




ETS  
Ingeniería de  
Telecomunicación

# UNIVERSIDAD POLITÉCNICA DE CARTAGENA

Escuela Técnica Superior de Ingeniería  
de Telecomunicación



## Simulación cuántica de experimentos de detección cuántica

TRABAJO FIN DE MÁSTER



MÁSTER UNIVERSITARIO EN INGENIERÍA DE  
TELECOMUNICACIÓN

Autor: Alberto López García  
Director: Javier Cerrillo Moreno  
Cartagena, febrero de 2024



## Agradecimientos

Deseo expresar mi más profundo agradecimiento a mi familia por haberme proporcionado la oportunidad de emprender este proyecto y por su incesante apoyo en cada momento, en especial a mi madre, cuyo amor y motivación han sido fundamentales en mi progreso.

Quiero también extender mi gratitud a todos aquellos que han sido parte de este viaje, incluyendo amigos y colegas que me han ofrecido su confianza y aliento constante.

No puedo dejar de reconocer el papel crucial de mi tutor, Javier Cerrillo Moreno, cuya dedicación y orientación han sido clave para la realización exitosa de este trabajo. Le estoy sumamente agradecido por su compromiso y enseñanza permanente.



# Resumen

La investigación presente se ha enfocado en el análisis de la detección cuántica, un campo que aprovecha los fenómenos cuánticos para la medición de diversas señales o variables físicas, incluidas las de naturaleza electromagnética. Se han aplicado métodos de resonancia magnética nuclear (NMR), con énfasis en la utilización de la secuencia de Hahn Echo, para manejar los transmones en entornos cuánticos suministrados por IBM Quantum. Apoyándose en descubrimientos anteriores, este trabajo ha contribuido a profundizar el conocimiento sobre el entrelazamiento cuántico de qubits a través de un riguroso análisis tanto teórico como experimental.

La investigación se ha enfocado en la inicialización en el estado  $|+, -\rangle$ , utilizando la secuencia de Hahn Echo en el qubit sensor y profundizando en el modelo de Hamiltoniano aplicado. Se ha realizado un análisis detallado de los datos obtenidos para entender los fenómenos observados a través de indicadores como la pureza, el criterio de Peres Horodecki, la matriz de densidad, y las desigualdades CHSH.

Sin embargo, este estudio ha revelado una discrepancia significativa entre las matrices densidad teóricas y experimentales, sugiriendo que el estado inicial deseado  $|+, -\rangle$  no se está generando adecuadamente en la práctica. Aunque se detectaron indicios de entrelazamiento, las conclusiones indican que no se logra violar las desigualdades CHSH en estos experimentos, señalando que el entrelazamiento presente no alcanza la intensidad teóricamente esperada.

Este descubrimiento enfatiza la necesidad de revisar y optimizar las técnicas de inicialización de estados y control de qubits para garantizar la generación fiable del estado deseado y el desarrollo de un entrelazamiento más robusto. Las futuras líneas de investigación deberán concentrarse en superar estas limitaciones, explorando nuevas configuraciones experimentales que permitan la violación de las desigualdades CHSH y confirmen la existencia de entrelazamientos cuánticos fuertes, abriendo así nuevas posibilidades para aplicaciones prácticas en campos como la medicina y la detección ambiental.



# Abstract

The present research has focused on the analysis of quantum sensing, a field that exploits quantum phenomena for the measurement of various physical signals or variables, including those of an electromagnetic nature. Nuclear magnetic resonance (NMR) methods, with emphasis on the use of the Hahn Echo sequence, have been applied to handle transmons in quantum environments provided by IBM Quantum. Building on previous discoveries, this work has contributed to deepen the understanding of quantum qubit entanglement through a rigorous theoretical and experimental analysis.

The research has focused on initialisation in the  $|+, -\rangle$  state, using the Hahn Echo sequence in the sensor qubit and delving into the applied Hamiltonian model. A detailed analysis of the obtained data has been performed to understand the observed phenomena through indicators such as purity, Peres Horodecki criterion, density matrix, and CHSH inequalities.

However, this study has revealed a significant discrepancy between the theoretical and experimental density matrices, suggesting that the desired initial state  $ket+, -$  is not being properly generated in practice. Although hints of entanglement were detected, the findings indicate that the CHSH inequalities are not violated in these experiments, indicating that the entanglement present does not reach the theoretically expected intensity.

This discovery emphasises the need to review and optimise state initialisation and qubit control techniques to ensure reliable generation of the desired state and the development of more robust entanglement.

Future lines of research should concentrate on overcoming these limitations by exploring new experimental setups that allow the violation of CHSH inequalities and confirm the existence of strong quantum entanglement, thus opening up new possibilities for practical applications in fields such as medicine and environmental sensing.

# Índice

INTRODUCCIÓN	10
1. Introducción	11
TEORÍA	13
2. El qubit	14
3. Pulsos electromagnéticos gaussianos y su aplicación en puertas cuánticas	16
4. Cambios de base	17
4.1. Reexpresión de los estados a diferentes bases . . . . .	18
4.2. Redescipción de base . . . . .	19
5. Superposición y entrelazamiento	22
5.1. Superposición cuántica . . . . .	23
5.2. Entrelazamiento cuántico . . . . .	23
6. EPR y desigualdades de Bell	23
6.1. Correlaciones cuánticas en las desigualdades de Bell y CHSH . . . . .	24
7. Medida	24
8. Sistemas cuánticos abiertos	26
9. Pérdida de coherencia en sistemas cuánticos abiertos	26
9.1. Decaimiento . . . . .	27
9.2. Desfase . . . . .	27
9.3. Decoherencia . . . . .	28
10. Formalismo cuántico: Interacciones del Hamiltoniano y la matriz densidad	31
11. Modelo del Hamiltoniano para la interacción entre dos qubits	33
11.1. Introducción . . . . .	33
11.2. Hamiltoniano de dos qubits . . . . .	33
11.3. Transformaciones en el Hamiltoniano . . . . .	33
11.4. Hamiltoniano bajo condiciones de pulso y delay . . . . .	34
11.4.1. Hamiltoniano durante la aplicación de pulsos . . . . .	34
11.4.2. Hamiltoniano durante periodos de delay . . . . .	34
11.5. Matriz unitaria $U(t)$ y proceso de diagonalización . . . . .	35
11.6. Aplicación de la matriz unitaria $U(t)$ al estado inicial . . . . .	36
CONTEXTUALIZACIÓN DE INVESTIGACIONES PREVIAS	38
12. Contextualización de investigaciones previas	39



12.1. Experimentos previos . . . . .	39
12.1.1. Secuencia de Ramsey en qubit sensor y qubit vecino excitado inicialmente	39
12.1.2. Secuencia de Hahn Echo en qubit sensor y qubit vecino excitado inicialmente . . . . .	41
12.1.3. Secuencia de Hahn Echo en qubit sensor y qubit vecino excitado simultáneamente . . . . .	42
12.1.4. Secuencia de Hahn Echo en qubit sensor y qubit vecino excitado simultáneamente e inicialmente variable . . . . .	43
12.1.5. Justificación de la rotación y posición de los pulsos aplicados en qubit vecino . . . . .	44
12.2. Análisis previos . . . . .	46
12.3. Análisis adicional respecto a investigaciones previas . . . . .	48
<b>CALIBRACIÓN</b>	<b>51</b>
<b>13. Calibración</b>	<b>52</b>
13.1. Medición del parámetro T2 . . . . .	52
13.2. Medición de T2 con pulso simultáneo en qubit vecino y determinación de g .	53
13.3. Medición de T2 con pulso $\pi$ inicial en qubit vecino . . . . .	54
13.4. Evaluación integral de la coherencia cuántica en sistemas de qubits acoplados	55
<b>EXPERIMENTAL</b>	<b>58</b>
<b>14. Secuencia con inicialización del estado <math> -, +\rangle</math></b>	<b>59</b>
14.1. Marco teórico ideal . . . . .	59
14.1.1. Etapa I . . . . .	59
14.1.2. Etapa II . . . . .	64
14.1.3. Etapa III . . . . .	68
14.1.4. Etapa IV . . . . .	71
14.2. Marco experimental . . . . .	75
14.2.1. Calibración . . . . .	75
14.2.2. Secuencia . . . . .	76
14.2.3. Tomografía . . . . .	76
14.3. Análisis de datos . . . . .	76
14.3.1. Criterio de pureza . . . . .	77
14.3.2. Criterio Peres-Horodecki . . . . .	80
14.3.3. Matriz de densidad $\rho$ . . . . .	83
14.3.4. Desigualdades CHSH . . . . .	84
14.4. Análisis Comparativo: Resultados Teóricos vs. Experimentales . . . . .	86
<b>CONCLUSIONES Y LÍNEAS FUTURAS</b>	<b>90</b>
<b>15. Conclusiones y líneas futuras</b>	<b>91</b>
<b>ANEXO</b>	<b>93</b>

# Introducción

## 1. Introducción

La física clásica, con su comprensión ordenada del universo, se vio profundamente transformada por el surgimiento de dos teorías revolucionarias: la relatividad y la mecánica cuántica. Esta última, centrada en el estudio de las partículas elementales, reveló un mundo donde los conceptos de superposición y entrelazamiento desafiaban la lógica convencional, marcando el inicio de una nueva era en la ciencia.

