de f_0 en el último instante.

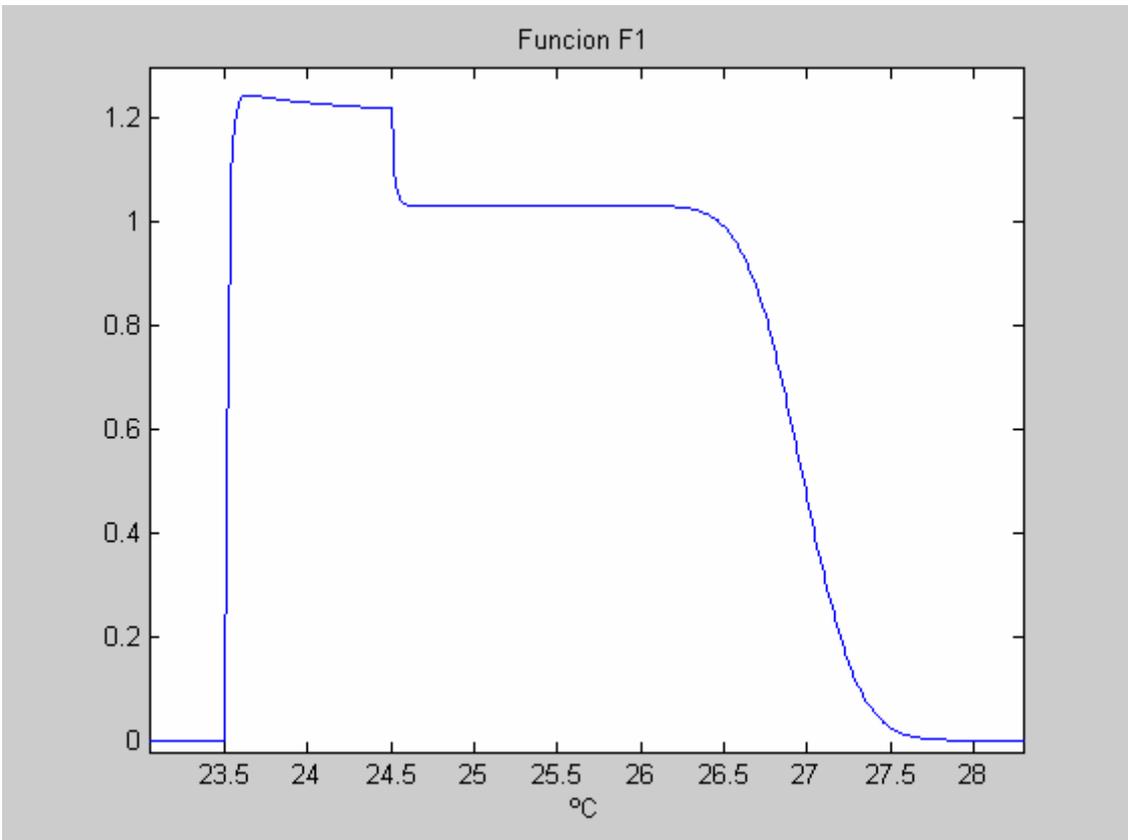


Figura 40. Evolución de f_1 en el último instante.

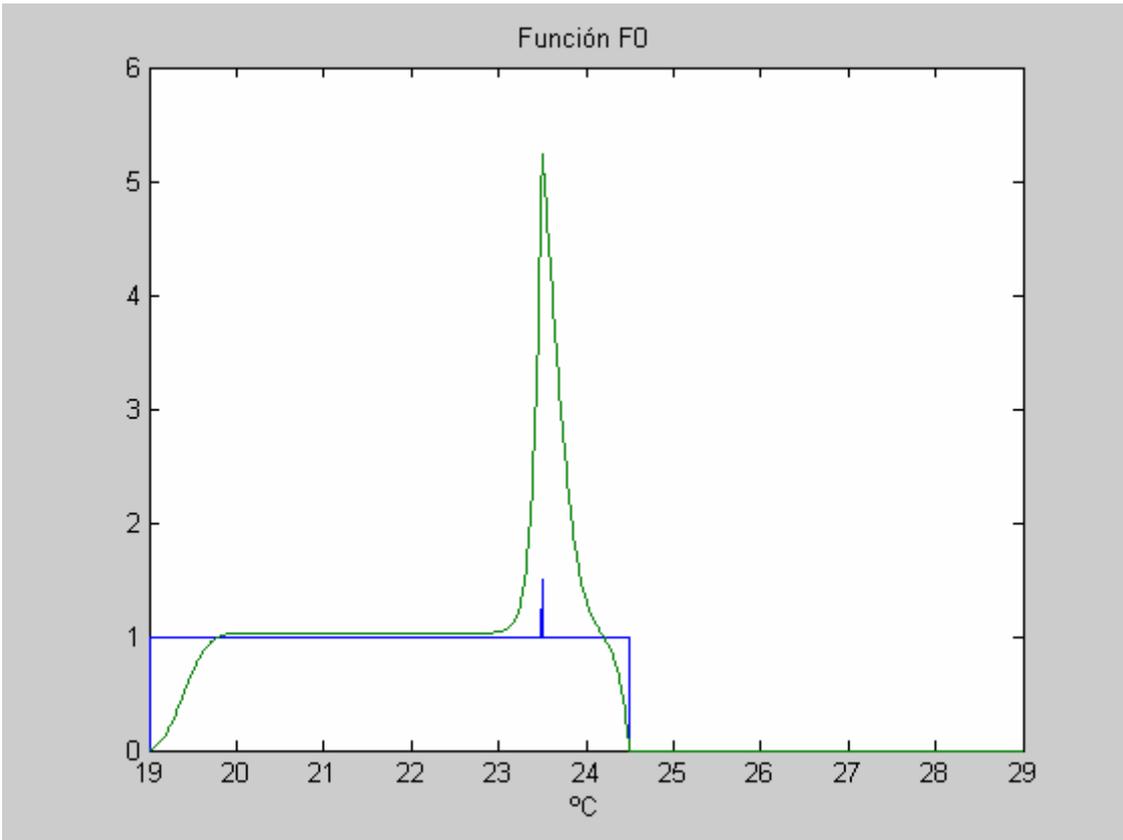


Figura 41. Comparación de la evolución de f_0 en los instantes inicial y final.

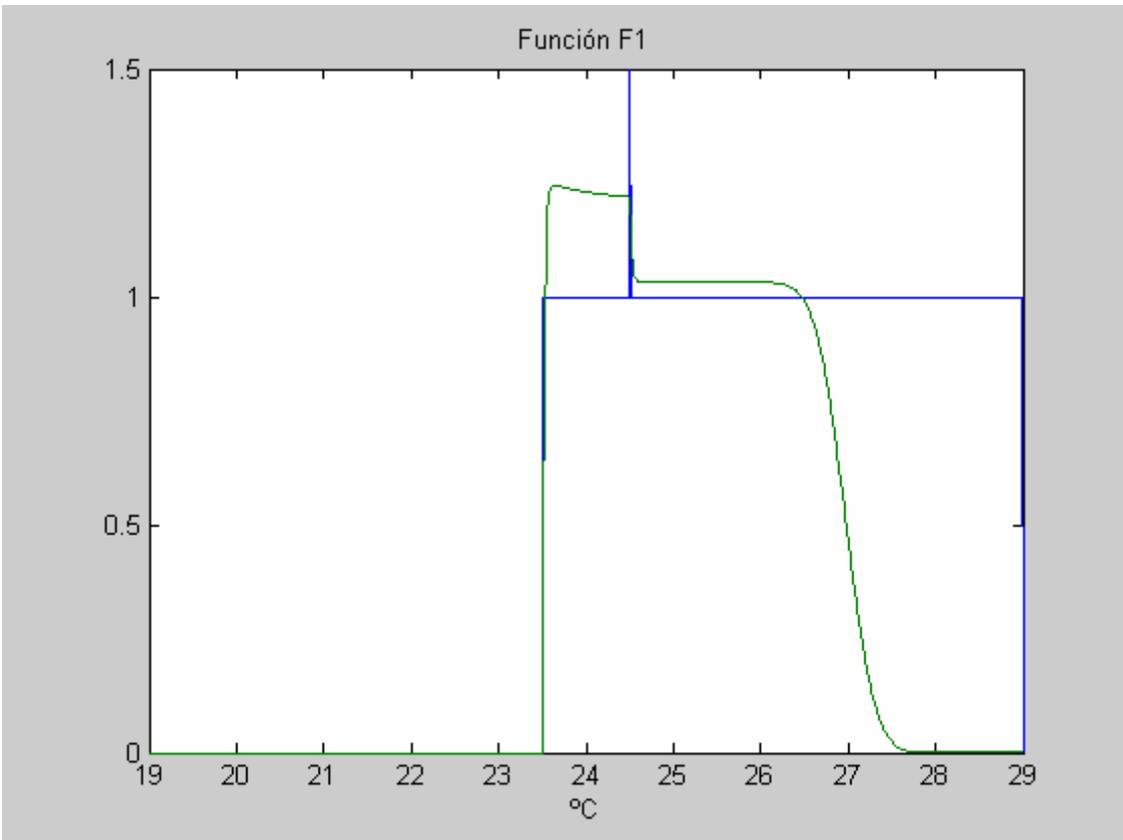


Figura 42. Comparación de la evolución de f_1 en los instantes inicial y final.

Al ir evolucionando las nuevas funciones f_0 y f_1 y siguiendo con el modelo se van suavizando los vértices, aunque el punto de acoplamiento para la función f_0 ha aumentado considerablemente, y para la función f_1 vemos como ha disminuido.

Desde un principio podemos apreciar el acentuado acoplamiento en las dos funciones. Si observamos el último instante de la evolución de las funciones, podemos apreciar como la función f_1 se ha desplazado hacia la derecha. Vemos como las funciones verifican que en f_0 la función de probabilidad debe ser cero en su parte derecha, por encima de la banda muerta y en la función de f_1 , la densidad de probabilidad de f_1 por debajo de la banda muerta debe ser cero, como vemos en la gráfica.

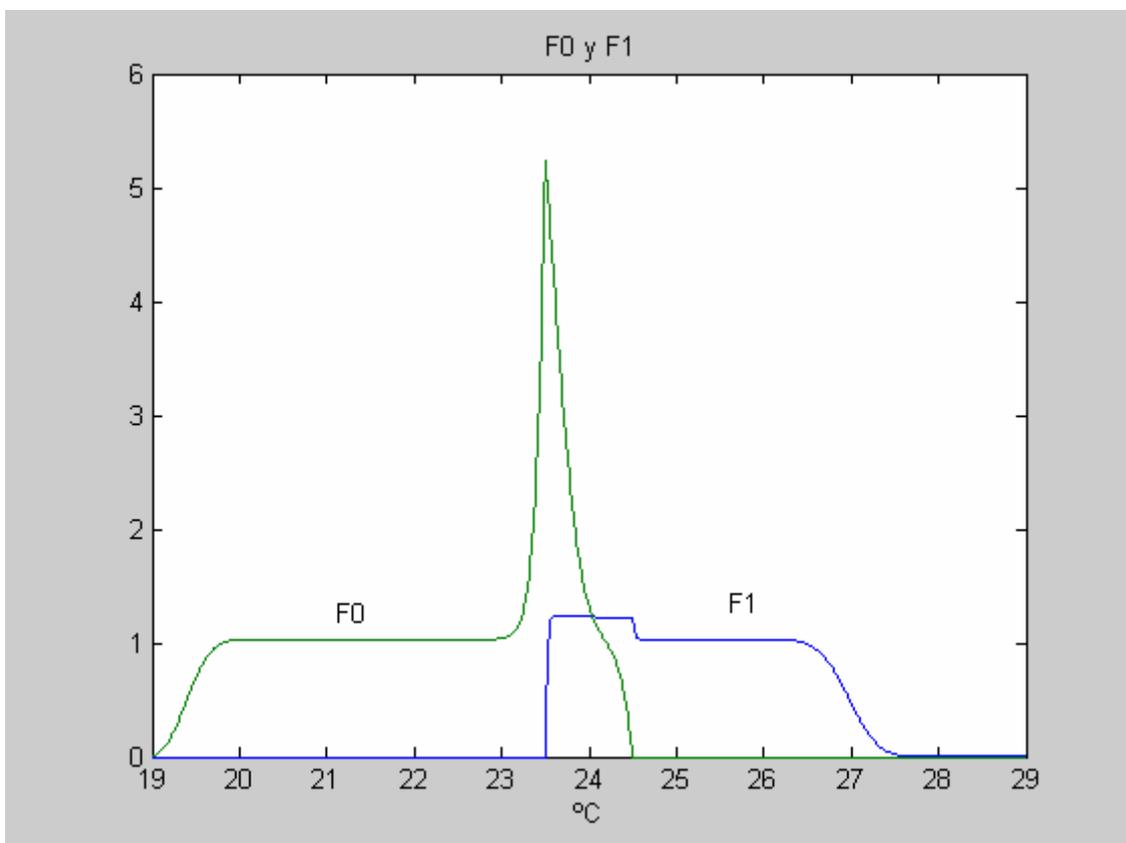


Figura 43. Funciones f_0 y f_1 en el último instante

3.3.4. Condiciones iniciales según una normal

Hemos cambiado las condiciones iniciales, para que ahora las funciones sigan una normal, tanto la función f_0 , como f_1 tienen la misma forma, ésta se muestra en la siguiente gráfica.

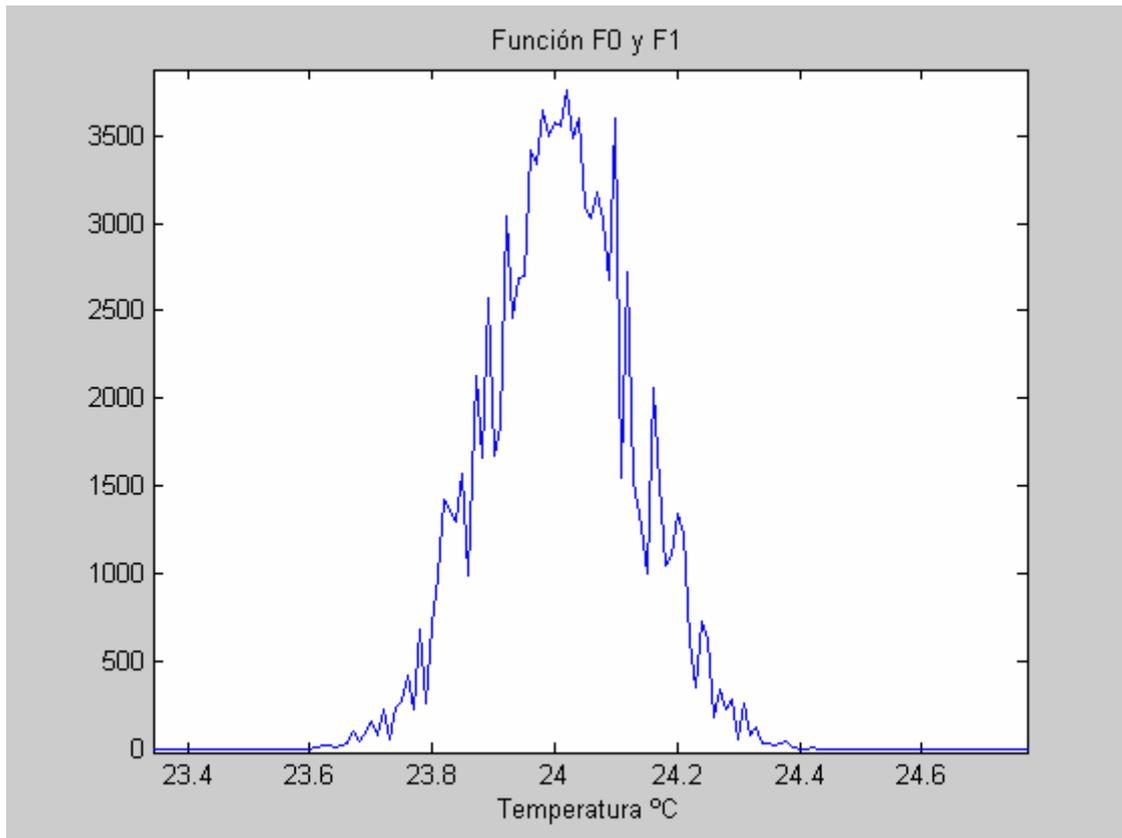


Figura 44. Condición inicial según una normal.

Como vemos en la Figura 44 la normal no es perfecta, existe un nivel de ruido, que hace que ésta se distorsione, es debido al valor de sigma promedio que hemos asignado.

Como vemos tanto en la Figura 45 como en la Figura 46, las dos funciones siguen el modelo, en la evolución de la función f_0 encontramos dos picos, el primero de ellos es debido al punto de acoplamiento que en este caso ha ido creciendo y el ancho es aproximadamente el doble.

En la evolución de la función f_1 , vemos como la densidad de probabilidad es considerablemente menor, viendo que es muy parecida a la evolución de f_1 que hemos hecho inicialmente, con las condiciones iniciales originales.

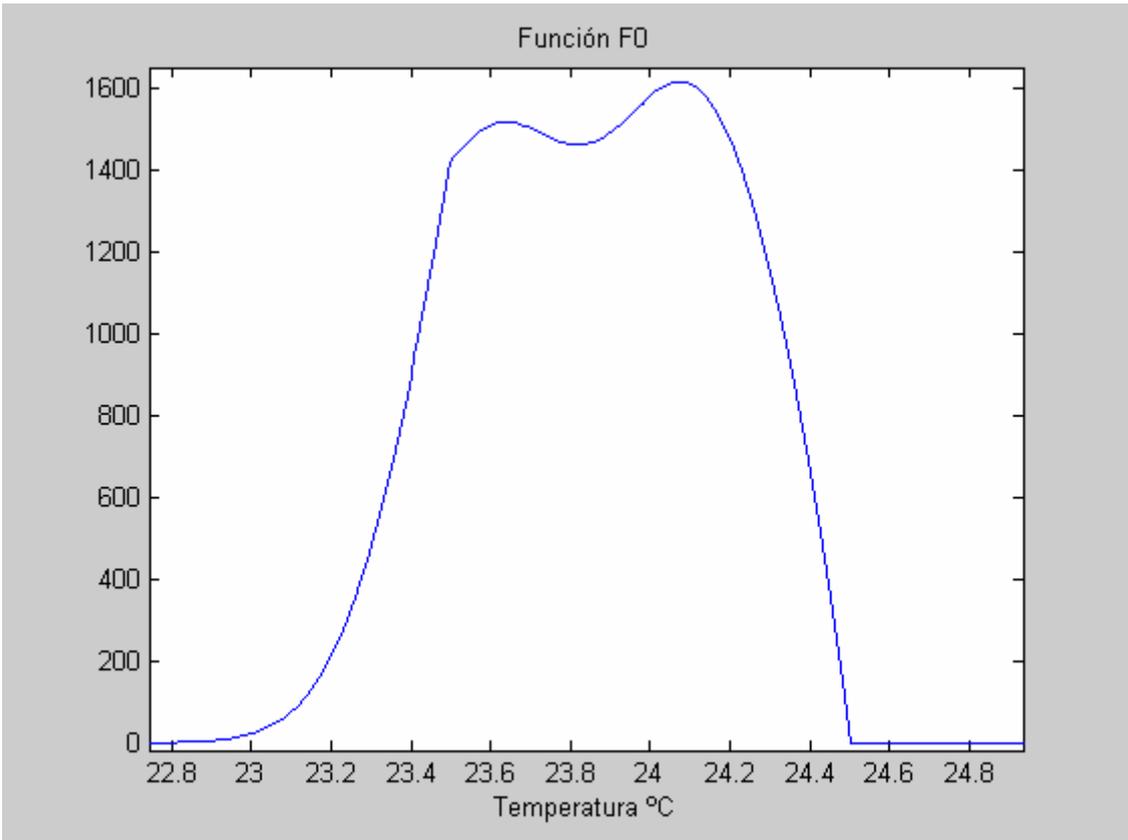


Figura 45. Evolución de f_0 en el último instante

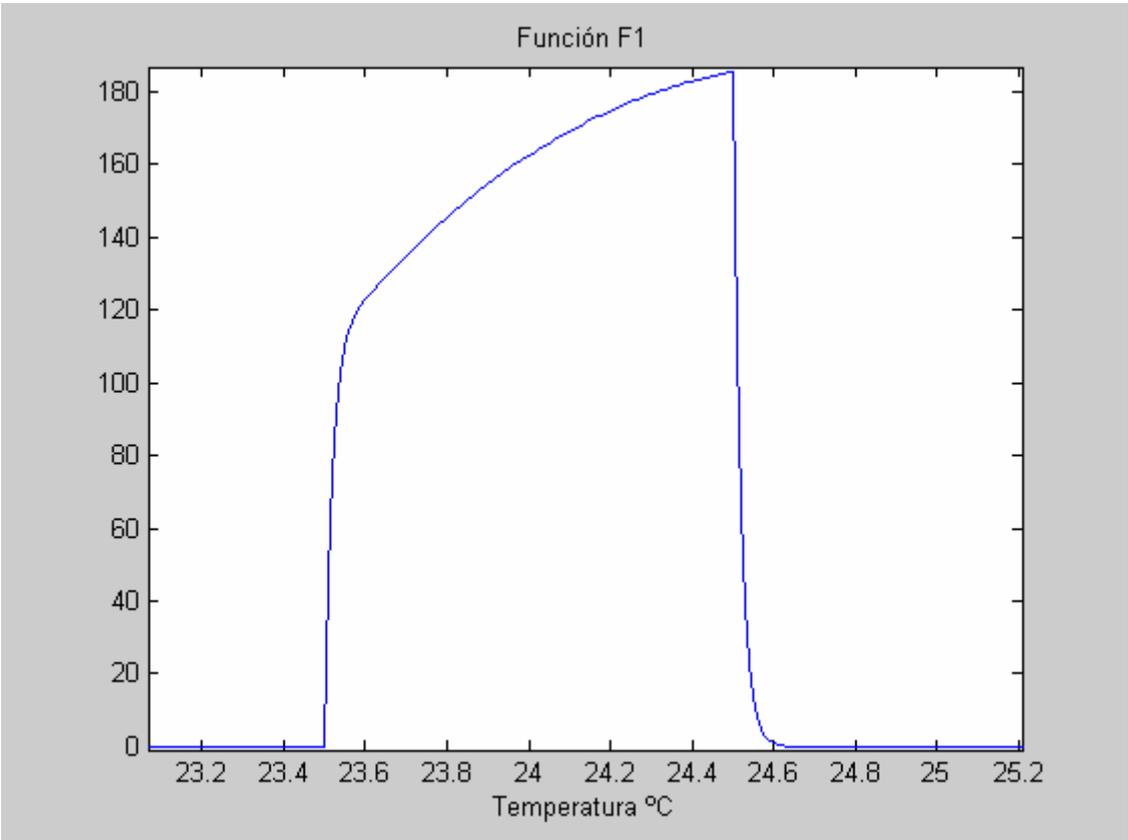


Figura 46. Evolución de f_1 en el último instante.

3.4. Modelo Bidimensional

3.4.1. Introducción

Los modelos bidimensionales se caracterizan por tener dos elementos almacenadores de energía, que es el nuevo caso. Ahora si tendremos en cuenta el almacenamiento de energía que producen las paredes exteriores que despreciamos en el primer orden pero la temperatura de los cerramientos interiores seguiremos considerándola constante.

Vamos a estudiar el modelo bidimensional, para el cual tendremos que tener en cuenta que el circuito es más complejo y por tanto su resolución, ya que hemos pasado de tener un circuito de primer orden con un solo condensador a otro circuito con dos condensadores.

Para el modelo bidimensional vamos a suponer que la variable x_3 es constante, siendo ésta la temperatura de la pared interior, a continuación se muestra el circuito del modelo bidimensional:

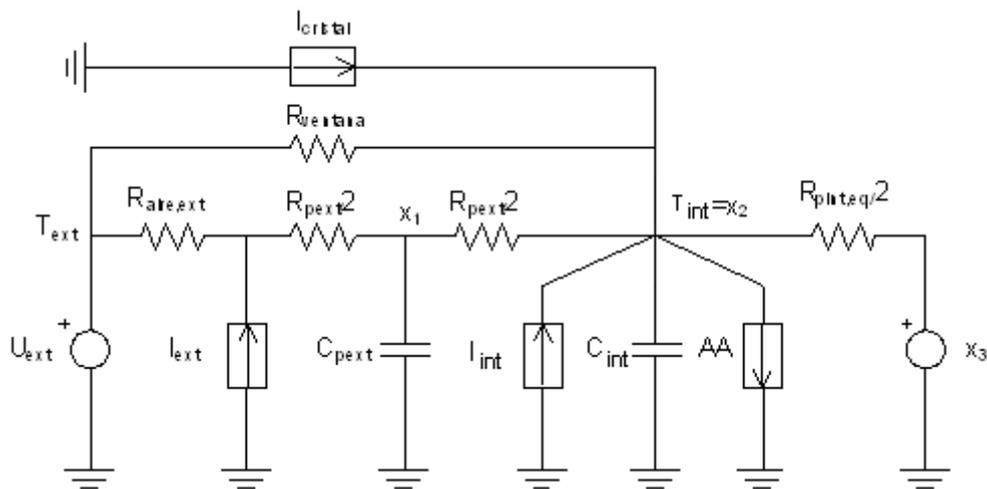


Figura 47. Circuito del Modelo Bidimensional

Seguimos sin tener en cuenta el almacenamiento de energía que producen los cerramientos de las paredes interiores, pero ese caso no vamos a estudiarlo, debido a la incapacidad de hacerlo del mismo modo que los casos unidimensional y bidimensional.

3.4.2. Obtención de ecuaciones de Fokker-Planck acopladas

La temperatura de la pared interior, que es la temperatura de los cerramientos que no dan al exterior, se encontrará entre los límites de la temperatura exterior, si la temperatura exterior, como hemos mencionado antes, tiene forma sinusoidal, la temperatura de la pared interior se encontrará entre los límites de ésta, aunque pudiendo

estar desfasada con respecto a ella, en las siguientes figuras podemos ver como dependiendo de la orientación, la temperatura de la pared interior se encuentra desfasada.

Si la vivienda se encuentra orientada a Poniente, vemos en la figura como durante toda la tarde ha ido almacenando energía y por lo tanto que por la noche hace más calor que por la mañana, que es cuando empieza a descargarse, pues es durante la noche cuando la temperatura alcanza un máximo y va cargándose, esto lo podemos comprobar en la gráfica. Si la vivienda está orientada a Levante, debido al acumulamiento de energía, la noche es más fresca y empieza a descargarse durante la mañana.

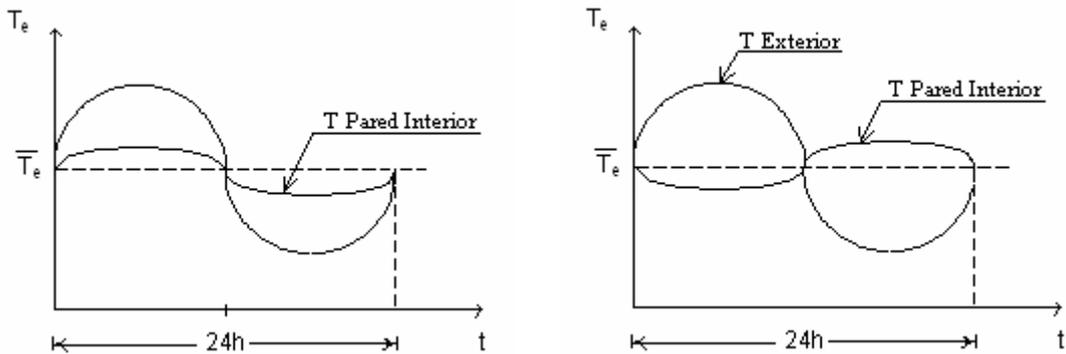


Figura 48. (a) Vivienda orientada a Poniente; (b) Vivienda orientada a Levante

El sistema del modelo bidimensional tendrá la x_3 constante y por tanto el modelo quedará:

$$\begin{pmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A_{11} & A_{12} \\ A_{21} & A_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} B_{11} & B_{12} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ B_{21} & 0 & B_{23} & B_{24} & 0 & B_{26} & B_{27} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \\ I_4 \\ I_5 \\ I_6 \\ I_7 \end{pmatrix}$$

donde:

- x_1 : Temperatura Cerramientos Exteriores
- x_2 : Temperatura Interior
- I_1 : Temperatura Exterior
- I_2 : Radiación de la Pared
- I_3 : Radiación de la ventana
- I_4 : Suma de Cargas Interiores
- I_5 : Temperatura de estancias Contiguas
- I_6 : Potencia Inicial del Aparato de Aire Acondicionado
- I_7 : Temperatura de la Pared Interior

Llamaremos f_1 a la función de densidad de probabilidad de encontrar una vivienda que tenga una temperatura determinada entre T y $T+\Delta T$ cuando el termostato del equipo se encuentra encendido ($m(t)=1$), para una temperatura dada de la pared interior; y f_0 a la función de densidad de probabilidad de encontrar una vivienda a una temperatura dada entre T y $T+\Delta T$ cuando el termostato del equipo se encuentra apagado ($m(t)=0$), para una temperatura de la pared interior dada, la cual será nuestra nueva variable.

$$f_1 = P(T \leq T_c \leq T + \Delta T / m(t) = 1)$$

$$f_0 = P(T \leq T_c \leq T + \Delta T / m(t) = 0)$$

La ecuación del sistema es:

$$\frac{\partial f}{\partial t} = -\sum_{i=1}^2 \frac{\partial(a^i \cdot f)}{\partial x_i} + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^2 c_{ij} \frac{\partial^2 f}{\partial x_i \partial x_j}$$

el coeficiente c_{ij} es una matriz de 2x2 de los coeficientes del nivel de ruido:

$$c_{ij} = \begin{pmatrix} k_1^2 & 0 \\ 0 & k_2^2 \end{pmatrix}$$

la ecuación del sistema la desdoblaremos en dos, una para cuando el termostato se encuentre encendido f_1 y otra para cuando el termostato se encuentre apagado f_0 .

$$\frac{\partial f_1}{\partial t} = -\frac{\partial(a^1 \cdot f_1)}{\partial x_1} - \frac{\partial(a^2 \cdot f_1)}{\partial x_2} + \frac{1}{2} k_1^2 \frac{\partial^2 f_1}{\partial x_1^2} + \frac{1}{2} k_2^2 \frac{\partial^2 f_1}{\partial x_2^2}$$

$$\frac{\partial f_0}{\partial t} = -\frac{\partial(a^1 \cdot f_0)}{\partial x_1} - \frac{\partial(a^2 \cdot f_0)}{\partial x_2} + \frac{1}{2} k_1^2 \frac{\partial^2 f_0}{\partial x_1^2} + \frac{1}{2} k_2^2 \frac{\partial^2 f_0}{\partial x_2^2}$$