El desarrollo de la computación cuántica en las últimas décadas del siglo XX, impulsado por pioneros como Richard Feynman, fusionó la teoría cuántica con la tecnología, abriendo un campo vasto de posibilidades para la simulación y el estudio de fenómenos cuánticos. Este avance ha facilitado una comprensión más profunda de la mecánica cuántica y ha ampliado sus aplicaciones prácticas, estableciendo un puente entre la teoría y la experimentación en el dominio cuántico.

En el núcleo de nuestro estudio se sitúa la detección cuántica, un campo que se apoya en el aprovechamiento de propiedades y fenómenos cuánticos específicos para la medición precisa de magnitudes físicas. Este ámbito, notablemente joven y en plena fase de desarrollo, destaca por su considerable potencial para transformar y enriquecer una amplia variedad de disciplinas científicas, prometiendo innovaciones y aplicaciones revolucionarias en tecnología, medicina, y más allá.

Incorporando los centros de vacantes de nitrógeno (NV) en diamantes para la detección magnética de alta precisión a nivel nanométrico, junto con avances como sensores cuánticos de gravedad e interferómetros atómicos, esta revisión destaca la versatilidad y sensibilidad sin precedentes de la detección cuántica. Estas tecnologías, incluida la resonancia magnética nuclear (NMR), subrayan el potencial transformador de la detección cuántica en campos que van desde la investigación fundamental hasta aplicaciones prácticas en diversas disciplinas científicas y tecnológicas.

La estructura de esta investigación se organizará en etapas claramente definidas, comenzando con una introducción a los fundamentos de la mecánica cuántica y el examen de técnicas de detección a través de la resonancia magnética nuclear.

Posteriormente, se procederá a revisar estudios previos, detallando los experimentos efectuados y subrayando los resultados alcanzados, complementado con un análisis detallado de estos hallazgos.

La siguiente etapa se dedicará a la calibración de qubits, empleando métodos de ajuste por frecuencia, oscilaciones de Rabi, y la medición del tiempo de decoherencia  $T_2$  a través de secuencias específicas de resonancia magnética nuclear, así como la determinación de la constante de acoplamiento  $g$ .

Finalmente, una fase experimental, donde desarrollamos teóricamente el modelo del Hamiltoniano de esta propuesta, el marco experimental de esta y por último, el análisis de datos de esta mediante tomografía cuántica de estados, el criterio de Peres-Horodecki, la matriz densidad y las desigualdades CHSH, consiguiendo describir de esta forma el origen de las señales detectadas.

El enfoque de mi investigación se centra en la continuación y el desarrollo de conclusiones y resultados previos en el campo de la detección cuántica. Mi motivación es particularmente intensa debido al potencial que esta área ofrece en términos de aplicaciones que pueden surgir a partir de los conocimientos adquiridos en estas investigaciones.

Nos encontramos en una vanguardia tecnológica en la que disciplinas como la medicina, las comunicaciones y la astronomía pueden experimentar notables beneficios mediante la aplicación de estos principios. Esto, a su vez, abre la puerta a importantes avances y descubrimientos en nuestro entorno, que aún guarda numerosos secretos por descubrir.

# Teoría

Para abordar eficazmente el tema en discusión, es vital obtener un entendimiento profundo de los conceptos físicos y teóricos que sustentarán los experimentos subsecuentes. Este conocimiento es fundamental para garantizar una interpretación precisa de los objetivos y las conclusiones derivadas de la investigación.

## 2. El qubit

Para comenzar, trataremos esencialmente el concepto de “qubit”.

Un qubit, o bit cuántico, constituye la unidad básica de información en el ámbito de la computación cuántica, operando bajo los principios y leyes de la mecánica cuántica. Contrariamente a los bits clásicos, que están restringidos a los estados discretos 0 o 1, los qubits se caracterizan por su habilidad para existir en estados de superposición. Esta capacidad única les permite representar múltiples estados simultáneamente.

La superposición de estados es una de las propiedades más distintivas y fascinantes de los qubits. Esta capacidad no solo es fundamental para la computación cuántica, sino que también facilita la realización de múltiples operaciones de manera concurrente, un fenómeno conocido como paralelismo cuántico. Sin embargo, es crucial reconocer que la medición de un qubit en un estado de superposición conlleva una peculiaridad: el resultado de tal medición no es la observación directa de la superposición, sino la obtención de uno de los dos estados posibles,  $|0\rangle$  o  $|1\rangle$ . Este fenómeno resalta la naturaleza no determinista de los qubits, donde la medición colapsa su estado superpuesto a un estado específico.

Diversos sistemas físicos pueden simular el comportamiento de un qubit. Ejemplos notables incluyen el espín de partículas subatómicas o los estados electrónicos dentro de un átomo. Desde una perspectiva matemática, la descripción del estado de un qubit se fundamenta en la representación de un vector unitario en un espacio de Hilbert. Esta representación enfatiza la estructura matemática subyacente en la mecánica cuántica. Las operaciones realizadas sobre qubits se efectúan mediante transformaciones unitarias. Estas transformaciones son fundamentales, ya que garantizan la conservación de la información cuántica, una consideración crucial dado el carácter probabilístico inherente a estos sistemas cuánticos.

En el contexto de la mecánica cuántica, la notación ket, representada generalmente como  $|\psi\rangle$  (ver Ec. 1), es una herramienta matemática eficaz para describir los estados cuánticos de un sistema. Esta notación se emplea para representar estados cuánticos como vectores en un espacio de estados, ofreciendo una descripción formal y precisa de estos estados. Específicamente, la notación ket permite representar un estado cuántico como una combinación lineal de estados fundamentales, acompañada de coeficientes complejos correspondientes. Estos coeficientes son esenciales porque señalan la amplitud de probabilidad de que el sistema se encuentre en un estado específico. La probabilidad de detectar el sistema en tal estado se calcula tomando el cuadrado del valor absoluto de estas amplitudes.

En el caso específico de un qubit, este se puede modelar utilizando la notación ket como una combinación lineal de dos estados base fundamentales, denotados como  $|0\rangle$  y  $|1\rangle$ . La

representación matemática de un qubit se formula entonces de la siguiente manera:

$$|\psi\rangle = \alpha|0\rangle + \beta|1\rangle, \quad (1)$$

siendo  $\alpha$  y  $\beta$  son coeficientes complejos. Estos coeficientes no solo representan las amplitudes de probabilidad de que el qubit se encuentre en cada uno de los estados base al ser medido, sino que también están sujetos a una condición de normalización esencial:  $|\alpha|^2 + |\beta|^2 = 1$ . Esta condición garantiza que la suma total de las probabilidades de encontrar el qubit en uno de los dos estados base sea siempre igual a 1. Así,  $|\alpha|^2$  y  $|\beta|^2$  se interpretan como las probabilidades de que el qubit colapse, respectivamente, en el estado  $|0\rangle$  o el estado  $|1\rangle$ . La notación ket, por tanto, provee un marco matemático para describir de manera detallada y precisa el comportamiento probabilístico inherente a los sistemas cuánticos de dos niveles, como lo son los qubits.