Las ecuaciones del modelo bidimensional serán:

$$dx_1 = a_{11} \cdot x_1 \cdot dt + a_{12} \cdot x_2 \cdot dt + b_{11} \cdot I_1 \cdot dt + b_{11} \cdot \sigma_1 \cdot dw_{T1} \cdot dt + b_{12} \cdot I_2 \cdot dt$$

$$dx_2 = a_{21} \cdot x_1 \cdot dt + a_{22} \cdot x_2 \cdot dt + b_{21} \cdot I_1 \cdot dt + b_{23} \cdot I_3 \cdot dt + b_{24} \cdot I_4 \cdot dt + b_{24} \cdot \sigma_2 \cdot dw_{T2} \cdot dt + b_{26} \cdot I_6 \cdot m(t) \cdot dt + b_{27} \cdot I_7 \cdot dt$$

donde las expresiones de los coeficientes para las dos funciones serán las que se muestran a continuación, teniendo una para la expresión de la variable x_1 y dos para la variable x_2 , una cuando $m(t)=0$ y otra para cuando $m(t)=1$:

$$a^1 = a_{11} \cdot x_1 + a_{12} \cdot x_2 + b_{11} \cdot I_1 + b_{12} \cdot I_2$$

$$a_0^2 = a_{21} \cdot x_1 + a_{22} \cdot x_2 + b_{21} \cdot I_1 + b_{23} \cdot I_3 + b_{24} \cdot I_4 + b_{27} \cdot I_7$$

$$a_1^2 = a_{21} \cdot x_1 + a_{22} \cdot x_2 + b_{21} \cdot I_1 + b_{23} \cdot I_3 + b_{24} \cdot I_4 + b_{26} \cdot I_6 + b_{27} \cdot I_7$$

Las condiciones de contorno o ecuaciones de acoplamiento son:

$$\left. \frac{\partial f_1}{\partial x_2} \right|_{x_T + \Delta x^-} + \left. \frac{\partial f_0}{\partial x_2} \right|_{x_T + \Delta x^-} = - \left. \frac{\partial f_1}{\partial x_2} \right|_{x_T + \Delta x^+}$$

$$\left. \frac{\partial f_1}{\partial x_2} \right|_{x_T - \Delta x^+} + \left. \frac{\partial f_0}{\partial x_2} \right|_{x_T - \Delta x^+} = - \left. \frac{\partial f_0}{\partial x_2} \right|_{x_T - \Delta x^-}$$

Estas son similares a las del modelo elemental, debido a que los puntos de acoplamiento sólo dependen de la variable x_2 (temperatura interior), pero aunque en este caso tendremos una variable más x_1 , ésta la vamos a mantener constante (temperatura de cerramientos exteriores) a lo largo de cada uno de sus puntos, $x_1 + j \cdot \Delta x_1$, siendo j todos los puntos del intervalo de la variable x_1 . Por lo tanto las ecuaciones del primer y segundo orden no variarán con respecto a la variables x_1 .

La siguiente condición de contorno, expresa que la suma de la probabilidad de las dos funciones de densidad debe ser uno, también es similar al caso elemental.

$$\int_{-\infty}^{\infty} f_1 dx + \int_{-\infty}^{\infty} f_0 dx = 1$$

3.5. Metodología de Implementación: Aproximación por Diferencias Finitas para modelo de Segundo Orden

3.5.1. Desarrollo Teórico

Con este método podemos calcular las funciones de densidad después de un determinado tiempo ($t+\Delta t$), en función de las funciones de densidad anteriores, que estarán expresadas en un determinado tiempo (t) anterior.

Para el caso bidimensional necesitaremos saber cinco funciones de densidad en t para poder obtener con ellas la función de densidad en $(t+\Delta t)$, como dijimos anteriormente éste será el Método Explícito.

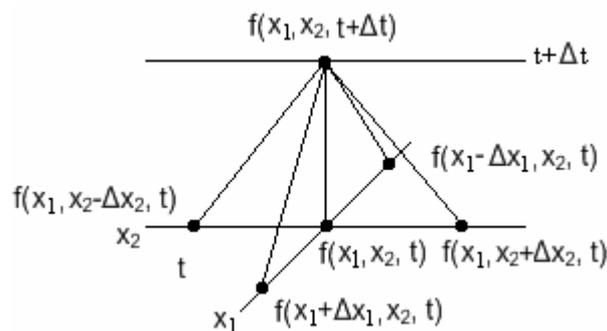


Figura 49. Comportamiento del Método Explícito para el modelo bidimensional

Vamos a hacer una ilustración gráfica para una mejor comprensión del esquema que vamos a seguir y lo mostraremos con el siguiente dibujo. El rango de temperaturas para la variable x_2 , irá desde Temperatura del termostato más el rango del intervalo hasta temperatura menos intervalo.

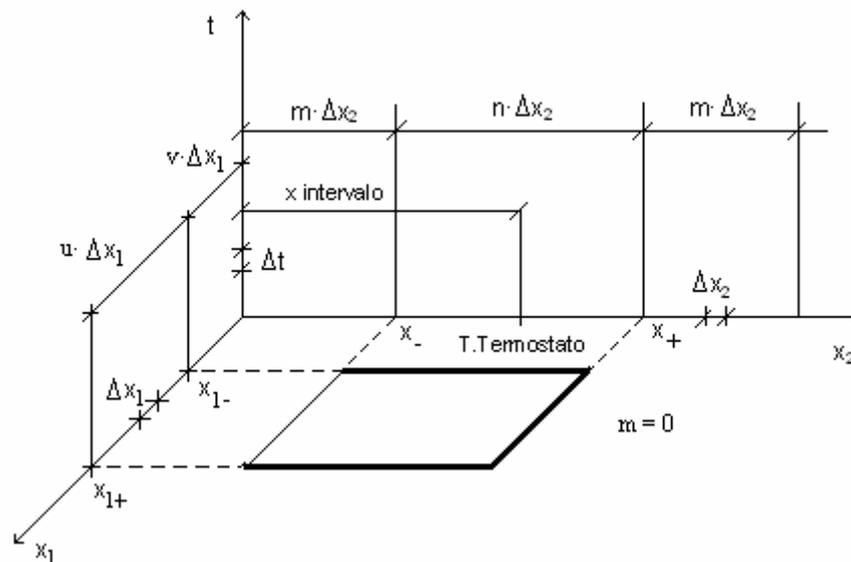


Figura 50. Ilustración de los intervalos de temperatura y tiempo para $m=0$

Para la variable x_1 el rango de temperaturas va desde una temperatura inicial de 19° , hasta una temperatura final de 29° , las cuales nunca superarán los límites inferior y superior de la temperatura exterior. Después de recorrer las variables x_1 y x_2 para un t determinado, lo haremos para diferentes Δt .

En la figura anterior encontramos las condiciones de frontera cuando el termostato se encuentra apagado, $m=0$. Definiremos la función de densidad en las líneas frontera, las cuales están dibujadas más gruesas. La probabilidad de encontrar una vivienda con el termostato apagado y con la temperatura interior por encima de la temperatura del termostato es nula, por tanto no tendrá sentido que definamos la función de densidad por encima de este punto, que para este caso será una línea a partir del punto x_+ , ya que estudiaremos todos los puntos de x_2 para cada punto de x_1 . La línea más fina, será la línea de acoplamiento para la función f_0 , donde definiremos las ecuaciones de acoplamiento.

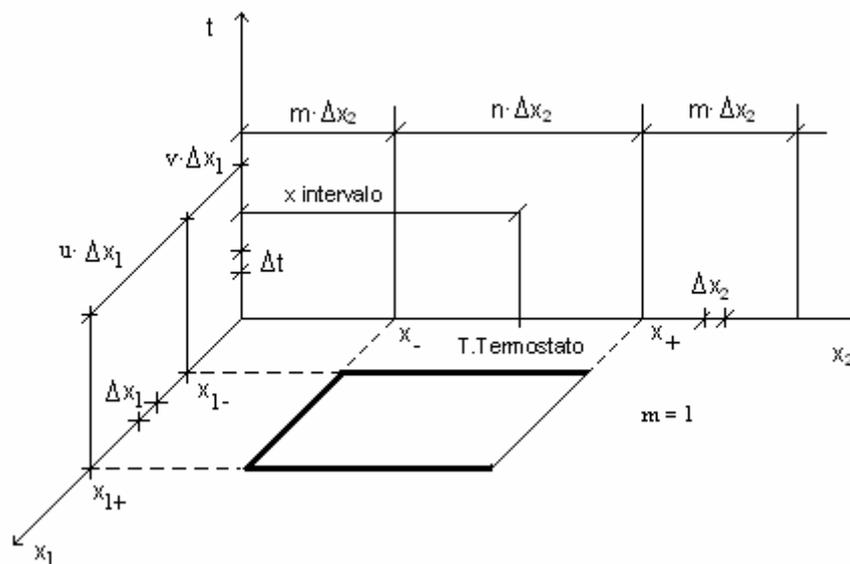


Figura 51. Ilustración de los intervalos de temperatura y tiempo para $m=1$

Como vemos en la figura anterior, la ilustración se refiere cuando el termostato se encuentra encendido y como explicamos anteriormente, la probabilidad de encontrar una vivienda con el termostato encendido y que su temperatura está por debajo de los límites del intervalo, estando éste encendido es nula. La línea de acoplamiento para la función f_1 es la línea que parte del punto x_+ . En las zonas alrededor de las líneas gruesas la función de densidad será cero.

La función de densidad toma la forma para f_0 :

$$\begin{aligned} \frac{f_0(x_1, x_2, t + \Delta t) - f_0(x_1, x_2, t)}{\Delta t} = & - \frac{a^1(x_1 + \Delta x_1, x_2, t) \cdot f_0(x_1 + \Delta x_1, x_2, t) - a^1(x_1, x_2, t) f_0(x_1, x_2, t)}{\Delta x_1} - \\ & - \frac{a^2(x_1, x_2 + \Delta x_2, t) \cdot f_0(x_1, x_2 + \Delta x_2, t) - a^2(x_1, x_2, t) f_0(x_1, x_2, t)}{\Delta x_2} + \\ & + \frac{1}{2} k_1^2 \frac{f_0(x_1 + \Delta x_1, x_2, t) - 2 \cdot f_0(x_1, x_2, t) + f_0(x_1 - \Delta x_1, x_2, t)}{\Delta x_1^2} + \\ & + \frac{1}{2} k_2^2 \frac{f_0(x_1, x_2 + \Delta x_2, t) - 2 \cdot f_0(x_1, x_2, t) + f_0(x_1, x_2 - \Delta x_2, t)}{\Delta x_2^2} \end{aligned}$$

Y para la función f_1 :

$$\begin{aligned} \frac{f_1(x_1, x_2, t + \Delta t) - f_1(x_1, x_2, t)}{\Delta t} = & - \frac{a^1(x_1 + \Delta x_1, x_2, t) \cdot f_1(x_1 + \Delta x_1, x_2, t) - a^1(x_1, x_2, t) f_1(x_1, x_2, t)}{\Delta x_1} - \\ & - \frac{a^2(x_1, x_2 + \Delta x_2, t) \cdot f_1(x_1, x_2 + \Delta x_2, t) - a^2(x_1, x_2, t) f_1(x_1, x_2, t)}{\Delta x_2} + \\ & + \frac{1}{2} k_1^2 \frac{f_1(x_1 + \Delta x_1, x_2, t) - 2 \cdot f_1(x_1, x_2, t) + f_1(x_1 - \Delta x_1, x_2, t)}{\Delta x_1^2} + \\ & + \frac{1}{2} k_2^2 \frac{f_1(x_1, x_2 + \Delta x_2, t) - 2 \cdot f_1(x_1, x_2, t) + f_1(x_1, x_2 - \Delta x_2, t)}{\Delta x_2^2} \end{aligned}$$

Las ecuaciones que definen el acoplamiento, como vemos a continuación, dependen sólo de la variable x_2 , pues supondremos que la variable x_1 no cambia durante el recorrido de la variable x_2 , y tendremos que recorrer los j intervalos de la variable x_1 .

Por tanto las ecuaciones de acoplamiento entre las dos funciones son las siguientes:

$$\begin{aligned} \frac{f_0(x_1 + j\Delta x_1, x_- + \Delta x, t) - f_0(x_1 + j\Delta x_1, x_-, t)}{\Delta x_2} + \frac{f_1(x_1 + j\Delta x_1, x_- + j\Delta x, t) - f_1(x_1 + j\Delta x_1, x_-, t)}{\Delta x_2} = \\ = \frac{f_0(x_1 + j\Delta x_1, x_-, t) - f_0(x_1 + j\Delta x_1, x_- - j\Delta x, t)}{\Delta x_2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{f_1(x_1 + j\Delta x_1, x_+ + \Delta x, t) - f_1(x_1 + j\Delta x_1, x_+ + \Delta x, t)}{\Delta x_2} + \frac{f_0(x_1 + j\Delta x_1, x_+ + \Delta x, t) - f_0(x_1 + j\Delta x_1, x_+ - \Delta x, t)}{\Delta x_2} = \\ = \frac{f_1(x_1 + j\Delta x_1, x_+ + \Delta x, t) - f_1(x_1 + j\Delta x_1, x_+, t)}{\Delta x_2} \end{aligned}$$

Despejamos estas ecuaciones para obtener el punto en el que nos interesa conocer ese acoplamiento, obtenemos:

$$f_0(x_1 + \Delta x_1, x_-, t) = \frac{1}{2} \left[\begin{array}{l} f_0(x_1 + \Delta x_1, x_- - \Delta x, t) + f_0(x_1 + \Delta x_1, x_- + \Delta x, t) + f_1(x_1 + \Delta x_1, x_- + \Delta x, t) - \\ - f_1(x_1 + \Delta x_1, x_-, t) \end{array} \right]$$

$$f_1(x_1 + \Delta x_1, x_-, t) = \frac{1}{2} \left[\begin{array}{l} f_1(x_1 + \Delta x_1, x_+ + \Delta x, t) + f_1(x_1 + \Delta x_1, x_+ - \Delta x, t) + f_0(x_1 + \Delta x_1, x_- - \Delta x, t) - \\ - f_0(x_1 + \Delta x_1, x_+, t) \end{array} \right]$$

3.5.2. Implementación Práctica

Como hicimos inicialmente en el modelo unidimensional, las condiciones iniciales que vamos a definir inicialmente son **Uniformes**.

Vamos a definir el instante inicial, para $t = 0$ para las dos funciones f_0 y f_1 , lo vamos a definir por tramos tanto para la variable x_1 , como para la variable x_2 . Para la variable x_2 , la función f_1 tiene su punto de acoplamiento en x_+ , y la función f_0 lo tiene en x_- .

Para la variable x_1 , definiremos las dos funciones desde una temperatura inicial de 19°C hasta una temperatura final de 29°C , definiendo un tramo definido por los puntos x_{1-} y x_{1+} , que son los puntos extremos hasta donde podrá llegar la temperatura de los cerramientos interiores, ya que en ningún caso podría superar los extremos de la variable x_1 , que sería la temperatura exterior.

Como vimos en las ilustraciones anteriores, en el recinto formado por las líneas de acoplamiento y el tramo central de la variable x_1 , definiremos las funciones como unidad, siendo el resto igual a cero. Vamos a definir las mismas condiciones iniciales, tanto para $m = 0$, como para $m = 1$.