La representación de los estados de un qubit puede ser conceptualizada y visualizada de manera efectiva a través de la esfera de Bloch, como se describe en la ecuación 2. Esta representación matemática ofrece una perspectiva tridimensional y geométrica, permitiendo visualizar el estado de un qubit como un vector en esta esfera. Cada punto sobre la superficie de la esfera de Bloch corresponde a un posible estado del sistema cuántico de dos niveles, facilitando la comprensión y el análisis de estos estados complejos.

$$|\psi\rangle = \cos(\theta/2)|0\rangle + e^{i\varphi} \sin(\theta/2)|1\rangle, \quad (2)$$

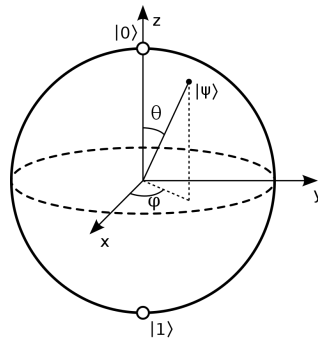


Figura 1: La Esfera de Bloch, utilizada para visualizar y representar geoméricamente los estados cuánticos de un qubit. El “polo norte” corresponde al estado base  $|0\rangle$ , el “polo sur” al estado base  $|1\rangle$ , y otros puntos en la superficie representan combinaciones lineales de ambos estados, con  $0 \leq \varphi \leq 2\pi$  y  $0 \leq \theta \leq \pi$  [1].

En esta esfera, el estado base  $|0\rangle$  se ubica en el “polo sur”, mientras que el estado base  $|1\rangle$  se sitúa en el “polo norte”. La posición de cualquier otro punto en la superficie de la esfera indica una combinación lineal de estos estados base. La dirección del vector que representa el estado del qubit en la esfera proporciona una representación visual intuitiva de la proporción de los estados base  $|0\rangle$  y  $|1\rangle$  que componen el estado cuántico en cuestión. La esfera de Bloch no solo es fundamental para entender los estados cuánticos de un qubit, sino que también es una

herramienta invaluable para visualizar y analizar el comportamiento y las transformaciones de los estados cuánticos.

La transición entre los estados base de un qubit se define mediante una energía de transición específica, ilustrada en la Figura 2. Esta energía, dada por la ecuación  $E = \hbar\omega_0$ , donde  $\hbar$  es la constante de Planck reducida y  $\omega_0$  la frecuencia de transición, representa la diferencia energética entre los dos estados cuánticos fundamentales del qubit.

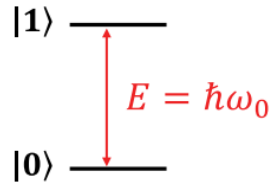


Figura 2: Representación de la diferencia de energía entre los estados base  $|0\rangle$  y  $|1\rangle$ , expresada como el producto de la constante de Planck reducida ( $\hbar$ ) por la frecuencia de transición ( $\omega_0$ ) [2].

La habilidad para manipular el estado cuántico del qubit mediante la aplicación de radiación de frecuencia  $\omega_0$  es una técnica crucial en la computación cuántica y en la experimentación en física cuántica, permitiendo un control preciso sobre los estados de los qubits.

En este contexto, es relevante mencionar el efecto Zeeman, un fenómeno cuántico en el cual la presencia de campos magnéticos externos altera la energía de los estados cuánticos. Este efecto se manifiesta como una división de los niveles de energía de un sistema cuántico, que originalmente eran degenerados, bajo la influencia de un campo magnético. El efecto Zeeman es significativo para entender cómo las interacciones externas, como los campos magnéticos, pueden influir en los estados cuánticos, impactando su estabilidad y coherencia. La comprensión de este fenómeno es fundamental en el estudio de la física cuántica, proporcionando una perspectiva esencial sobre la interacción entre sistemas cuánticos y su entorno.

### 3. Pulsos electromagnéticos gaussianos y su aplicación en puertas cuánticas

En este capítulo, exploramos cómo los pulsos electromagnéticos gaussianos se utilizan para manipular y controlar estados cuánticos, elementos fundamentales en experimentación cuántica.

Los pulsos gaussianos se caracterizan por su perfil de intensidad siguiendo una distribución gaussiana, representada por una curva en forma de campana. La expresión matemática para un pulso gaussiano es:

$$f(t) = A \cdot \cos(\omega \cdot t + \phi) e^{-x^2/\sigma}, \quad (3)$$

donde  $A$  es la amplitud,  $\omega$  la frecuencia angular,  $\phi$  la fase, y  $\sigma$  el ancho del pulso. Un parámetro adicional, la duración, se introduce para delimitar el pulso que, de manera inherente, se extiende infinitamente.



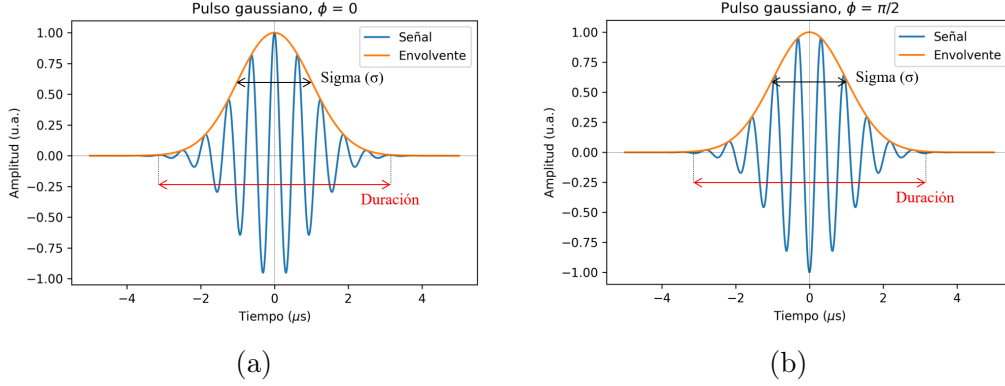


Figura 3: Ilustración del pulso gaussiano en el contexto cuántico para la manipulación y control de qubits, ilustrando los parámetros configurables como la amplitud  $A$ , la frecuencia  $\omega$ , y la fase  $\phi$  ((a):  $\phi = 0$ , rotación alrededor del eje Y; (b):  $\phi = \frac{\pi}{2}$ , rotación alrededor del eje X). También se incluye sigma  $\sigma$  y la duración truncada, lo cual es necesario ya que la distribución gaussiana, por definición, no tiene una longitud finita natural.

La modulación de los parámetros de los pulsos gaussianos permite la creación de puertas cuánticas específicas. Al variar la amplitud, frecuencia y fase, se generan puertas cuánticas como las rotaciones  $\pi/2$ ,  $\pi$ , entre otras. Estas puertas son esenciales para la manipulación precisa de qubits en computación cuántica.

Las puertas cuánticas se pueden interpretar como rotaciones en la esfera de Bloch, ofreciendo una visualización geométrica útil de las operaciones cuánticas. Esta representación es crucial para entender cómo las puertas cuánticas alteran los estados cuánticos.

Los estados cuánticos se representan como vectores (ver Ec. 7) en el espacio de Hilbert y las puertas cuánticas como matrices unitarias. Por ejemplo, las matrices de Pauli, que son fundamentales en la manipulación de estados cuánticos, se definen como sigue:

$$X \equiv \sigma_x = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad (4)$$

$$Y \equiv \sigma_y = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix}, \quad (5)$$

$$Z \equiv \sigma_z = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}. \quad (6)$$

Este enfoque matemático proporciona una comprensión detallada de cómo las puertas cuánticas, aplicadas a través de pulsos gaussianos, facilitan la manipulación controlada de los estados cuánticos en experimentos y aplicaciones de computación cuántica.

## 4. Cambios de base

En mecánica cuántica, la representación de los estados cuánticos y sus transformaciones entre diferentes bases son cruciales para entender la dinámica y las propiedades de los sistemas

cuánticos. A continuación, se describen matemáticamente las transformaciones de la base computacional a la base de Hadamard y a la base de fase.

#### 4.1. Reexpresión de los estados a diferentes bases

La reexpresión de estados en mecánica cuántica es una herramienta teórica esencial que permite la representación de estados cuánticos en diferentes bases. Este proceso crucial no implica un cambio en el estado físico del sistema, sino una transformación en la forma en que se representa y analiza dicho estado. A través de la reexpresión de estados, es posible explorar y comprender las propiedades intrínsecas de los sistemas cuánticos desde diversas perspectivas, facilitando así la interpretación de mediciones y la manipulación teórica de la información cuántica. La habilidad para reexpresar estados es fundamental para observar desde la perspectiva de otra base el estado al que nos enfrentamos.

##### Transformación de base computacional a base de Hadamard

La base computacional está formada por los estados  $|0\rangle$  y  $|1\rangle$ , que pueden representarse matemáticamente como:

$$|0\rangle = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad |1\rangle = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}. \quad (7)$$

Los estados  $|0\rangle$  y  $|1\rangle$  se expresan en la base de Hadamard,  $|+\rangle$  y  $|-\rangle$ , como:

$$|0\rangle_H = \frac{1}{\sqrt{2}}(|+\rangle + |-\rangle), \quad |1\rangle_H = \frac{1}{\sqrt{2}}(|+\rangle - |-\rangle). \quad (8)$$

La transformación de la base computacional a la base  $\{|+\rangle, |-\rangle\}$  se realiza mediante la puerta de Hadamard,  $U_H^\dagger$ , que es una matriz unitaria definida por:

$$U_H^\dagger = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 & i \\ 1 & -i \end{pmatrix}. \quad (9)$$

Esta matriz actúa sobre los estados de la base computacional de la siguiente manera:

$$U_H^\dagger \cdot |0\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} = |0\rangle_H, \quad (10)$$

$$U_H^\dagger \cdot |1\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix} = |1\rangle_H. \quad (11)$$

##### Transformación de base computacional a base de fase

Los estados  $|0\rangle$  y  $|1\rangle$  se expresan en la base de fase,  $|i\rangle$  y  $|-i\rangle$ , como:

$$|0\rangle_F = \frac{1}{\sqrt{2}}(|i\rangle + |-i\rangle), \quad |1\rangle_F = \frac{1}{\sqrt{2}}(|i\rangle - |-i\rangle). \quad (12)$$

La transformación de la base computacional a la base  $\{|i\rangle, |-i\rangle\}$  se realiza mediante la puerta de fase,  $U_F^\dagger$ , que es una matriz unitaria definida por:

$$U_F^\dagger = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 & i \\ 1 & -i \end{pmatrix}. \quad (13)$$

La acción de  $U_F$  sobre los estados de la base computacional es:

$$U_F^\dagger \cdot |0\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 & i \\ 1 & -i \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} = |0\rangle_F, \quad (14)$$

$$U_F^\dagger \cdot |1\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 & i \\ 1 & -i \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} i \\ -i \end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix} = |1\rangle_F. \quad (15)$$

### Transformaciones inversas

Las transformaciones inversas se logran aplicando la matriz adjunta (conjugada y transpuesta) del operador unitario correspondiente. Para las matrices  $U_H^\dagger$  y  $U_F^\dagger$ , las transformaciones inversas son respectivamente:

$$U_H = U_H^\dagger, \quad (16)$$

$$U_F = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -i & i \end{pmatrix}. \quad (17)$$

### Aplicación en sistemas de múltiples qubits

En sistemas compuestos por múltiples qubits, las operaciones individuales sobre cada qubit pueden generalizarse para el sistema completo mediante el empleo del producto tensorial. Consideremos un sistema de dos qubits que se encuentra inicialmente en el estado  $|0, 0\rangle$ . Para transformar cada qubit a la base de Hadamard, aplicamos la matriz de Hadamard  $U_H$  a cada qubit de manera simultánea. La representación matemática de esta operación es  $U_H \otimes U_H$  actuando sobre el estado del sistema, expresado como  $(U_H \otimes U_H)|0, 0\rangle$ . Esta acción produce una superposición equitativa de todos los estados posibles en la base computacional, donde cada estado base posee la misma probabilidad de ser observado.

## 4.2. Redescrición de base

Se ocupa de cambiar la representación de un estado cuántico sin alterar su estado físico. Este concepto es crucial para entender cómo un mismo estado cuántico puede ser descrito de maneras distintas dependiendo de la base elegida. Un ejemplo claro es la representación del estado  $|0\rangle$  como una combinación lineal de los estados  $|+\rangle$  y  $|-\rangle$  de la base de Hadamard. La redescrición de base no implica una transformación física del estado, sino una recontextualización de su representación, lo que es esencial para el análisis teórico y la interpretación de experimentos en física cuántica.

En mecánica cuántica, las matrices de Pauli son fundamentales para describir la dinámica de los sistemas de espín-1/2. La transformación de estas matrices a diferentes bases permite analizar cómo los operadores afectan a los estados en dichas bases.

**Transformación de matrices de Pauli a la base  $\{|+\rangle, |-\rangle\}$** 

Los estados de la base de Hadamard,  $|+\rangle$  y  $|-\rangle$ , pueden ser representados en términos de la base canónica  $\{|0\rangle, |1\rangle\}$  como:

$$|+\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|0\rangle + |1\rangle), \quad |-\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|0\rangle - |1\rangle). \quad (18)$$

**Operador  $X$ :**

El operador  $X$  en la base canónica es:

$$X = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}. \quad (19)$$

Para expresar  $X$  en la base  $\{|+\rangle, |-\rangle\}$ , primero calculamos cómo  $X$  actúa sobre  $|+\rangle$  y  $|-\rangle$ :

$$X|+\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(X|0\rangle + X|1\rangle) = \frac{1}{\sqrt{2}}(|1\rangle + |0\rangle) = |+\rangle, \quad (20)$$

$$X|-\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(X|0\rangle - X|1\rangle) = \frac{1}{\sqrt{2}}(|1\rangle - |0\rangle) = -|-\rangle. \quad (21)$$

La representación matricial de  $X$  en la base  $\{|+\rangle, |-\rangle\}$  se obtiene entonces como:

$$X_{+,-} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}. \quad (22)$$

**Operador  $Y$ :**

El operador  $Y$  en la base canónica se define como:

$$Y = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix}. \quad (23)$$

Para expresar  $Y$  en la base  $\{|+\rangle, |-\rangle\}$ , calculamos cómo actúa  $Y$  sobre  $|+\rangle$  y  $|-\rangle$ :

$$Y|+\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(Y|0\rangle + Y|1\rangle) = \frac{1}{\sqrt{2}}(i|1\rangle - i|0\rangle) = -i|-\rangle, \quad (24)$$

$$Y|-\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(Y|0\rangle - Y|1\rangle) = \frac{1}{\sqrt{2}}(i|1\rangle + i|0\rangle) = i|+\rangle. \quad (25)$$

La matriz representativa de  $Y$  en la base  $\{|+\rangle, |-\rangle\}$  es:

$$Y_{+,-} = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix}. \quad (26)$$

**Operador  $Z$ :**

El operador  $Z$  en la base canónica se representa como:

$$Z = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}. \quad (27)$$

Para transformar  $Z$  a la base  $\{|+\rangle, |-\rangle\}$ , observamos su acción sobre  $|+\rangle$  y  $|-\rangle$ :

$$Z|+\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(Z|0\rangle + Z|1\rangle) = \frac{1}{\sqrt{2}}(|0\rangle - |1\rangle) = |-\rangle, \quad (28)$$

$$Z|-\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(Z|0\rangle - Z|1\rangle) = \frac{1}{\sqrt{2}}(|0\rangle + |1\rangle) = |+\rangle. \quad (29)$$

Por lo tanto, la representación de  $Z$  en la base  $\{|+\rangle, |-\rangle\}$  es:

$$Z_{+,-} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}. \quad (30)$$

**Transformación de matrices de Pauli a la base  $\{|i\rangle, |-i\rangle\}$** 

Los estados  $|i\rangle$  y  $|-i\rangle$  de la base de fase se expresan en la base canónica  $\{|0\rangle, |1\rangle\}$  como:

$$|i\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|0\rangle + i|1\rangle), \quad |-i\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|0\rangle - i|1\rangle). \quad (31)$$

**Operador  $X$ :**

El operador  $X$  en la base canónica es:

$$X = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}. \quad (32)$$

Para transformar  $X$  a la base  $\{|i\rangle, |-i\rangle\}$ , se calcula cómo actúa  $X$  sobre los estados  $|i\rangle$  y  $|-i\rangle$ :

$$X|i\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(X|0\rangle + iX|1\rangle) = \frac{1}{\sqrt{2}}(|1\rangle + i|0\rangle) = i|-i\rangle, \quad (33)$$

$$X|-i\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(X|0\rangle - iX|1\rangle) = \frac{1}{\sqrt{2}}(|1\rangle - i|0\rangle) = -i|i\rangle. \quad (34)$$

La representación matricial de  $X$  en la base  $\{|i\rangle, |-i\rangle\}$  es:

$$X_{i,-i} = \begin{pmatrix} 0 & i \\ -i & 0 \end{pmatrix}. \quad (35)$$

**Operador  $Y$ :**

El operador  $Y$  en la base canónica es:

$$Y = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix}. \quad (36)$$

Al transformar  $Y$  a la base  $\{|i\rangle, |-i\rangle\}$ , consideramos su efecto sobre  $|i\rangle$  y  $|-i\rangle$ :

$$Y|i\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(Y|0\rangle + iY|1\rangle) = \frac{1}{\sqrt{2}}(i|1\rangle + |0\rangle) = |i\rangle, \quad (37)$$

$$Y|-i\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(Y|0\rangle - iY|1\rangle) = \frac{1}{\sqrt{2}}(i|1\rangle - |0\rangle) = -|-i\rangle. \quad (38)$$