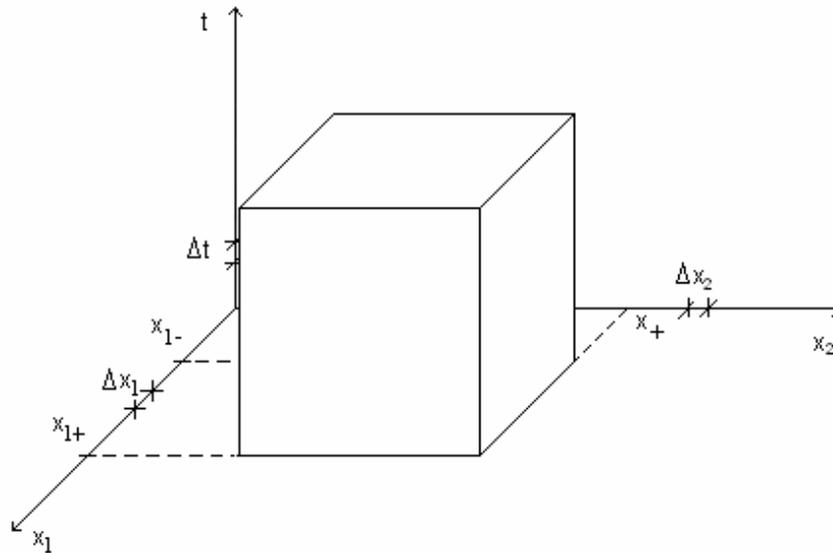


Figura 52. Condiciones iniciales para f_0 y f_1 .

3.5.3. Resultados. Ejemplo:

Vamos a particularizar para un caso en concreto:

Temperatura del Termostato: 24°C

Banda muerta: 0.5°C

Temperatura mínima del intervalo temperatura interior: 19°C

Temperatura máxima del intervalo temperatura interior: 29°C

Temperatura mínima del intervalo temperatura cerramientos: 20°C

Temperatura máxima del intervalo temperatura cerramientos: 35°C

Intervalo de simulación: 0.1 segundos

Como demostramos en el modelo unidimensional, el valor del nivel de ruido afecta considerablemente al modelo, en este caso el nivel de ruido afecta a las dos ecuaciones del modelo:

$$dx_1 = a_{11} \cdot x_1 \cdot dt + a_{12} \cdot x_2 \cdot dt + b_{11} \cdot I_1 \cdot dt + b_{11} \cdot \sigma_1 \cdot dw_{T1} \cdot dt + b_{12} \cdot I_2 \cdot dt$$

$$dx_2 = a_{21} \cdot x_1 \cdot dt + a_{22} \cdot x_2 \cdot dt + b_{21} \cdot I_1 \cdot dt + b_{23} \cdot I_3 \cdot dt + b_{24} \cdot I_4 \cdot dt + b_{24} \cdot \sigma_2 \cdot dw_{T2} \cdot dt + b_{26} \cdot I_6 \cdot m(t) \cdot dt + b_{27} \cdot I_7 \cdot dt$$

Por tanto tenemos que elegir un valor para este nivel de ruido, con el cual podamos simular las dos funciones siguiendo el modelo y evolucionar normalmente. Hemos elegido unos niveles tales como:

$$\sigma_1 = 155000 \frac{J}{\sqrt{\text{min}}}$$

$$\sigma_2 = 155000 \frac{J}{\sqrt{\text{min}}}$$

$$k_1 = (\sigma_1 \cdot b_{11})^2 \quad \text{°C}^2/\text{min}$$

$$k_2 = (\sigma_2 \cdot b_{24})^2 \quad \text{°C}^2/\text{min}$$

- Tiempo de simulación: 10 segundos

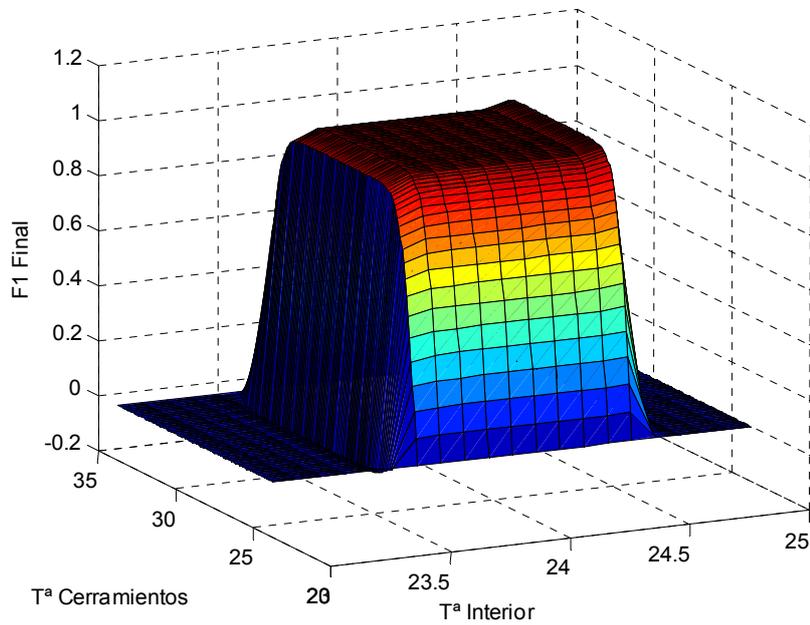


Figura 53. Evolución de f_1 en el instante final, con una simulación de $t=10s$

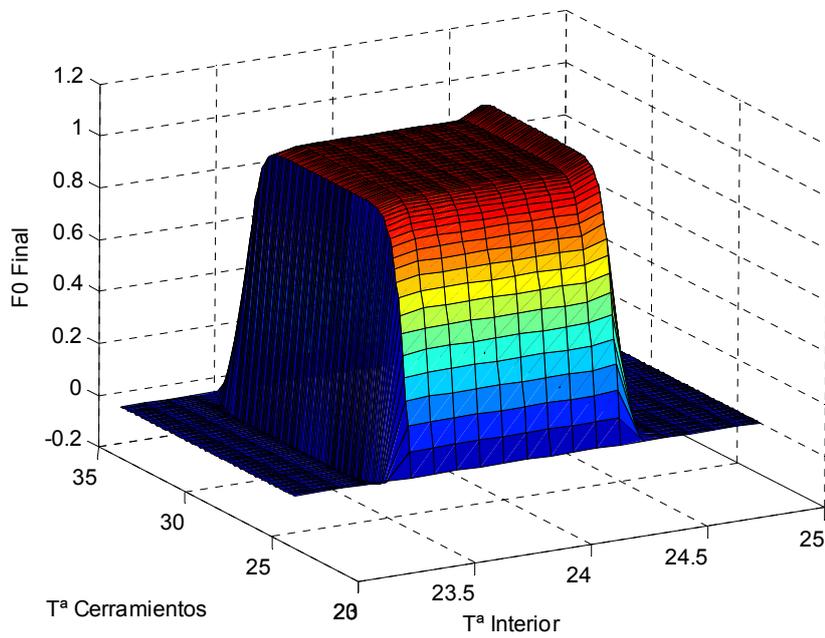


Figura 54. Evolución de f_0 en el último instante, para $t=10s$

- Tiempo de simulación = 100s

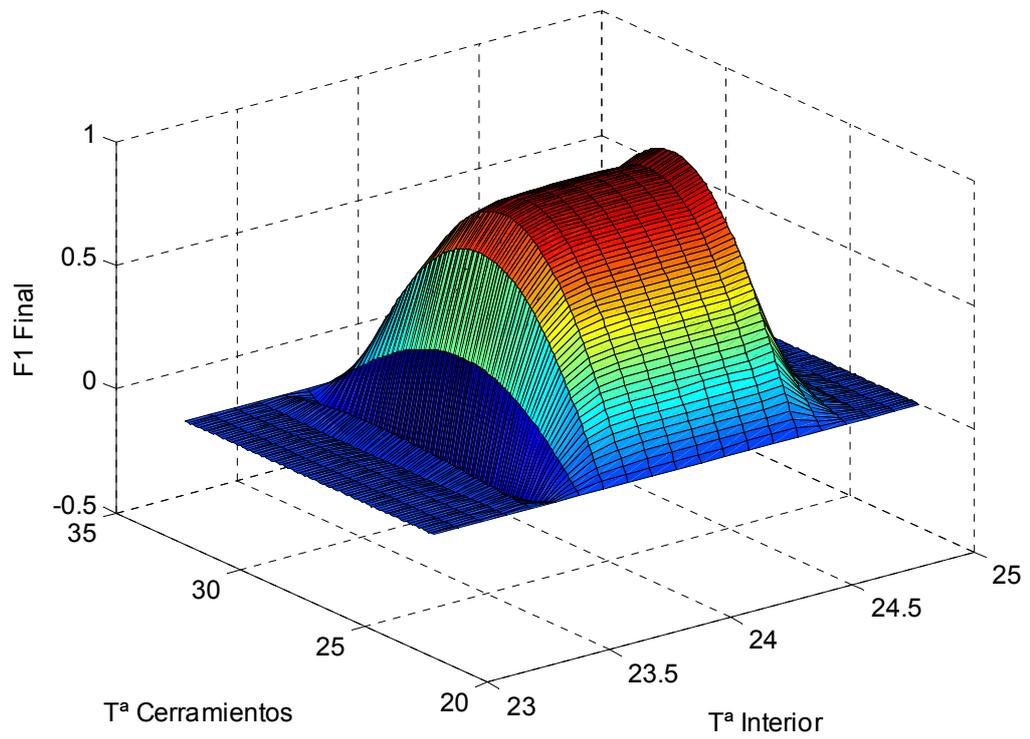


Figura 55. Evolución de f_1 en el último instante, para $t=100s$

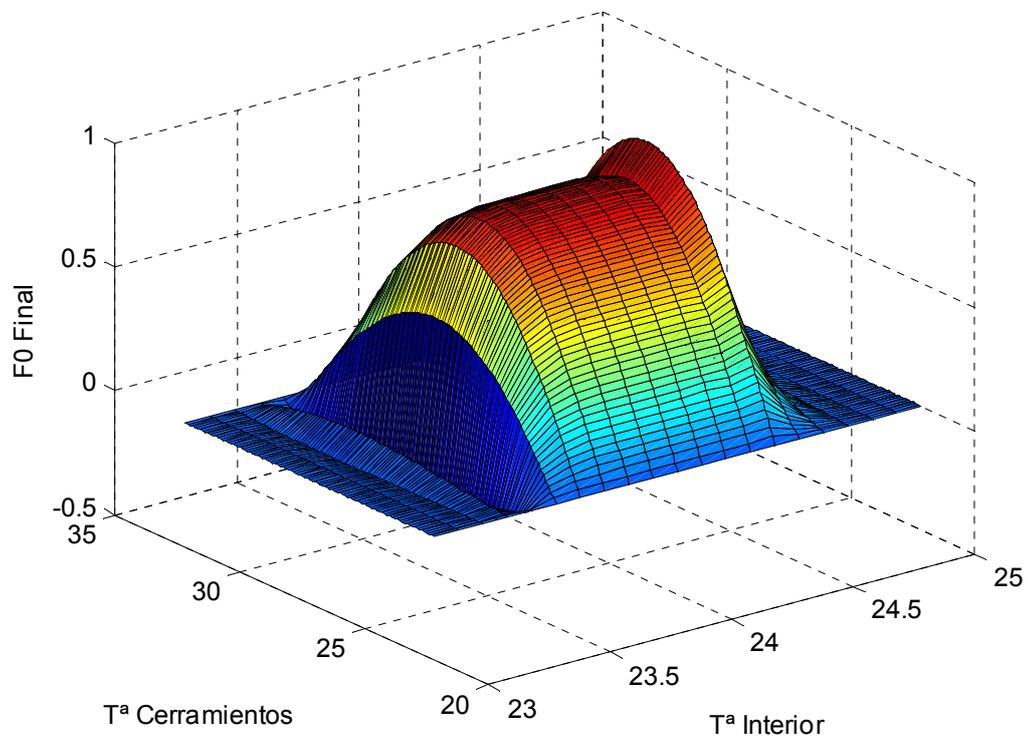


Figura 56. Evolución de f_0 en el último instante, para $t=100s$

3.6. Estudio de modificación de parámetros

3.6.1. Condiciones según una variable normal

Vamos a modificar las condiciones iniciales, para ver como influye este parámetro en el modelo bidimensional. Lo hemos simulado en las mismas condiciones, sólo hemos variado las condiciones iniciales.

- Tiempo de simulación $t = 10s$

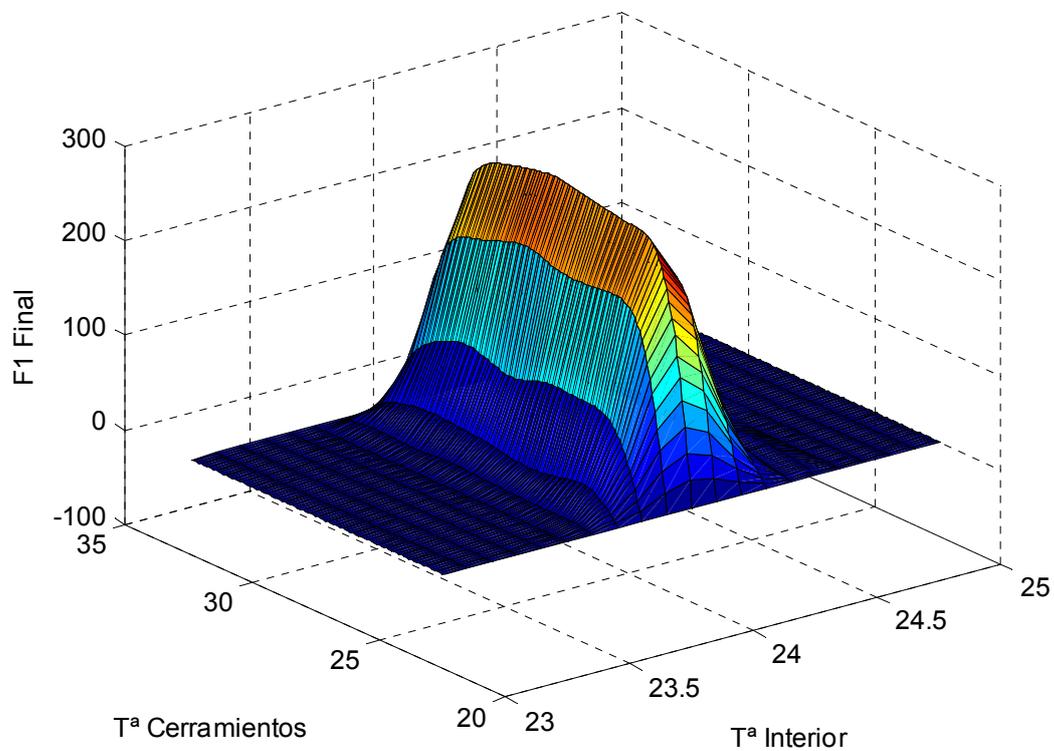


Figura 57. Evolución de $f1$ según una normal en el último instante, para $t=10s$

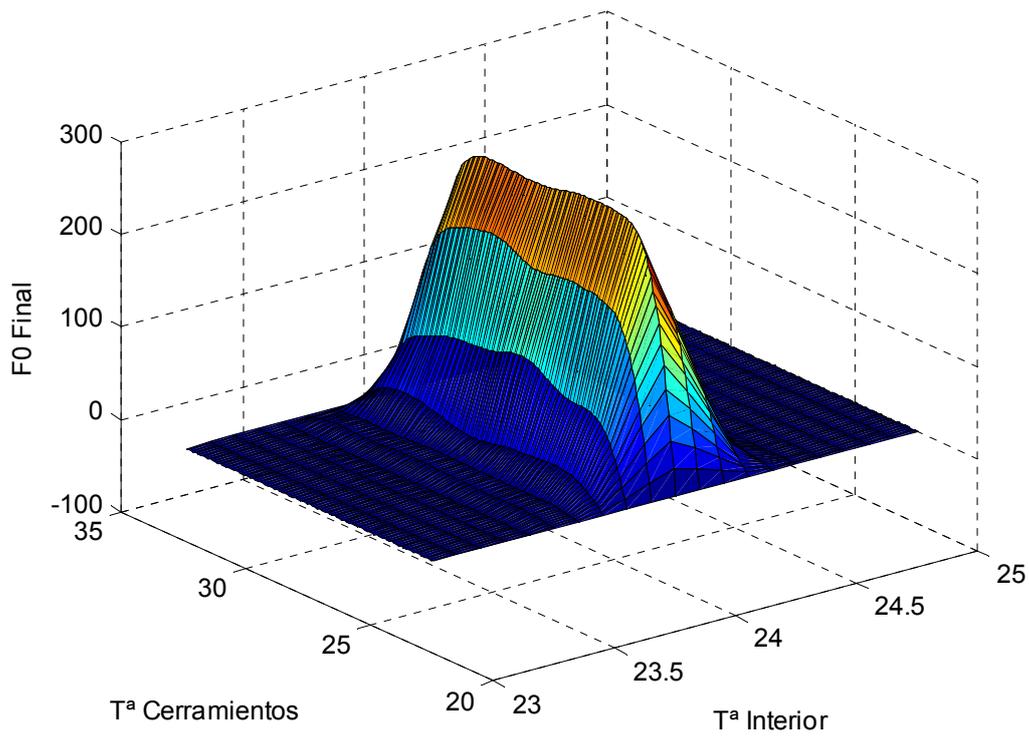


Figura 58. Evolución de f_0 según una normal en el último instante, para $t = 10s$

- Tiempo de simulación $t = 100s$

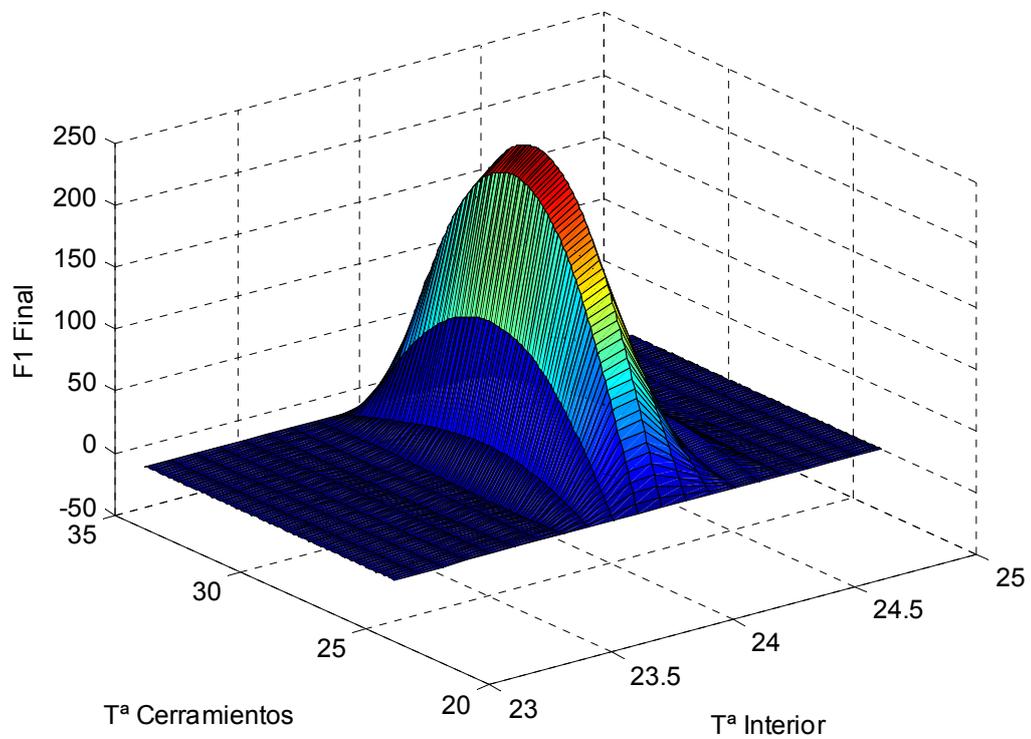


Figura 59. Evolución de f_1 según una normal, en el último instante, para $t = 100s$

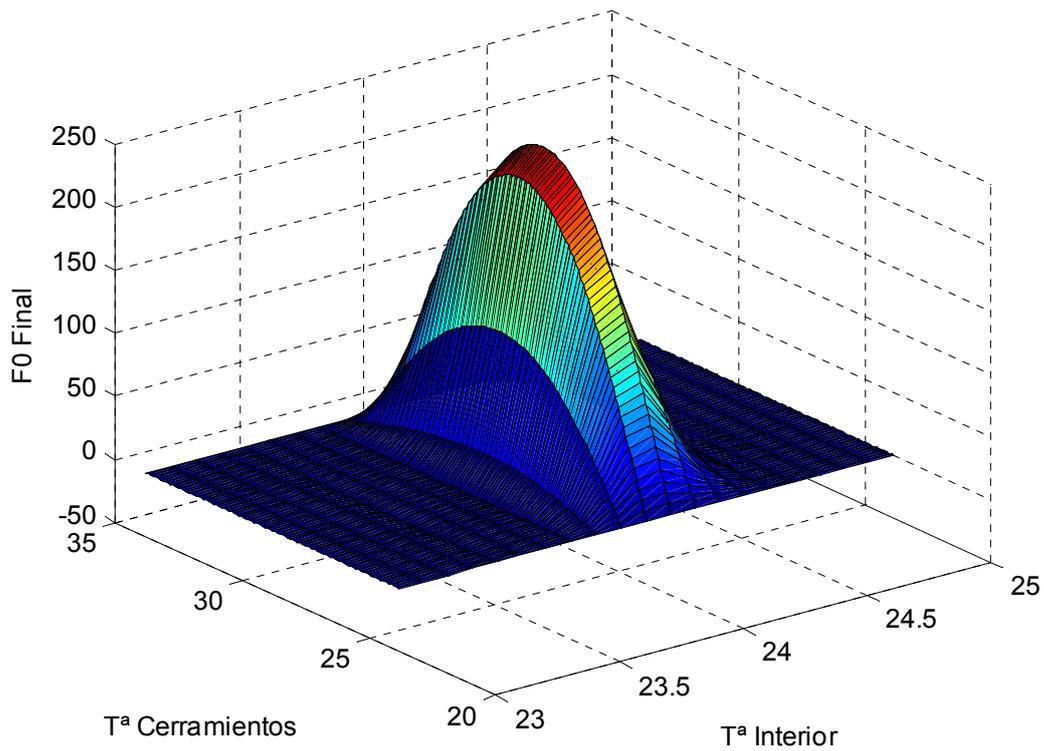


Figura 60. Evolución de f_0 , según una normal, en el último instante, para $t = 100s$

3.6.2. Variación del nivel de ruido con condiciones iniciales según una normal

Con las condiciones iniciales anteriores, vamos a disminuir los valores del nivel de ruido y lo haremos disminuyendo los valores de sigma en un 10%, pasando a tener unos valores de :

$$\sigma_1 = 15500 \frac{J}{\sqrt{\text{min}}}$$

$$\sigma_2 = 15500 \frac{J}{\sqrt{\text{min}}}$$

- Tiempo de simulación 10s

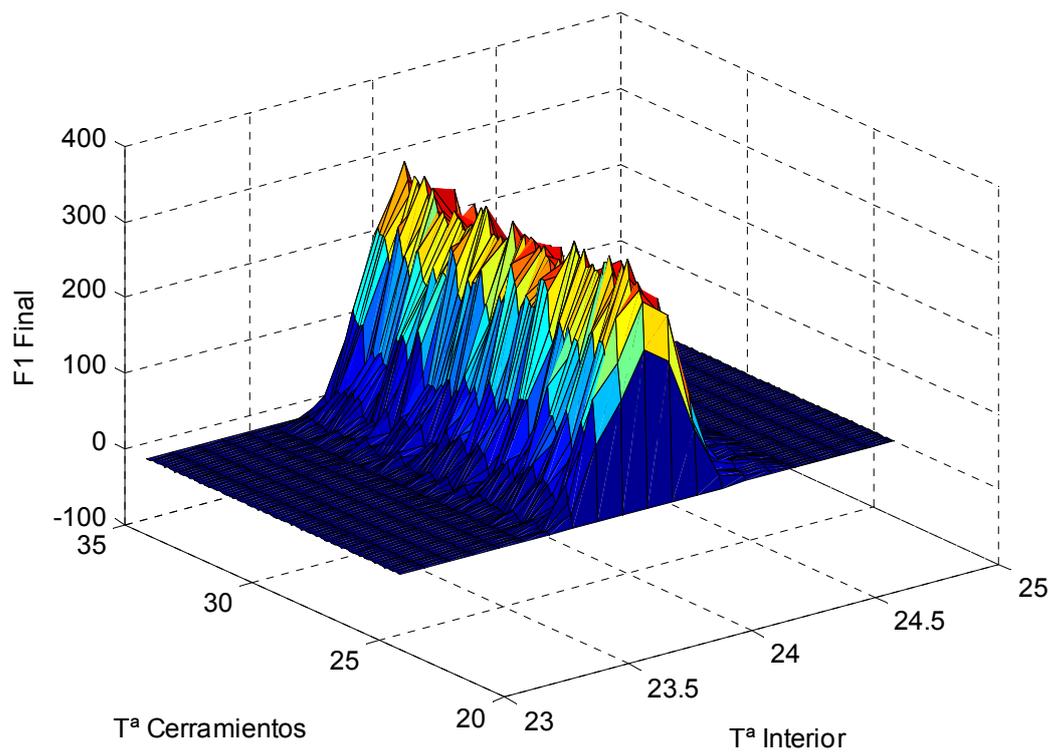


Figura 61. Evolución de $f1$ en el último instante para los dos valores de $\sigma = 15500J/min^{0.5}$

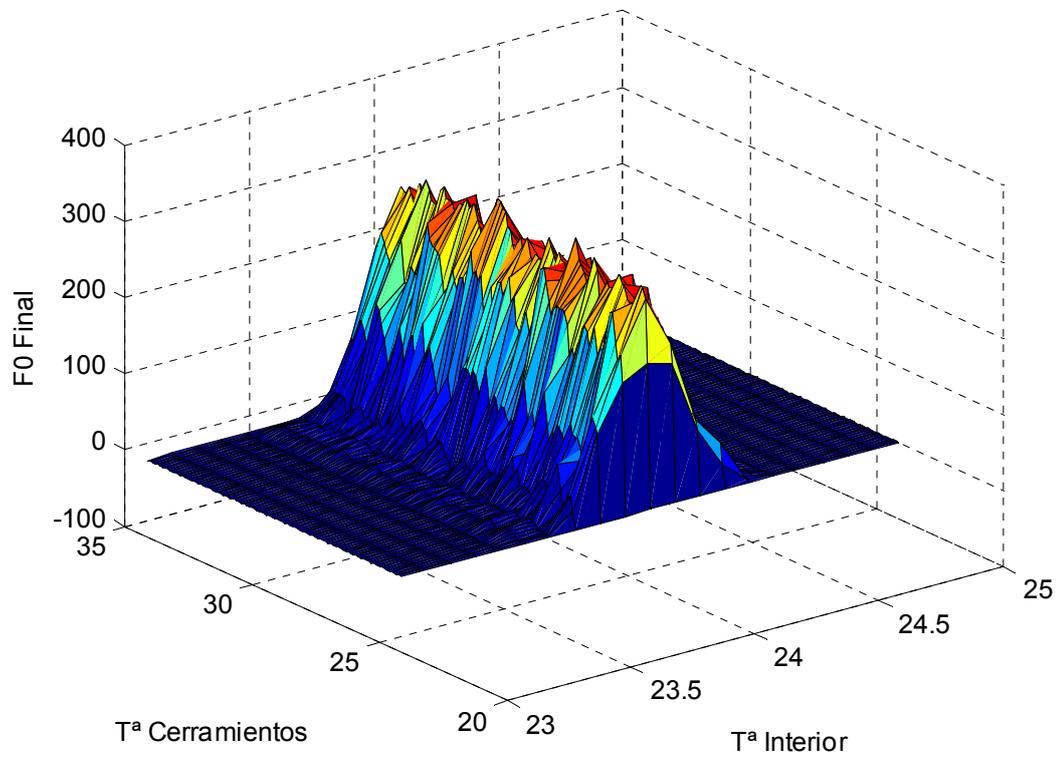


Figura 62. Evolución de $f0$ en el último instante para los dos valores de $\sigma = 15500J/min^{0.5}$

- Tiempo de simulación $t = 100s$

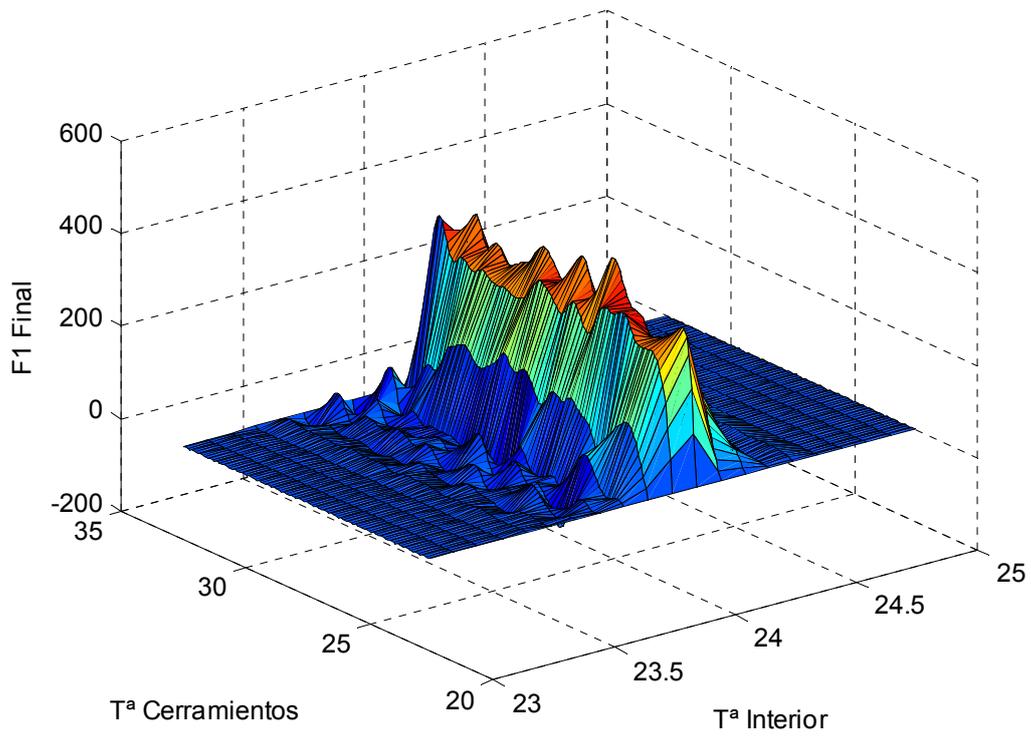


Figura 63. Evolución de $f1$ para $\sigma = 15500J/\sqrt{\text{min}}$ para $t = 100s$