La matriz de  $Y$  en la base  $\{|i\rangle, |-i\rangle\}$  es:

$$Y_{i,-i} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}. \quad (39)$$

**Operador  $Z$ :**

El operador  $Z$  en la base canónica es:

$$Z = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}. \quad (40)$$

Al calcular la acción de  $Z$  sobre  $|i\rangle$  y  $|-i\rangle$  en la base  $\{|i\rangle, |-i\rangle\}$ :

$$Z|i\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(Z|0\rangle + iZ|1\rangle) = \frac{1}{\sqrt{2}}(|0\rangle - i|1\rangle) = |-i\rangle, \quad (41)$$

$$Z|-i\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(Z|0\rangle - iZ|1\rangle) = \frac{1}{\sqrt{2}}(|0\rangle + i|1\rangle) = |i\rangle. \quad (42)$$

La representación matricial de  $Z$  en la base  $\{|i\rangle, |-i\rangle\}$  es:

$$Z_{i,-i} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}. \quad (43)$$

## 5. Superposición y entrelazamiento

Este capítulo se centra en establecer las bases teóricas esenciales de la superposición y el entrelazamiento, dos conceptos clave en la mecánica cuántica. La exposición detallada de estas nociones fundamentales proporcionará el marco teórico necesario para comprender los análisis y resultados que se discutirán en las secciones subsiguientes, especialmente aquellos relativos al entrelazamiento cuántico. Al delinear los principios matemáticos y físicos que subyacen a estos fenómenos, se busca preparar el terreno para una exploración más profunda de sus aplicaciones y manifestaciones en experimentos cuánticos, incluyendo el análisis de datos cuánticos avanzados.

## 5.1. Superposición cuántica

La superposición cuántica es un fenómeno en el que un qubit puede existir en una combinación lineal de varios estados. Esta característica se representa matemáticamente como una combinación lineal de estados base, indicada en la ecuación 1, con  $\alpha$  y  $\beta$  como coeficientes complejos que satisfacen la condición  $|\alpha|^2 + |\beta|^2 = 1$ .

Visualmente, el estado de un qubit en superposición se representa mediante la esfera de Bloch (1), donde cada punto en la superficie simboliza un estado de superposición posible. Las operaciones cuánticas, como rotaciones inducidas por pulsos gaussianos, se interpretan como movimientos sobre esta esfera. Por ejemplo, una rotación de  $\pi/2$  alrededor del eje Y transforma el estado  $|0\rangle$  en  $|+\rangle$  y el estado  $|1\rangle$  en  $|-\rangle$ :

$$|0\rangle \xrightarrow{Y, \pi/2} |+\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|0\rangle + |1\rangle), \quad (44)$$

$$|1\rangle \xrightarrow{Y, \pi/2} |-\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|0\rangle - |1\rangle). \quad (45)$$

## 5.2. Entrelazamiento cuántico

El entrelazamiento cuántico se produce cuando los estados de múltiples qubits en un sistema están tan correlacionados que el estado de cada uno no puede describirse de manera independiente sin considerar los otros. Este fenómeno se manifiesta en correlaciones no clásicas entre qubits, incluso a grandes distancias.

Un ejemplo clásico de entrelazamiento es el estado de Bell, como se muestra en la ecuación 46:

$$|\psi\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|0\rangle_A|0\rangle_B + |1\rangle_A|1\rangle_B), \quad (46)$$

donde una medición sobre uno de los qubits determina instantáneamente el estado del otro.

Aunque el análisis detallado del entrelazamiento y su manifestación en experimentos específicos, como la tomografía cuántica, se tratará en secciones posteriores, es importante destacar que estas correlaciones cuánticas son fundamentales para comprender la mecánica y las aplicaciones de los sistemas cuánticos.

El estudio del entrelazamiento, que será explorado más a fondo en apartados subsiguientes, ofrece una visión profunda de las propiedades fundamentales y no intuitivas de la mecánica cuántica.

## 6. EPR y desigualdades de Bell

La Paradoja EPR, propuesta por Einstein, Podolsky y Rosen, desafía las nociones convencionales de localidad en la mecánica cuántica. Esta paradoja argumenta que partículas entrelazadas, incluso separadas por grandes distancias, podrían influirse instantáneamente entre sí. Esta influencia mutua, que desafía la causalidad clásica, se manifiesta en el entrelazamiento cuántico.

El entrelazamiento cuántico, un concepto central en la mecánica cuántica y detallado en la sección 5, se refiere a un estado en el que las propiedades de partículas individuales están intrínsecamente conectadas con el estado global del sistema. Matemáticamente, un estado entrelazado para un sistema bipartito se expresa como:

$$|\Psi_{EPR}\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|0\rangle_A \otimes |0\rangle_B + |1\rangle_A \otimes |1\rangle_B), \quad (47)$$

donde  $|0\rangle$  y  $|1\rangle$  representan estados base del sistema.

## 6.1. Correlaciones cuánticas en las desigualdades de Bell y CHSH

Las desigualdades de Bell y CHSH [3] proporcionan un marco fundamental para entender las correlaciones en sistemas cuánticos y desafían las teorías de variables ocultas locales.

### Desigualdad de Bell

La desigualdad de Bell establece un límite matemático a las correlaciones entre partículas entrelazadas. Se formula como:

$$|E(A, B) - E(A, B')| + |E(A', B) + E(A', B')| \leq 2, \quad (48)$$

donde  $E(A, B)$  es el valor esperado del producto de resultados de medición para los observables  $A$  y  $B$ . La superación de este límite en experimentos cuánticos sugiere la presencia de efectos no explicables por teorías clásicas.

### Desigualdad CHSH

La desigualdad CHSH, una extensión de las desigualdades de Bell, se aplica a observables con resultados  $\pm 1$ . Su expresión es:

$$|E(A, B) - E(A, B') + E(A', B) + E(A', B')| \leq 2, \quad (49)$$

ofreciendo un enfoque más amplio para contrastar las predicciones cuánticas con las teorías clásicas.

Comprender la Paradoja EPR y las desigualdades de Bell es vital para el análisis cuántico. Estos conceptos son fundamentales para interpretar experimentos que exploran el entrelazamiento y la no localidad, y son cruciales para fundamentar teorías avanzadas en física cuántica. La profundización en estos temas permite explorar y comprender mejor los fenómenos cuánticos, desempeñando un papel esencial en el desarrollo continuo de la física cuántica.

## 7. Medida

Este capítulo presenta un análisis exhaustivo de la teoría de la medición en mecánica cuántica, enfatizando su complejidad matemática y sus implicaciones en la interpretación de fenómenos cuánticos.



En la mecánica cuántica, la medición es un proceso que implica una interacción entre el sistema cuántico y el aparato de medición. Este proceso se rige por principios que difieren significativamente de la intuición clásica. La formalización de una medición se describe mediante operadores hermíticos, que actúan sobre el espacio de Hilbert del sistema cuántico.

Cada posible resultado de una medición se asocia con un autovalor de un operador de medición, y el estado del sistema inmediatamente después de la medición corresponde al autovector asociado con el autovalor observado. Matemáticamente, para un operador de medición  $\hat{M}$  con autovalores  $m_i$  y autovectores  $|m_i\rangle$ , la probabilidad  $P(m_i)$  de obtener el resultado  $m_i$  al medir el estado  $|\psi\rangle$  es:

$$P(m_i) = |\langle m_i | \psi \rangle|^2. \quad (50)$$

El postulado de colapso establece que, tras una medición que resulta en un valor específico, el estado del sistema colapsa instantáneamente al autovector correspondiente al autovalor observado. Este fenómeno, conocido como colapso de la función de onda, es uno de los aspectos más debatidos y misteriosos de la mecánica cuántica.

Si un sistema se encuentra inicialmente en un estado de superposición y se realiza una medición, el estado del sistema post-medición será uno de los estados base posibles, con una probabilidad determinada por los coeficientes de superposición originales:

$$|\psi\rangle = \sum_i c_i |i\rangle \xrightarrow{\text{medición}} |\psi'\rangle = |i\rangle, \quad (51)$$

donde  $c_i$  es el coeficiente de superposición del estado  $|i\rangle$  y  $|\psi'\rangle$  es el estado post-medición.

La elección de la base de medición es esencial en la determinación de los resultados de una medición. Las mediciones no se limitan a una sola base, como la base computacional  $\{|0\rangle, |1\rangle\}$ , sino que pueden realizarse en cualquier base ortogonal. Dichas bases serían la base de Hadamard  $\{|+\rangle, |-\rangle\}$ , así como la base de fase  $\{|i\rangle, |-i\rangle\}$ , las cuales se requieren la aplicación de un pulso  $\pi/2$  en el eje X o en el eje Y, respectivamente. Además, la medición en la base computacional requerirá la no aplicación de un pulso para ajustar la rotación, sino directamente la medición. Esto introduce una complejidad adicional, ya que la elección de la base afecta los resultados de la medición.

En el contexto de la no localidad y el entrelazamiento, el proceso de medición adquiere una dimensión adicional. La medición en una parte de un sistema entrelazado instantáneamente afecta el estado del sistema completo, un fenómeno que no tiene equivalente en la física clásica.

La medición cuántica es inherentemente probabilística. El resultado exacto de una medición no se puede predecir con certeza; solo se pueden determinar las probabilidades de los posibles resultados. Esta incertidumbre es una distinción clave entre la física cuántica y la física clásica.

## 8. Sistemas cuánticos abiertos

Los sistemas cuánticos abiertos están definidos por su interacción dinámica con el entorno, una característica que impacta profundamente en su comportamiento y evolución. Esta interacción continua es esencial para comprender la naturaleza y la evolución de los estados cuánticos, destacando su importancia en el estudio de la física cuántica (ver Sec. 2). El vector de Bloch, que representa la distribución probabilística de los estados cuánticos, sirve como una herramienta fundamental para describir estos estados y cuantificar cómo la interacción con el entorno induce cambios significativos en ellos.

Un estado cuántico puro, caracterizado por un vector de Bloch con magnitud  $|\vec{r}| = 1$ , se encuentra en la superficie de la esfera de Bloch. Sin embargo, la interacción ambiental puede causar decoherencia, evidenciada por la reducción de la magnitud del vector de Bloch a  $|\vec{r}| < 1$ , un indicador de la transición hacia estados mixtos. Esta condición se puede expresar matemáticamente como:

$$|\vec{r}| = \sqrt{r_x^2 + r_y^2 + r_z^2} < 1,$$

donde  $r_x$ ,  $r_y$ , y  $r_z$  son las componentes del vector de Bloch en las direcciones  $x$ ,  $y$ , y  $z$ , respectivamente. La disminución de  $|\vec{r}|$  ilustra la pérdida de coherencia y la merma en la pureza del estado cuántico, consecuencia directa de la interacción con el entorno.

La decoherencia, un fenómeno inherente a la teoría cuántica y amplificado por la interacción con un entorno complejo, altera el estado de los sistemas cuánticos abiertos, llevándolos de estados puros a estados mixtos. Estos estados mixtos, con un módulo del vector de Bloch inferior a uno, reflejan una pérdida significativa de coherencia y una disminución en la pureza del estado cuántico. Este análisis subraya la importancia crítica de la decoherencia en la dinámica de los sistemas cuánticos abiertos, marcando un campo de estudio vital para entender la transición de comportamientos cuánticos a clásicos bajo influencias ambientales.

## 9. Pérdida de coherencia en sistemas cuánticos abiertos

La coherencia cuántica representa una piedra angular en la mecánica cuántica, aludiendo a la propiedad de los sistemas cuánticos de sostener estados en superposición. Dentro del ámbito analizado, la degradación de la coherencia ocurre cuando las interacciones ambientales anulan las correlaciones entre estados cuánticos, resultando en la disolución de la superposición de estados. Este fenómeno se visualiza como una contracción del vector de Bloch, que simboliza el estado cuántico del sistema. Dicha disminución de la coherencia restringe la funcionalidad de los sistemas para llevar a cabo los experimentos mencionados, debido a la brevedad de su tiempo de coherencia (del orden de microsegundos), eliminando así las propiedades cuánticas esenciales de los sistemas.

## 9.1. Decaimiento

El fenómeno del decaimiento juega un papel esencial en la física cuántica, estrechamente relacionado con la pérdida de coherencia en sistemas cuánticos. Este ocurre cuando la energía de un qubit se desplaza desde su estado excitado  $|1\rangle$  hacia el estado base  $|0\rangle$ , eliminando cualquier coherencia existente entre ambos estados. La caracterización de este proceso se realiza a través del tiempo de relajación, conocido también como el parámetro temporal  $T_1$ .

La determinación del tiempo de relajación  $T_1$  se lleva a cabo mediante una técnica conocida como “Inversion Recovery”, que comienza con la excitación del qubit al estado  $|1\rangle$ , seguido de un período de espera (“delay”) que permite la evolución libre del sistema antes de la medición. El resultado de esta medición se manifiesta como una curva exponencial decreciente, donde la probabilidad de encontrar el qubit en el estado  $|1\rangle$  disminuye exponencialmente con el tiempo. Específicamente, la probabilidad de detectar el estado  $|1\rangle$  en función del tiempo  $t$  se describe por la ecuación  $P(|1\rangle, t) = e^{-t/T_1}$ .

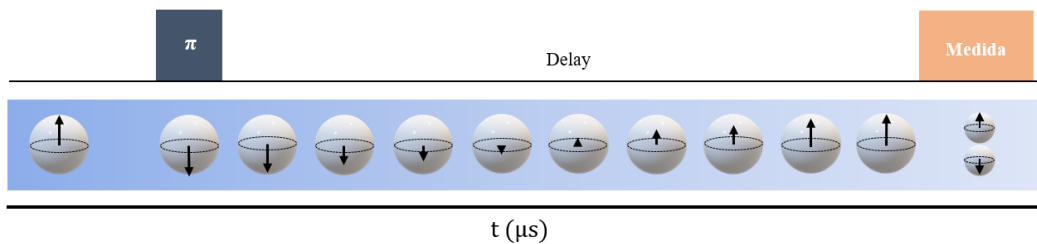


Figura 4: Ilustración de la secuencia “Inversion Recovery” para determinar el tiempo de relajación  $T_1$ . Inicialmente, se observa al qubit en el estado base  $|0\rangle$ , seguido de un pulso  $\pi$  que eleva al qubit al estado  $|1\rangle$ , de mayor energía. Luego, se permite que el sistema evolucione de manera libre durante un intervalo denominado “delay”, culminando con la fase de medición del estado cuántico, que resultará en uno de los estados posibles basado en las probabilidades correspondientes. Este procedimiento se repite múltiples veces para variados periodos de “delay”. En la sección inferior de la figura, se exhibe la trayectoria que el vector de Bloch del qubit en estudio seguiría de manera natural.

## 9.2. Desfase

El fenómeno conocido como desfase cuántico refleja la disminución de la coherencia entre estados en sistemas cuánticos, afectando su cohesión interna. Este proceso se caracteriza mediante el parámetro denominado  $T_2^*$ , que representa el tiempo de desfase. La evaluación de  $T_2^*$  se lleva a cabo por medio de la secuencia de Ramsey (consulte Fig. 9b), un método que inicia con la emisión de un pulso de  $\pi/2$  para posicionar el qubit en un estado de superposición. Tras un intervalo de espera diseñado para permitir la evolución natural del sistema, se aplica un segundo pulso de  $\pi/2$  para orientar el sistema hacia la configuración inicial de medición. Este estado de superposición induce una rotación precesional del vector de estado del qubit alrededor del ecuador de la esfera de Bloch, un proceso identificado como precesión cuántica.

La razón detrás del desfase radica en la diferencia en las velocidades de rotación o frecuencias

de precesión entre los vectores en distintas ejecuciones del experimento. Al promediar las mediciones de varios ensayos sobre un mismo punto, se observa una reducción en la longitud del vector promedio, atribuible a esta diversidad en las velocidades de precesión. La magnitud del desfase entre los vectores incrementa proporcionalmente el acortamiento observado en el vector resultante (ver Fig. 6).