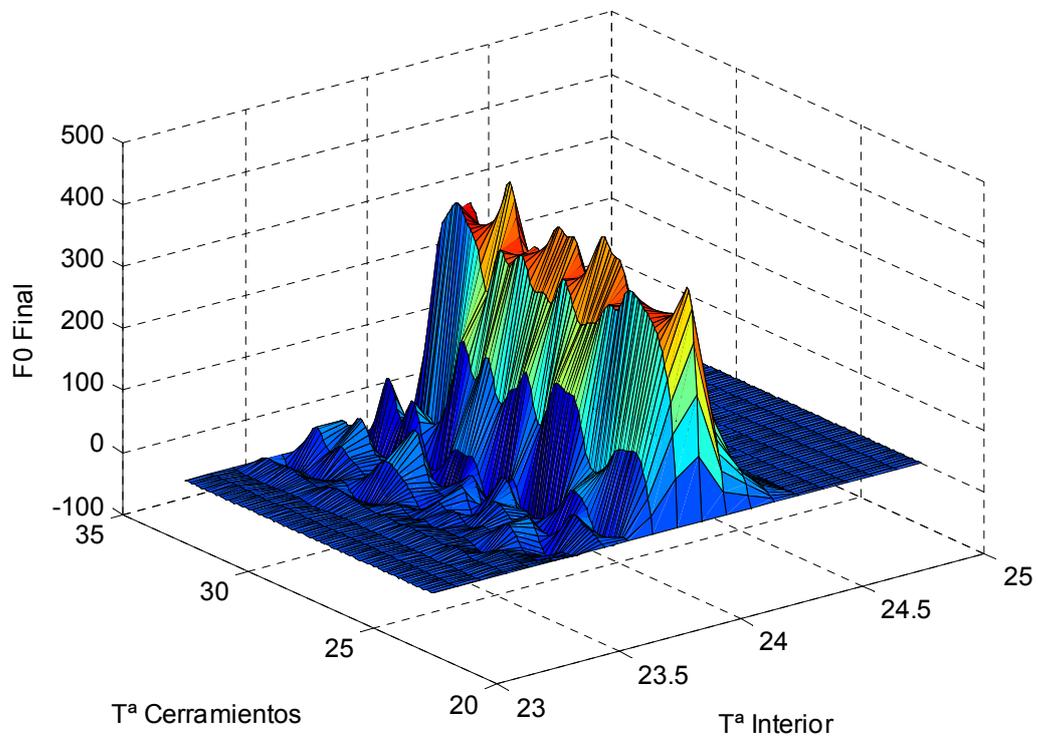


Figura 64. Evolución de $f0$ para $\sigma = 15500J/\sqrt{\text{min}}$ para $t = 100s$

4. Conclusiones

Esta metodología permite simular los cambios de comportamiento ocasionados no sólo por la variabilidad de las entradas sino también por alteraciones de los parámetros internos del sistema en el que transcurre el proceso.

En el modelado de los datos del equipo y del COP en el equipo de climatización, encontramos un problema al formar la matriz de la potencia y el COP. Sólo pudimos ordenar la tabla según la capacidad de potencia de menor a mayor, pues en el script se compara la capacidad de potencia del equipo con la potencia de refrigeración, para elegir el equipo apropiado para la estancia. Al no variar el COP asociado a cada una de las potencias en forma lineal, cuando ordenamos la matriz según la potencia consumida el programa podía no elegir una capacidad de potencia correcta pues podíamos encontrar alguna menor para una potencia consumida mayor, así que decidimos ordenarlo por la capacidad de potencia, porque así desaparecía el problema.

El modelado de las viviendas obtenido ha sido satisfactorio, pudiendo comprobar en las gráficas como la temperatura interior simulada, sigue un comportamiento parecido dentro de unos límites a la temperatura interior real.

Como comentamos en el capítulo correspondiente, el nivel de ruido si que influía considerablemente. Como pudimos ver en las gráficas que adjuntamos el modelo se sigue sólo en un rango de este nivel de ruido, y tanto por debajo del valor menor del

intervalo para este caso concreto que hemos utilizado es de $30000 \frac{J}{\sqrt{t}}$ como por encima un valor de $158000 \frac{J}{\sqrt{t}}$, el modelo presenta resultados no coherentes y no sigue las pautas indicadas.

Al variar la desviación típica, demostramos que en la carga interior apenas influía en nada, dado que sus gráficas parecían aleatorias, sin que siguiesen ningún tipo de modelo. Pero en la temperatura interior vemos que conforme la desviación típica baja la simulación de la temperatura es más nítida, aunque dentro de unos límites sigue con el modelo, en el momento en el que varía en exceso éste puede afectar tanto que la temperatura ya no siga el modelo.

Por tanto uno de los parámetros que más afectaban al modelo es nivel de ruido y la desviación típica, que siendo de un valor medio, ambos siguen perfectamente el modelo.

La condición inicial que hemos tenido en cuenta en primer lugar ha sido haciendo, las funciones de densidad unidad y como vimos en las gráficas los modelos evolucionan de forma bastante semejante a su comportamiento teórico.

Hemos ido variando las condiciones iniciales, para ver su influencia en el comportamiento de la simulación y podemos comprobar como han seguido el modelo dentro de unos límites, pues hemos encontrado unos picos en los puntos de

acoplamiento que han definido en consideración la evolución de los modelos. Aunque unos afectasen en mayor medida que otros.

Al considerar como condición inicial según una normal, vemos que si han seguido los modelos las dos evoluciones de las funciones de densidad, siendo bastante cercano a la evolución teórica. Partiendo de que en este caso el nivel de ruido afecta en mayor medida, en el momento inicial, tiene una buena evolución.

Por tanto, podemos deducir que la variación de las condiciones iniciales afecta a las evoluciones de las funciones de densidad, pero al haber tenido en cuenta tantas simplificaciones y métodos de aproximación debemos tener en cuenta que no varían en gran medida y la evolución del último instante es bastante parecida en los diferentes casos.

Las ecuaciones de Fokker-Planck son de difícil resolución debido a su acoplamiento y deben ser resueltas simultáneamente. Hemos utilizado para la resolución de estas ecuaciones diferenciales, la aproximación del Método de Elementos Finitos, ya que simplifica sobremanera la resolución. Hemos aplicado este método en primer lugar al modelo unidimensional y posteriormente lo hemos extendido a un segundo orden, no hemos llegado a estudiar el tercer orden, debido a la imposibilidad de visualizar gráficamente los resultados, ya que las funciones f_0 y f_1 dependen de tres variables de estado y junto con la variable temporal, nos encontraríamos finalmente con cuatro variables. Debido a la claridad de la visualización de los resultados gráficamente hemos terminado el estudio en el segundo orden.

Hemos podido comprobar, como ya hicimos en el caso del modelo unidimensional, que en el modelo bidimensional las condiciones iniciales afectan a la evolución final de las funciones de densidad. Vemos como la evolución de las condiciones uniformes es algo diferente a la evolución de las funciones de densidad según una normal.

En la modificación de los parámetros en el modelo bidimensional, hemos podido comprobar, como al aumentar el tiempo de simulación, las evoluciones de las funciones de densidad se hacen más suaves, desapareciendo los picos, éstos aparecen en las primeras simulaciones de las condiciones uniformes.

En las simulaciones de las condiciones uniformes vemos que se forma un pico que coincide con el punto de acoplamiento en x_+ , éste pico también se suaviza cuando aumentamos el tiempo de simulación. Vemos que las dos funciones de densidad se comportan de manera bastante similar.

Al cambiar las condiciones uniformes por una normal, vemos que evoluciona favorablemente, aunque para el primer tiempo de simulación la normal es más estrecha y como hemos dicho anteriormente al aumentar el tiempo de simulación, la normal se hace más suave.

Las primeras simulaciones del modelo bidimensional han sido realizadas con unos valores de nivel de ruido que no afectasen mucho a la simulación, porque como ya dijimos éste parámetro afecta considerablemente a las simulaciones. Al modificar este valor vemos como la normal sufre una cierta variabilidad.

Hemos simulado para éste nuevo valor del ruido para dos tiempos diferentes de simulación, pero es este caso, al contrario que en el resto, al aumentar el tiempo de simulación en vez de suavizarse los picos, éstos se han pronunciado más. También podemos ver como la base de la normal se ha hecho más estrecha y como se han formado más picos alrededor de ésta.

Como hemos podido comprobar, uno de los parámetros que más influye en el modelo tanto para el primer orden, como para el segundo orden, ha sido el nivel de ruido, pues una vez que nos salimos de unos ciertos límites del nivel de ruido las simulaciones no siguen el modelo.

5. Referencias

[1] **Manual de Climatización: Cargas Térmicas.** Pinazo Ojer, José Manuel

[2] **Electric load Model Síntesis by Difusión Aproximation of a High-OrderHybrid-State Stochastic System.** Malhamé, Roland. Chong, Chee Yee.

[3] **A Class of Models for Load Management Application and Evaluation Revisited.** Alvarex, C. Malhamé, R.P. Gabaldón, A.

[3] **Guía de Usuario de Matlab.**

6. Anexos

Anexo1. Índice de figuras

- FIGURA 1. POSIBLES DISPOSICIONES DE LA CASA.
FIGURA 2. BALANCE ENERGÉTICO DE LA ESTANCIA
FIGURA 3. COMPORTAMIENTO DE LA TEMPERATURA EXTERIOR DURANTE EL DÍA
FIGURA 4. DIFERENTES RADIACIONES SEGÚN LA ORIENTACIÓN DE LA VIVIENDA
FIGURA 5. ANALOGÍA ELÉCTRICA
FIGURA 6. CAPAS PLANAS MÚLTIPLES
FIGURA 7. APROXIMACIÓN DE LAS CAPAS
FIGURA 8. CASA MODELIZADA COMO UN CIRCUITO ELÉCTRICO
FIGURA 9. CIRCUITO DEL MODELO ELEMENTAL.
FIGURA 10. CIRCUITO DEL MODELO BIDIMENSIONAL
FIGURA 11. SIMULACIÓN DE LA TEMPERATURA DE UNA VIVIENDA CON EQUIPO DE CLIMATIZACIÓN
FIGURA 12. SIMULACIÓN DE LA POTENCIA DE UNA VIVIENDA CON EQUIPO DE CLIMATIZACIÓN
FIGURA 13. TEMPERATURA Y POTENCIA REALES COMPARÁNDOLAS CON LAS SIMULADAS
FIGURA 14. SIMULACIÓN DE LA TEMPERATURA INTERIOR
FIGURA 15. SIMULACIÓN DE LA POTENCIA CONSUMIDA
FIGURA 16. CIRCUITO DEL MODELO DE PRIMER ORDEN
FIGURA 17. COMPORTAMIENTO DE LA TEMPERATURA INTERIOR EN UNA VIVIENDA.
FIGURA 18. FORMA QUE TOMAN LAS FUNCIONES DE PROBABILIDAD
FIGURA 19. COMPORTAMIENTO DEL MÉTODO EXPLÍCITO
FIGURA 20. ILUSTRACIÓN DEL INTERVALO DE TEMPERATURA Y TIEMPO
FIGURA 21. EVOLUCIÓN DE f_0 EN EL ÚLTIMO INSTANTE
FIGURA 22. EVOLUCIÓN DE f_1 EN EL ÚLTIMO INSTANTE.
FIGURA 23. CARGA INTERIOR PARA UNA DESVIACIÓN TÍPICA DE 10.000
FIGURA 24. TEMPERATURA INTERIOR PARA UNA DESVIACIÓN TÍPICA DE 10.000.
FIGURA 25. CARGA INTERIOR PARA UNA DESVIACIÓN TÍPICA DE 1.500.
FIGURA 26. TEMPERATURA INTERIOR PARA UNA DESVIACIÓN TÍPICA DE 1.500.
FIGURA 27. TEMPERATURA INTERIOR PARA UNA DESVIACIÓN TÍPICA DE 100.
FIGURA 28. TEMPERATURA INTERIOR PARA UNA DESVIACIÓN TÍPICA DE 100.
FIGURA 29. FUNCIÓN f_0 EN EL ÚLTIMO INSTANTE PARA $\sigma = 30000 J / \sqrt{t}$
FIGURA 30. FUNCIÓN f_1 EN EL ÚLTIMO INSTANTE PARA $\sigma = 30000 J / \sqrt{t}$.
FIGURA 31. FUNCIÓN f_0 EN EL ÚLTIMO INSTANTE PARA $\sigma = 50000 J / \sqrt{t}$
FIGURA 32. FUNCIÓN f_1 EN EL ÚLTIMO INSTANTE PARA $\sigma = 50000 J / \sqrt{t}$
FIGURA 33. FUNCIÓN f_0 EN EL ÚLTIMO INSTANTE PARA $\sigma = 155000 J / \sqrt{t}$
FIGURA 34. FUNCIÓN f_1 EN EL ÚLTIMO INSTANTE PARA $\sigma = 155000 J / \sqrt{t}$
FIGURA 35. FUNCIÓN f_0 EN EL ÚLTIMO INSTANTE PARA $\sigma = 1580000 J / \sqrt{t}$
FIGURA 36. FUNCIÓN f_1 EN EL ÚLTIMO INSTANTE PARA $\sigma = 158000 J / \sqrt{t}$
FIGURA 37. CONDICIONES INICIALES PARA f_0 , INSTANTE CERO.
FIGURA 38. CONDICIONES INICIALES PARA f_1 , INSTANTE CERO.
FIGURA 39. EVOLUCIÓN DE f_0 EN EL ÚLTIMO INSTANTE.
FIGURA 40. EVOLUCIÓN DE f_1 EN EL ÚLTIMO INSTANTE.
FIGURA 41. COMPARACIÓN DE LA EVOLUCIÓN DE f_0 EN LOS INSTANTES INICIAL Y FINAL.
FIGURA 42. COMPARACIÓN DE LA EVOLUCIÓN DE f_1 EN LOS INSTANTES INICIAL Y FINAL.
FIGURA 43. FUNCIONES f_0 Y f_1 EN EL ÚLTIMO INSTANTE
FIGURA 44. CONDICIÓN INICIAL SEGÚN UNA NORMAL.
FIGURA 45. EVOLUCIÓN DE f_0 EN EL ÚLTIMO INSTANTE
FIGURA 46. EVOLUCIÓN DE f_1 EN EL ÚLTIMO INSTANTE.