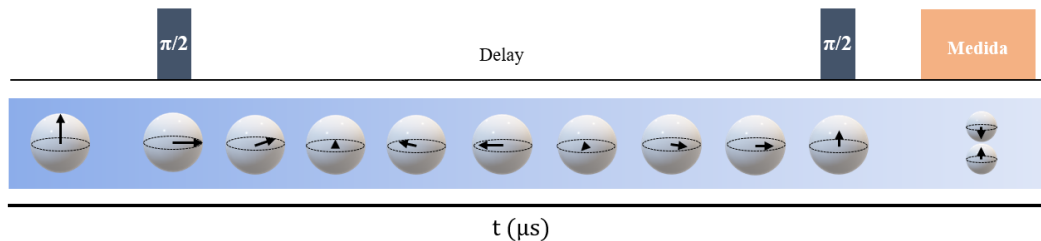


Figura 5: Visualización de la secuencia de “Ramsey” para la medición de  $T2^*$ , mostrando al qubit en su estado inicial  $|0\rangle$ , seguido por un pulso de  $\pi/2$  que transfiere al qubit a un estado de superposición. Luego, se permite que el sistema evolucione libremente durante un intervalo llamado “delay”, periodo durante el cual el vector de Bloch rota alrededor del ecuador de la esfera. Se ilustra cómo el vector experimenta un acortamiento progresivo debido al promedio de distintas ejecuciones. Finalmente, un segundo pulso de  $\pi/2$  reconduce al sistema a su base de medición, culminando con la detección del estado cuántico, que se define según las probabilidades correspondientes. Este procedimiento se repite para diferentes duraciones de “delay”.

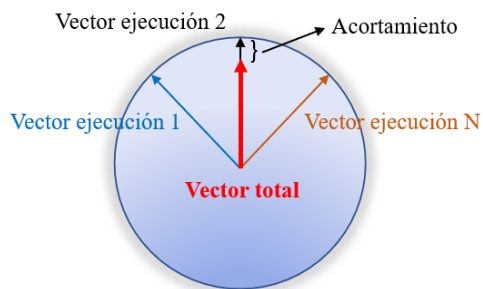


Figura 6: Ejemplificación del acortamiento vectorial en la esfera de Bloch, observado desde una perspectiva cenital para enfatizar el ecuador. Se muestran tres vectores (azul, negro, naranja) para clarificar el fenómeno, resultando en un vector combinado (rojo) notablemente más corto.

### 9.3. Decoherencia

La decoherencia describe un fenómeno fundamental en la mecánica cuántica, en el cual un sistema cuántico experimenta una pérdida de coherencia, transicionando hacia un comportamiento más afín a los sistemas clásicos. La coherencia cuántica es esencial para que los sistemas preserven características intrínsecas como las superposiciones y entrelazamientos

cuánticos. El tiempo de decoherencia, denotado como  $T_2$ , es el parámetro encargado de cuantificar este proceso (ver Fig. 9c). Para su medición, se emplea la técnica conocida como secuencia Hahn Echo (ver Fig. 7). La manifestación de la pérdida de coherencia se expresa mediante la relación  $S(t) = e^{-t/T_2}$ , donde  $S(t)$  simboliza la amplitud de señal en un instante determinado  $t$  y  $T_2$  el tiempo durante el cual el sistema mantiene su coherencia.

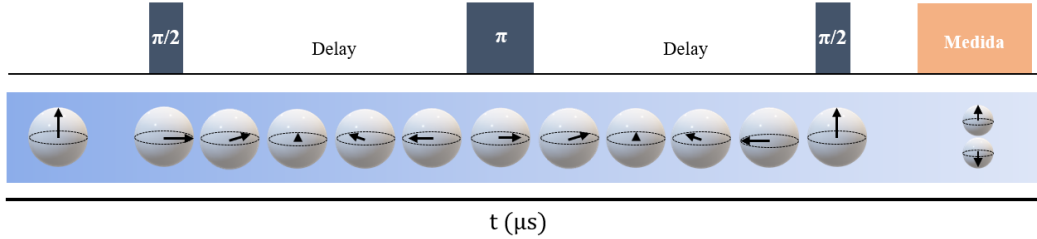


Figura 7: Ilustración de la secuencia Hahn Echo para determinar el tiempo de decoherencia  $T_2$ , mostrando inicialmente el qubit en su estado fundamental  $|0\rangle$ . Un primer pulso de  $\pi/2$  traslada el qubit a un estado de superposición, permitiendo que el sistema evolucione y el vector de Bloch rote alrededor del ecuador de la esfera. Se observa un acortamiento progresivo del vector debido al desfase acumulado entre los vectores en sucesivas mediciones. Un pulso  $\pi$  intermedio invierte la trayectoria de los vectores, compensando el desfase y facilitando el retorno del vector a su posición inicial después de un periodo de evolución libre, creando el efecto de “eco”. Finalmente, un último pulso de  $\pi/2$  prepara el sistema para la medición. La determinación del estado final, susceptible a colapsar en una de las posibilidades cuánticas, se basa en las probabilidades inherentes. Este procedimiento se ejecuta repetidamente con variaciones en el intervalo de “delay”, para una caracterización exhaustiva.

La secuencia Hahn Echo es una técnica avanzada para mitigar el desfase debido al ruido en sistemas cuánticos, implementada mediante una secuencia precisa de pulsos. Inicia con un pulso de  $\pi/2$  para establecer un estado de superposición, seguido de un periodo de evolución que permite al sistema experimentar precesión. La introducción de un pulso  $\pi$  invierte efectivamente el desfase acumulado, originado por las variaciones en las velocidades de precesión de los vectores en distintas ejecuciones. Este método ajusta el desfase al aplicar el pulso  $\pi$ , sincronizando nuevamente la precesión a velocidades divergentes para reinstaurar la integridad de la señal. Tras un segundo intervalo de evolución libre, se administra otro pulso de  $\pi/2$  para alinear el sistema hacia la configuración de medición prevista.

Para ilustrar esta técnica, consideremos la analogía de una carrera de atletismo donde dos corredores inician desde un punto común a diferentes velocidades. Tras un lapso predeterminado (delay), se les instruye realizar un giro (equivalente al pulso  $\pi$ ). Aunque uno de los corredores pueda avanzar más rápidamente al principio, la instrucción de girar asegura que, después de un tiempo equivalente, ambos retornen al punto de inicio simultáneamente, neutralizando cualquier ventaja inicial (o desfase entre vectores) que uno podría haber tenido sobre el otro.

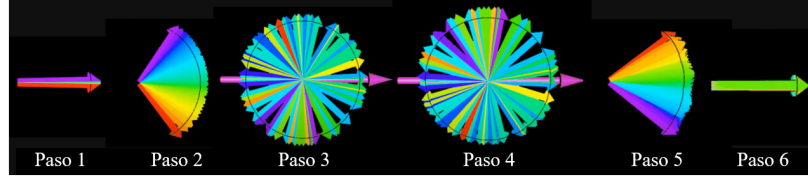


Figura 8: Representación de la estrategia para la corrección de desfases mediante la secuencia Hahn Echo. Inicialmente, se presenta un estado donde el vector muestra coherencia plena, sin indicios de desfase. Seguidamente, se evidencia el inicio de la divergencia entre vectores, marcando el comienzo de la pérdida de coherencia. En la tercera fase, se alcanza el desfase máximo entre los vectores. La aplicación de un pulso de rotación  $\pi$  (indicado por el vector rojo) marca el cuarto paso, iniciando el proceso de realineación. Este acto es seguido por una fase donde los vectores gradualmente retoman la coherencia, revirtiendo el desfase inicial. Culmina con la restauración completa de la coherencia entre vectores, eliminando el desfase y logrando el efecto conocido como “spin-echo”. [4]

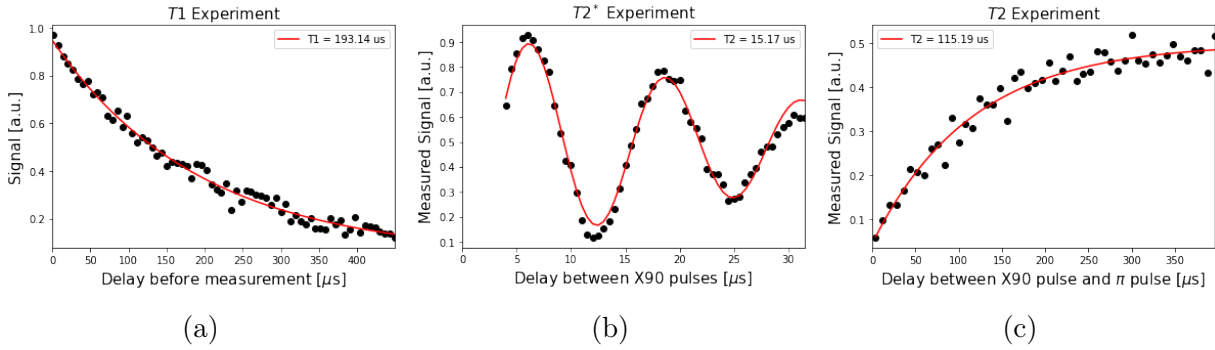


Figura 9: Visualización del experimento para la determinación de los tiempos característicos  $T_1$ ,  $T_2^*$ , y  $T_2$ . Los datos experimentales se señalan mediante puntos negros, correspondientes a las observaciones directas, mientras que la curva roja ilustra el ajuste teórico obtenido por el método de mínimos cuadrados. El eje vertical (Y) indica la intensidad de la señal en unidades arbitrarias, y el eje horizontal (X) representa el intervalo temporal entre los pulsos aplicados en cada secuencia experimental. (a) En la secuencia “Inversion Recovery”, se aprecia una disminución exponencial de la señal al medir  $T_1$ , reflejando la transición energética del qubit desde el estado excitado  $|1\rangle$  hacia el estado base  $|0\rangle$ , descrita por la ecuación  $P(|1\rangle, t) = e^{-t/T_1}$ . (b) Durante la secuencia “Ramsey”, se observan oscilaciones en la medida de  $T_2^*$  debido a la precesión del vector de estado a lo largo del ecuador de la esfera de Bloch, junto con una atenuación de la señal causada por el acortamiento del vector resultante. (c) La secuencia “Hahn Echo” muestra una reducción exponencial de la señal al determinar  $T_2$ , comportamiento modelado por  $S(t) = e^{-t/T_2}$ , evidenciando la recuperación de la coherencia del sistema.