- FIGURA 47. CIRCUITO DEL MODELO BIDIMENSIONAL
 FIGURA 48. (A) VIVIENDA ORIENTADA A PONIENTE; (B) VIVIENDA ORIENTADA A LEVANTE
 FIGURA 49. COMPORTAMIENTO DEL MÉTODO EXPLÍCITO PARA EL MODELO BIDIMENSIONAL
 FIGURA 50. ILUSTRACIÓN DE LOS INTERVALOS DE TEMPERATURA Y TIEMPO PARA $M=0$
 FIGURA 51. ILUSTRACIÓN DE LOS INTERVALOS DE TEMPERATURA Y TIEMPO PARA $M=1$
 FIGURA 52. CONDICIONES INICIALES PARA $F0$ Y $F1$.
 FIGURA 53. EVOLUCIÓN DE $F1$ EN EL INSTANTE FINAL, CON UNA SIMULACIÓN DE $T=10S$
 FIGURA 54. EVOLUCIÓN DE $F0$ EN EL ÚLTIMO INSTANTE, PARA $T=10S$
 FIGURA 55. EVOLUCIÓN DE $F1$ EN EL ÚLTIMO INSTANTE, PARA $T=100S$
 FIGURA 56. EVOLUCIÓN DE $F0$ EN EL ÚLTIMO INSTANTE, PARA $T=100S$
 FIGURA 57. EVOLUCIÓN DE $F1$ SEGÚN UNA NORMAL EN EL ÚLTIMO INSTANTE, PARA $T=10S$
 FIGURA 58. EVOLUCIÓN DE $F0$ SEGÚN UNA NORMAL EN EL ÚLTIMO INSTANTE, PARA $T=10S$
 FIGURA 59. EVOLUCIÓN DE $F1$ SEGÚN UNA NORMAL, EN EL ÚLTIMO INSTANTE, PARA $T=100S$
 FIGURA 60. EVOLUCIÓN DE $F0$ SEGÚN UNA NORMAL, EN EL ÚLTIMO INSTANTE, PARA $T=100S$
 FIGURA 61. EVOLUCIÓN DE $F1$ EN EL ÚLTIMO INSTANTE PARA LOS DOS VALORES DE $SIGMA = 15500J/MIN^{0.5}$
 FIGURA 62. EVOLUCIÓN DE $F0$ EN EL ÚLTIMO INSTANTE PARA LOS DOS VALORES DE $SIGMA = 15500J/MIN^{0.5}$
 FIGURA 63. EVOLUCIÓN DE $F1$ PARA $SIGMA = 15500J/\sqrt{\text{min}}$ PARA $T = 100S$
 FIGURA 64. EVOLUCIÓN DE $F0$ PARA $SIGMA = 15500J/\sqrt{\text{min}}$ PARA $T = 100S$

Anexo 2. Índice de tablas

TABLA 1. COMPOSICIÓN DE LAS PAREDES, ESPESOR Y CONDUCTIVIDADES.	12
TABLA 2. COEFICIENTES DE CONVECCIÓN	12
TABLA 3. DENSIDADES DE DIFERENTES MADERAS	12
TABLA 4. POTENCIAS DE DISTINTOS EQUIPOS DE AIRE ACONDICIONADO	14
TABLA 5. ECUACIONES DE LA ANALOGÍA ELÉCTRICA.....	17

Anexo 3. Simulación de la temperatura interior y la potencia consumida

```
function [Tei_eq, Carga_Interior, Radiacion_Cristal, Radiacion_Pared, T_Exterior,
P_elect, COP_nom, T_Interior, Pa_Simulacion, A22, B21, B23, B24, B25] =
A_Acondicionado
close all
clear all
% Conecto el reloj interno para conocer el tiempo de simulacion
tic

disp(' ')
disp('*****')
disp('-- Modelo Térmico de Tercer Orden. Equipos de Aire Acondicionado --')
disp('          (Obtención de valores por minuto)')
disp('*****')
disp(' ')

% [1] DIMENSIONES DEL SISTEMA A ACONDICIONAR -----
Ancho = normrnd(5,0.25);
Largo = normrnd(6,0.25);
Altura = 3;
if rand < 0.75
    p_pext = 0.25;
else
```

```

        p_pext = 0.5;
    end
    Area_Ext_Total = (2*((Ancho*Altura)+(Largo*Altura)))*p_pext;
    Area_Pint = (2*((Ancho*Altura)+(Largo*Altura)))*(1-p_pext);
    p_ventana = normrnd(0.2,0.05);
    Area_Vent = Area_Ext_Total*p_ventana;
    Area_Pext = Area_Ext_Total-Area_Vent;
    Area_SueloTecho = Ancho*Largo*2;
    Volumen_Total = (Area_SueloTecho/2)*Altura;

    disp('')
    disp('-- Parámetros de la estancia --')
    disp(sprintf(' Ancho de la estancia: %0.5g m', Ancho))
    disp(sprintf(' Longitud de la estancia: %0.5g m', Largo))

    % [2] PARED EXTERIOR -----
    h_e = 16.67;
    h_i = 9;
    Rext = ((h_e*Area_Pext)^(-1))/60;
    espesor_pext = 0.24*(1+normrnd(0,0.02));
    cemento = 0.0625*espesor_pext;
    Ladrillo_Hueco_1 = 0.458*espesor_pext;
    Aire = 0.2083*espesor_pext;
    Ladrillo_Hueco_2 = 0.2083*espesor_pext;
    Yeso = 0.0625*espesor_pext;
    K_ext_int=1/(1/h_e+cemento/1.4+Ladrillo_Hueco_1/0.49+Aire/0.18+Ladrillo_Hueco_
    2 / 0.49+Yeso/0.3+1/h_i);
    K_pext=1/(cemento/1.4+Ladrillo_Hueco_1/0.49+Aire/0.18+Ladrillo_Hueco_2 / 0.49 +
    Yeso/0.3);
    Rpe = 1/(60*K_pext*Area_Pext);
    Rpe_1 = Rpe/2;
    Rpe_2 = Rpe/2+((9*Area_Pext)^(-1))/60;
    densidad = 1000;
    calor_especifico = 1000;
    Cpe = densidad*calor_especifico*(espesor_pext-Aire)*Area_Pext;

    disp('')
    disp('-- Parámetros de las Paredes Exteriores --')
    disp(sprintf(' Espesor de la pared exterior: %0.5g m',espesor_pext))
    disp(sprintf(' K Exterior - Interior: %0.5g w/m^2 °C',K_ext_int))
    disp(sprintf(' K Cerramiento Exterior: %0.5g w/m^2 °C',K_pext))
    disp(sprintf(' RESISTENCIA Cerramiento Exterior: 0.5g °C·min/J',Rpe))
    disp(sprintf(' RESISTENCIA Exterior - Capacidad Paredes Exteriores: %0.5g
    °C·min/J',Rext+Rpe_1))
    disp(sprintf(' CAPACIDAD Paredes Exteriores: %0.5g J/°C',Cpe))
    disp(sprintf(' RESISTENCIA Capacidad Paredes Exteriores - Interior: %0.5g
    °C·min/J',Rpe_2))
    Orientacion_Pared = Random('Discrete Uniform',8);

```

% [3] VENTANA ACRISTALADA -----

```
K_vent = 5; % en w/m^2°C  
Rvent = 1/(60*K_vent*Area_Vent);
```

```
disp(' ')  
disp('-- Parámetros de las Superficies Acristaladas --')  
disp(sprintf(' K Sup. Acristalada: %0.5g w/(m^2·°C)',K_vent))  
disp(sprintf(' RESISTENCIA Exterior - Sup. Acristalada - Interior: %0.5g  
°C·min/J',Rvent))  
Orientacion_Cristal = Orientacion_Pared;
```

% [4] ESTANCIA ACONDICIONADA (Aire + Muebles) -----

```
Variacion = normrnd(0,0.05);  
Porcentaje_Muebles = 0.015*(1+Variacion);  
C_Aire = 1.2*1000*Volumen_Total*(1-Porcentaje_Muebles);  
C_Muebles = 600*2700*Volumen_Total*Porcentaje_Muebles;  
Ci = C_Aire+C_Muebles;
```

```
disp(' ')  
disp('-- Parámetros de la Estancia Acondicionada --')  
disp(sprintf(' Volumen Total a Acondicionar: %0.5g m^3',Volumen_Total))  
disp(sprintf(' Porcentaje de Volumen ocupado por Muebles: %0.5g  
%%',Porcentaje_Muebles*100))  
disp(sprintf(' CAPACIDAD de la Estancia Acondicionada: %0.5g J/°C',Ci))
```

% [5] PAREDES INTERIORES -----

```
espesor_pint = 0.09*(1+normrnd(0,0.04));  
Guarnecido_Yeso = 0.1667*espesor_pint;  
Ladrillo_Hueco_3 = 0.667*espesor_pint;  
K_int_contiguas = 1/(1/h_i+Guarnecido_Yeso/0.3+Ladrillo_Hueco_3/0.49+  
Guarnecido_Yeso/0.3+1/h_i);  
K_pint = 1/(Guarnecido_Yeso/0.3+Ladrillo_Hueco_3/0.49+ Guarnecido_Yeso/0.3);  
Rpi = 1/(60*K_int_contiguas*Area_Pint);  
Rpi_1 = Rpi/2;  
Rpi_2 = Rpi/2;  
Cpi = 1000*920*(((2*Guarnecido_Yeso)+Ladrillo_Hueco_3)*Area_Pint);
```

```
disp(' ')  
disp('-- Parámetros de la Tabiquería Interior --')  
disp(sprintf(' Espesor de las paredes interiores: %0.5g m',espesor_pint))  
disp(sprintf(' K Interior - Estancias Contiguas: %0.5g w/m^2 °C',K_int_contiguas))  
disp(sprintf(' K Tabiqueria Interior: %0.5g w/m^2 °C',K_pint))  
disp(sprintf(' RESISTENCIA Interior - Estancias Contiguas: %0.5g °C·min/J',Rpi))  
disp(sprintf(' RESISTENCIA Interior - Capacidad Paredes Interiores: %0.5g  
°C·min/J',Rpi_1))  
disp(sprintf(' CAPACIDAD Paredes Interiores: %0.5g J/°C',Cpi))  
disp(sprintf(' RESISTENCIA Capacidad Paredes Interiores - Estancias Contiguas:  
%0.5g °C·min/J',Rpi_2))
```

```

% [6] SUELOS + TECHOS-----
espesor_st = 0.3*(1+normrnd(0,0.05));
Pavimento = 0.0667*espesor_st;
Hormigon_Armado = 0.2*espesor_st;
Bovedilla_Hormigon = 0.6667*espesor_st;
Yeso_2 = 0.0667*espesor_st;
K_int_siguiete = 1/(1/6+Pavimento/1.1+Hormigon_Armado/1+ Bovedilla_Hormigon
/1.35+Yeso_2/0.3+1/6);
K_suelo = 1/(Pavimento/1.1+Hormigon_Armado/1+Bovedilla_Hormigon/1.35+
Yeso_2 /0.3);
Rst = 1/(60*K_int_siguiete*Area_SueloTecho);
Rst_1 = Rst/2;
Rst_2 = Rst/2;
Cst = 1000*1000*((Pavimento+Hormigon_Armado+Bovedilla_Hormigon+ Yeso_2)
*Area_SueloTecho);

disp(' ')
disp('-- Parámetros Suelo-Techo --')
disp(sprintf(' Espesor del suelo y del techo: %0.5g m',espesor_st))
disp(sprintf(' K Interior - Estancias Sup. e Inferior: %0.5g w/m^2 °C',K_int_siguiete))
disp(sprintf(' K Suelo (=Techo): %0.5g w/m^2 °C',K_suelo))
disp(sprintf(' RESISTENCIA Interior - Estancias Sup. e Inferior: %0.5g °C·min/J',Rst))
disp(sprintf(' RESISTENCIA Interior-Capacidad Eq. Suelo+Techo: %0.5g
°C·min/J',Rst_1))
disp(sprintf(' CAPACIDAD Eq. Suelo+Techo: %0.5g J/°C',Cst))
disp(sprintf(' RESISTENCIA Capacidad Eq. Suelo+Techo - Estancias Sup. e Inferior:
%0.5g °C·min/J',Rst_2))

Rei_eq = (Rst_1 * Rpi_1) / (Rst_1 + Rpi_1);
% Rei_eq = Rpi_1;
Cei_eq = Cpi + Cst;
% Cei_eq = Cpi;

disp(' ')
disp('-- Parámetros Equivalentes Resto del Sistema (Tab. interior + (Suelos-Techos) --')
disp(sprintf(' RESISTENCIA Interior - Capacidad Equivalente Resto Sistema: %0.5g
°C·min/J',Rei_eq))
disp(sprintf(' CAPACIDAD Equivalente Resto Sistema: %0.5g J/°C',Cei_eq))
disp(sprintf(' RESISTENCIA Capacidad Equivalente Resto Sistema - Tª Resto Sistema:
%0.5g °C·min/J',Rei_eq))

% Valores utilizados en las entradas de la matriz 'A' (Todas en min^(-1))
A11 = ((Rext/(Rpe_1*(Rext+Rpe_1)))-(Rpe_1+Rpe_2)/(Rpe_1*Rpe_2))*1/Cpe);
A12 = 1/(Cpe*Rpe_2);
A21 = 1/(Ci*Rpe_2);
A22 = (-1/Ci)*(1/Rvent+1/Rpe_2+1/Rei_eq);
A23 = 1/(Ci*Rei_eq);
A32 = 1/(Cei_eq*Rei_eq);
A33 = (-1/Cei_eq)*(1/Rei_eq+1/Rei_eq);

```

% Valores utilizados en las entradas de la matriz 'B'

B11 = 1/(Cpe*(Rext+Rpe_1)); % (min⁻¹)
 B12 = Rext/(Cpe*(Rext+Rpe_1)); % (°C/J)
 B21 = 1/(Ci*Rvent); % (min⁻¹)
 B23 = 1/Ci; % (°C/J)
 B24 = 1/Ci; % (°C/J)
 B25 = -1/Ci; % (°C/J)
 B36 = 1/(Cei_eq*Rei_eq); % (min⁻¹)

% Matrices para Emplear ESPACIOS de ESTADO

A = [A11 A12 0 ;...
 A21 A22 A23;...
 0 A32 A33];...

B=[B11 B12 0 0 0 0;...
 B21 0 B23 B24 B25 0;...
 0 0 0 0 0 B36];

C=[0 1 0;...
 1 0 0;...
 0 0 1];

D=[0 0 0 0 0;...
 0 0 0 0 0;...
 0 0 0 0 0];

% Calculo de la radiación solar (Para cada Orientación y Hora en W/m²)

[Radiacion_Exterior,ID,Id, Mes_Estudiado] = Calculo_RadiacionExterior;
 I_TR = ID*0.855 + Id*0.89*0.855 + 0.35*0.067*(ID+Id);

% Carpint. Madera + Persiana Exterior (Subida) + Cortina Interior Espaciada

nv = (0.9)*1*0.87;

% Cálculo de la Radiacion sin considerar Sombras. 8 Orientaciones y 24 Horas

I_Cristal = nv*I_TR;
 Minutos_dia = 1440;
 Rad_Pared_por_Minuto = zeros(Minutos_dia,1);
 Rad_Cristal_por_Minuto = zeros(Minutos_dia,1);

% Expando valores de Radiacion Exterior por Hora

for p = 1:24

Rad_Pared_por_Minuto(1+60*(p-1):60*p,1) = (Radiacion_Exterior
 (Orientacion_Pared, p));

Rad_Cristal_por_Minuto(1+60*(p-1):60*p,1) = (I_Cristal(Orientacion_Cristal,p));

end

% Fijo el tiempo de simulacion

Minutos_Simulacion = 60*3+30-1;
 t = 0:1:Minutos_Simulacion;
 T = t';

```

Inicio_Simulacion = 16*60+30;
Tiempo_de_Simulacion = Minutos_Simulacion+1;      %En Minutos
Hora_Comienzo = floor(Inicio_Simulacion/60);
Minuto_Comienzo = floor((Inicio_Simulacion-Hora_Comienzo*60));
Horas_Simuladas = floor((Minutos_Simulacion+1)/60);
Minutos_Simulados = floor(((Minutos_Simulacion+1)-Horas_Simuladas*60));

disp(' ')
disp('-- Parámetros Temporales del Intervalo de Simulación --')
disp(sprintf(' Mes Estudiado: %0.5g ',Mes_Estudiado))
disp(sprintf(' Hora de Comienzo de la Simulación: %0.5g ',Hora_Comienzo))
disp(sprintf(' Minuto de Comienzo de la Simulación: %0.5g ',Minuto_Comienzo))
disp(sprintf(' Horas Simuladas: %0.5g ',Horas_Simuladas))
disp(sprintf(' Minutos Simulados: %0.5g ',Minutos_Simulados))
% Vectores de entrada a Simulink (Para todo el Intervalo de Simulación)
T_Exterior = Te(Inicio_Simulacion:Inicio_Simulacion+Minutos_Simulacion,1);
Radiacion_Pared = 60*Rad_Pared_por_Minuto(Inicio_Simulacion: Inicio_Simulacion+
Minutos_Simulacion,1);
Radiacion_Cristal=Rad_Cristal_por_Minuto(Inicio_Simulacion:Inicio_Simulacion+Mi
nutos_Simulacion,1);
Carga_Interior = zeros(Minutos_Simulacion+1,1);
Carga = 410*(1+normrnd(0,0.03));
Carga_Interior(1:Minutos_Simulacion+1,1) = Carga*60;
T_Termostato(1:Minutos_Simulacion+1,1) = normrnd(25,1);
Minutos_Iniciales_Simulacion = round(normrnd(30,5));
    if Minutos_Iniciales_Simulacion <= 0
        Minutos_Iniciales_Simulacion = 1;
    end
T_Termostato(1:Minutos_Iniciales_Simulacion,1) = normrnd(27,1);
Tei_eq = normrnd(27,0.3);

% Parámetros del Aparato de AA
P_refrig = 125*Ancho*Largo;
p_actv=[      810  4.2  192.86;...
            1050  4    262.5;...
            2500  4.12 606.796117;...
            1770  2.73  648.35;...
            1780  2.7   659.26;...
            1830  2.65  690.57;...
            1890  2.61  724.14;...
            2650  3.61  734.072022;...
            2350  2.81  836.30;...
            2930  3.41  859.237537;...
            2950  3.28  899.390244;...
            2430  2.68  906.72;...
            2637  2.81  938.434164;...
            2490  2.61  954.02;...
            2510  2.61  961.685824;...
            2600  2.6   1000;...
            3900  3.61  1080.33241;...

```

```

4044.2 3.61 1120.27701;...
4000 3.51 1139.60114;...
2930 2.5 1172;...
4000 3.33 1201.2012;...
3900 3.12 1250;...
3950 3.09 1278.31715;...
4000 3 1333.33333;...
5550 3.65 1520.54795;...
5300 3.42 1549.7076;...
5280 3.24 1629.62963;...
6000 3.41 1759.53;...
5500 2.89 1903.11419;...
5400 2.71 1992.61993;...
8000 3.81 2099.74;...
6800 2.81 2419.93;...
7039 2.84 2478.52;...
7030 2.81 2501.78;];

```

```

indice_equipo = 0;
encuentro_equipo = false;
while (encuentro_equipo == false)
    indice_equipo = indice_equipo+1;
    if P_refrig <= p_actv(indice_equipo,3)*p_actv(indice_equipo,2)*.86;
        p_act = p_actv(indice_equipo,3);
        cop = p_actv(indice_equipo,2);
        encuentro_equipo = true;
    elseif (encuentro_equipo == false) & indice_equipo == length(p_actv(:,1))
        p_act = p_actv(indice_equipo,3);
        cop = p_actv(indice_equipo,2);
        encuentro_equipo = true;
    end
end

P_elect = p_act;
COP_nom = cop;
T_ensayo = 27;
COP = (mean(T_Termostato) * COP_nom) / T_ensayo;
Potencia_Activa = P_elect*60;

```

```

disp('')
disp('-- Parámetros del Aparato de Aire Acondicionado --')
disp(sprintf(' Potencia Activa Nominal: %0.5g w',Potencia_Activa/60))
disp(sprintf(' COP Nominal: %0.5g ',COP))

```

% Condiciones Iniciales

```

T_Pared_Exterior_Inicial = 26;
T_Interior_Inicial = mean(T_Termostato)+normrnd(0,0.02);
Tei_eq_Inicial = 26;
Condiciones_Iniciales = [T_Pared_Exterior_Inicial T_Interior_Inicial Tei_eq_Inicial];

```

% Matrices 'A' Y 'B'

```
disp(' ')
disp('-- Valores de las Matrices A y B del Sistema de Esp. de Estados --')
disp(' (Las entradas se han multiplicado por 10^3)')
A*1000;
B*1000;
```

% Ejecuto la Simulacion

```
options = simset('SrcWorkspace','current','DstWorkspace','current');
sim('Modelo_A_Acondicionado',[0 Minutos_Simulacion+1],options);
```

% Salvo todas las variables en el directorio temporal y libero memoria

```
cwd = pwd;
cd(tempdir);
pack
cd(cwd)
```

% Represento los valores

% Defino una Matriz de Colores

```
Matriz_Colores = [ 1      0      0.501961; % Entre Rosa y Rojo
                  0      0.501961  0.752941; % Azul Claro
                  0      0.501961  0.501961; % Verde Azulado
                  0.25098  0      0.501961]; % Azul Oscuro - Lila
```

% Tª Interior Real y Simulada

```
subplot(2,1,1);
x = 1:Minutos_Simulacion+1;
plot(x,T_Interior(1:Minutos_Simulacion+1,1),x,Ti(Inicio_Simulacion:Inicio_Simulacion+Minutos_Simulacion,1),x,T_Termostato)
Propiedades_Lineas=get(gca,'Children');
set(Propiedades_Lineas(1,1),'LineWidth',1);
set(Propiedades_Lineas(1,1),'Color',Matriz_Colores(4,:));
set(Propiedades_Lineas(2,1),'LineWidth',1.75);
set(Propiedades_Lineas(2,1),'Color',Matriz_Colores(2,:));
set(Propiedades_Lineas(3,1),'LineWidth',1.75);
set(Propiedades_Lineas(3,1),'Color',Matriz_Colores(4,:));
title('Temperatura')
xlabel('Tiempo en minutos')
ylabel('Temperatura en °C')
```

% Potencia Activa Real y Simulada

```
subplot(2,1,2);
x = 1:Minutos_Simulacion+1;
plot(x,Pa_Simulacion(1:Minutos_Simulacion+1,1)/60,x,PaMedia(Inicio_Simulacion:Inicio_Simulacion+Minutos_Simulacion,1))
Propiedades_Lineas=get(gca,'Children');
set(Propiedades_Lineas(1,1),'LineWidth',1.75);
set(Propiedades_Lineas(1,1),'Color',Matriz_Colores(2,:));
set(Propiedades_Lineas(2,1),'LineWidth',1.75);
set(Propiedades_Lineas(2,1),'Color',Matriz_Colores(4,:));
```

```

title('Potencia')
xlabel('Tiempo en minutos')
ylabel('Potencia en J/min')

```

```

% Resultados: Energía Absorbida, Duty-cycle, N° de conexiones/desconexiones
% Energía Absorbida Real y Simulada

```

```

Energia_Absorbida_Real =
sum(PaMedia(Inicio_Simulacion:Inicio_Simulacion+Minutos_Simulacion,1))*60;
Energia_Absorbida_Simulacion = sum(Pa_Simulacion);
Diferencia_Porcentual = abs((Energia_Absorbida_Real-
Energia_Absorbida_Simulacion) / Energia_Absorbida_Real)*100;

```

```

disp(' ')
disp('-- Comparativa de Energías Absorbidas --')
disp(sprintf(' Energía Absorbida Real: %0.5g J',Energia_Absorbida_Real))
disp(sprintf(' Energía Absorbida Simulada: %0.5g
J',Energia_Absorbida_Simulacion))
disp(sprintf(' Diferencia Porcentual entre ambas: %0.5g
%%',Diferencia_Porcentual))

```

```

% N° de Conexiones/Desconexiones Reales y Simuladas

```

```

T_ON_Real = 0;
N_Conexiones_Reales = 0;
N_Conexiones_Simulacion = 0;
T_ON_Simulacion = 0;

```

```

for p = 1:Minutos_Simulacion
    if Pa_Simulacion(p,1) > 100
        T_ON_Simulacion = T_ON_Simulacion+1;
        if N_Conexiones_Simulacion == 0
            N_Conexiones_Simulacion = 1;
        elseif Pa_Simulacion(p-1,1) < 100
            N_Conexiones_Simulacion = N_Conexiones_Simulacion+1;
        end
    end
    if Pa(Inicio_Simulacion+p,1) > 100
        T_ON_Real = T_ON_Real+1;
        if N_Conexiones_Reales == 0
            N_Conexiones_Reales = 1;
        elseif Pa(Inicio_Simulacion+p-1,1) < 100
            N_Conexiones_Reales = N_Conexiones_Reales+1;
        end
    end
end
end

```

```

Duty_Cycle_Real = floor(T_ON_Real / (Minutos_Simulacion+1) * 100);
Duty_Cycle_Simulacion = floor(T_ON_Simulacion / (Minutos_Simulacion+1) * 100);

```

```

disp(' ')
disp('-- Comparativa N° de Conexiones y Duty-Cycle --')
disp(sprintf(' Tiempo Total de ON (Real): %0.5g Minutos',T_ON_Real))
disp(sprintf(' Tiempo Total de ON (Simulación): %0.5g Minutos',T_ON_Simulacion))
disp(sprintf(' N° de Conexiones (Reales): %0.5g ',N_Conexiones_Reales))
disp(sprintf(' N° de Conexiones (Simulación): %0.5g ',N_Conexiones_Simulacion))
disp(sprintf(' Duty-Cycle (Real): %0.5g %%',Duty_Cycle_Real))
disp(sprintf(' Duty-Cycle (Simulación): %0.5g %%',Duty_Cycle_Simulacion))

T_Interior;
Toc

```

Anexo 4. Variabilidad de las estancias

```

function [Temperatura, Potencia] = viviendas_variable(numero_viviendas)
for k = 1:numero_viviendas
    [T_Interior, Pa_Simulacion] = A_Acondicionado;
    Temperatura(:,k) = T_Interior;
    Potencia(:,k) = Pa_Simulacion;
end

```

Anexo 5. Diferencias finitas de primer orden

```

[A11,B11,B12,B13,B14,Tei_eq, Carga_Interior, Radiacion_Cristal, Radiacion_Pared,
T_Exterior, P_elect, COP_nom, T_Interior, Pa_Simulacion] =
A_Acondicionado_primer_orden;

```

% Hago un cambio de la T_Exterior y la voy a suponer CONSTANTE !!

```

T = zeros(size(T_Exterior,1)*10,1);
T_Exterior = 30 + T;
Radiacion_Cristal = 100 + T;
Carga_Interior = 100 + T;
clear T

```

```

xtermostato = 24;
delta_x2 = 0.01;
banda_muerta = 0.5;
x_intervalo = 5;

```

```

m = floor ( ((xtermostato - banda_muerta) - (xtermostato - x_intervalo)) / delta_x2 );
n = floor ( 2 * banda_muerta / delta_x2 );

```

```

I1 = T_Exterior;
I2 = Radiacion_Cristal / 60;
I3 = Carga_Interior / 60;

```

```

t = 0;
tiempo_simulacion = 1000;

```

```

n_intervalos_t = 1000;
delta_t = tiempo_simulacion / n_intervalos_t;

A11 = A11 / 60;
B11 = B11 / 60;

f0 = zeros(n_intervalos_t+1,(n+2*m)+1);
f1 = zeros(n_intervalos_t+1,(n+2*m)+1);

a_0 = zeros(n_intervalos_t+1,2*m+n+1);
a_1 = zeros(n_intervalos_t+1,2*m+n+1);

sigma = 130000;           % Udes en (J/min^(0.5)), Unidades de B13 en °C/J
c_22 = (sigma*B13)^2;    % Udes en (°C^2/min)
c_22 = c_22/60;         % Para pasar a segundos dividimos por 60.

T_frio = 27;
T_caliente = 35;
COP_Carnot_Nominal = T_frio / (T_caliente - T_frio);

% Recorro los intervalos de tiempo sumando deltas de t
for p = 1:n_intervalos_t+1;
    for i = 1:2*m+n+1;
        temperatura_de_calculo(p,i) = (xtermostato - x_intervalo) + (i-1)*delta_x2;
        I_HVAC(p,i) = 3 * P_elect; % Tomo constante la fuente
        a_1(p,i) = A11*temperatura_de_calculo(p,i) + B11*I1(p) + B12*I2(p) +
        B13*I3(p) + B14*I_HVAC(p,i);
        a_0(p,i) = A11*temperatura_de_calculo(p,i) + B11*I1(p) + B12*I2(p) +
        B13*I3(p);
        if p == 1
            if i == 1
                f1(p,i) = 0;
            elseif (i <= m+1 & i > 1)
                f1(p,i) = 0;
            elseif m+1 < i & i < m+n+1
                f1(p,i) = 1;
            elseif m+n+1 < i & i < 2*m+n+1
                f1(p,i) = 0;
            elseif i == 2*m+n+1
                f1(p,i) = 0;
            end
            if i == 1
                f0(p,i) = 0;
            elseif i < m+1 & i > 1
                f0(p,i) = 0;
            elseif m+1 < i & i < m+n+1
                f0(p,i) = 1;
            elseif m+n+1 <= i & i < 2*m+n+1
                f0(p,i) = 0;
        end
    end
end

```

```

elseif i == 2*m+n+1
    f0(p,i) = 0;
end
if i == m+1
    f1(p,i) = 0;
elseif i==m+n+1
    f0(p,i) = 0;
end
elseif p > 1
    if (i > 1) & (i < 2*m+n+1)
        if i < m+n+1 | i > m+n+1
            f1(p,i)=f1(p-1,i)-delta_t*((a_1(p-1,i+1)*f1(p-1,i+1)-a_1(p-1,i)*f1(p-1,i))/delta_x2)+delta_t*0.5*c_22*((f1(p-1,i+1)-2*f1(p-1,i)+f1(p-1,i-1)) / (delta_x2)^2);
        end
        if i < m+1 | i > m+1
            f0(p,i)=f0(p-1,i)-delta_t*((a_0(p-1,i+1)*f0(p-1,i+1)-a_0(p-1,i)*f0(p-1,i))/delta_x2)+delta_t*0.5*c_22*((f0(p-1,i+1)-2*f0(p-1,i)+f0(p-1,i-1)) / (delta_x2)^2);
        end
        elseif (i == 1) | (i == 2*m+n+1)
            f1(p,i) = 0;
            f0(p,i) = 0;
        end
        if i == m+1
            f1(p,i) = 0;
        elseif i==m+n+1
            f0(p,i) = 0;
        end
    end
end
end
f0(p,m+1) = 0.5 * ( f0(p,m) + f0(p,m+2) + f1(p,m+2) - f1(p,m+1) );
f1(p,m+n+1) = 0.5 * ( f1(p,m+n+2) + f1(p,m+n) + f0(p,m+n) - f0(p,m+n+1) );
end
close all
plot((xtermostato - x_intervalo):delta_x2:(xtermostato + x_intervalo),f1(1,:))
title('Funcion F1')
xlabel('°C')
figure;
plot((xtermostato - x_intervalo):delta_x2:(xtermostato + x_intervalo),f0(1,:))
title('Funcion F0')
xlabel('°C')
figure;
plot((xtermostato - x_intervalo):delta_x2:(xtermostato + x_intervalo),
f1(n_intervalos_t+1,:))
title('Funcion F1')
xlabel('°C')
figure;
plot((xtermostato - x_intervalo):delta_x2:(xtermostato + x_intervalo),
f0(n_intervalos_t+1,:))
title('Funcion F0')
xlabel('°C')

```