## 10. Formalismo cuántico: Interacciones del Hamiltoniano y la matriz densidad

La mecánica cuántica, en su búsqueda por una descripción exhaustiva de los fenómenos a escala subatómica, recurre al formalismo de la matriz de densidad, que representa una extensión crítica más allá de la descripción convencional basada en vectores de estado. Este enfoque es particularmente esencial para caracterizar estados mixtos, una categoría de estados cuánticos que surgen en contextos de incertidumbre o como resultado de la mezcla estadística de múltiples estados puros.

La matriz de densidad  $\rho$  se define matemáticamente de la siguiente manera:

$$\rho = \sum_i p_i |\psi_i\rangle\langle\psi_i|, \quad (52)$$

donde  $p_i$  denota la probabilidad de encontrar el sistema en el estado puro  $|\psi_i\rangle$ . Cada término  $|\psi_i\rangle\langle\psi_i|$  actúa como un operador proyector, destacando la contribución de cada estado puro en la composición del sistema. La matriz  $\rho$  se caracteriza por ser hermítica ( $\rho = \rho^\dagger$ ), tener una traza unitaria ( $\text{Tr}(\rho) = 1$ ), y cumplir con la condición de ser semi-definida positiva, lo que asegura que sus autovalores sean no negativos:

$$\langle\psi|\rho|\psi\rangle \geq 0 \quad \forall |\psi\rangle. \quad (53)$$

En el escenario de los estados puros, representados por  $|\psi\rangle$ , la matriz de densidad adopta una forma simplificada,  $\rho = |\psi\rangle\langle\psi|$ . Sin embargo, en el caso de los estados mixtos,  $\rho$  encapsula una superposición estadística de estados puros, ofreciendo una visión global de las configuraciones posibles del sistema y sus probabilidades asociadas.

El Hamiltoniano  $H$ , introducido en este contexto, desempeña un rol fundamental al determinar la evolución temporal de los sistemas cuánticos descritos por  $\rho$ . Este operador, representando la energía total del sistema, dicta cómo los estados cuánticos evolucionan en respuesta a diversas influencias físicas. Para sistemas cuánticos cerrados, el Hamiltoniano orienta la dinámica de los estados puros mediante la ecuación de Schrödinger. No obstante, en contextos más complejos, como sistemas abiertos o bajo incertidumbre, donde predominan los estados mixtos, la evolución temporal del sistema se rige por la ecuación de Liouville-von Neumann:

$$i\hbar \frac{d\rho}{dt} = [H, \rho], \quad (54)$$

subrayando que los cambios en  $\rho$  dependen esencialmente de la estructura y las propiedades intrínsecas del Hamiltoniano. Este enfoque proporciona una comprensión holística de la dinámica cuántica del sistema.

En los sistemas cuánticos abiertos, el fenómeno de la decoherencia se manifiesta en la matriz de densidad como una disminución en las coherencias fuera de la diagonal principal, lo que refleja la transición de estados puros a estados mixtos debido a las interacciones con el entorno. Este proceso destaca el impacto significativo de las mediciones y las interacciones externas en la evolución del sistema cuántico.

Finalmente, la matriz de densidad se alinea con la interpretación probabilística de la mecánica cuántica, como lo establece la Regla de Born. Esta regla define que la probabilidad  $P$  de observar el sistema en un estado particular  $|\phi\rangle$  tras una medición es  $P = |\langle\phi|\psi\rangle|^2$ , reforzando el carácter intrínseco de probabilidades de la mecánica cuántica y su relación con los resultados experimentales.



## 11. Modelo del Hamiltoniano para la interacción entre dos qubits

### 11.1. Introducción

En el estudio de sistemas cuánticos compuestos por dos qubits, el Hamiltoniano juega un papel crucial al determinar la evolución temporal de estos sistemas. Este enfoque es fundamental en la mecánica cuántica, ya que proporciona una descripción completa de cómo los estados cuánticos de los qubits interactúan y evolucionan bajo diversas condiciones. La ecuación de Schrödinger, formulada como

$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t} |\psi(t)\rangle = \hat{H} |\psi(t)\rangle, \quad (55)$$

es esencial para analizar la dinámica de los qubits. Aquí,  $|\psi(t)\rangle$  representa el estado cuántico del sistema en el tiempo  $t$ , y  $\hat{H}$  es el Hamiltoniano que gobierna la evolución del sistema, convirtiéndolo en un modelo indispensable para comprender las interacciones cuánticas fundamentales de nuestros sistemas.

### 11.2. Hamiltoniano de dos qubits

El estudio de la dinámica de dos qubits interactuantes se centra en el análisis del Hamiltoniano. En su forma más básica, el Hamiltoniano inicial, conocido como la imagen original del sistema, se define como:

$$H_0 = \varepsilon_0 Z_0 + g Z_0 Z_1 + \varepsilon_1 Z_1, \quad (56)$$

donde  $\varepsilon_0 Z_0$  y  $\varepsilon_1 Z_1$  representan las energías de los qubits individuales, con  $\varepsilon_0$  y  $\varepsilon_1$  como las energías correspondientes a los qubits 0 y 1. Los operadores  $Z_0$  y  $Z_1$  generalmente se asocian con la matriz de Pauli  $\sigma_z$ . El término  $g Z_0 Z_1$  describe la interacción entre los qubits, donde  $g$  es la constante de acoplamiento que cuantifica la fuerza de esta interacción y  $Z_0 Z_1$  implica una interacción dependiente del estado de ambos qubits.

Al introducir pulsos externos, se observa una transformación del Hamiltoniano, representando un cambio a la imagen de interacción del sistema. Este Hamiltoniano transformado se describe como:

$$H = \Delta_0 Z_0 + \Omega_0 X_0 + g Z_0 Z_1 + \Omega_1 X_1 + \Delta_1 Z_1, \quad (57)$$

donde  $\Delta_0 Z_0$  y  $\Delta_1 Z_1$  representan la desintonización de cada qubit, con  $\Delta_0$  y  $\Delta_1$  como detuning entre los pulsos aplicados y la frecuencia natural del qubit correspondiente. Los términos  $\Omega_0 X_0$  y  $\Omega_1 X_1$  representan la interacción de cada qubit con un campo externo (pulsos) aplicados sobre el eje  $X$ , con  $\Omega_0$  y  $\Omega_1$  como las amplitudes de los pulsos y  $X_0$ ,  $X_1$  como operadores asociados a la matriz de Pauli  $\sigma_x$ . A través de estos cambios, el término  $g Z_0 Z_1$  continúa describiendo la interacción ZZ entre los qubits, pero ahora en el contexto de la imagen de interacción modificada por los pulsos.

### 11.3. Transformaciones en el Hamiltoniano

La evolución del Hamiltoniano bajo la influencia de pulsos externos y otras transformaciones se describe de la siguiente manera:

1. Hamiltoniano inicial:  
El Hamiltoniano inicial,  $H_0$ , describe dos qubits acoplados con sus energías individuales y la forma de interacción entre ellos.
2. Aplicación de pulsos externos:  
Al aplicar pulsos externos al sistema, se añaden términos adicionales al Hamiltoniano. Estos pulsos pueden ser modelados como  $\Omega \cos(\omega t)X$ , con  $\Omega$  representando la amplitud del pulso y  $X$  la matriz de Pauli  $\sigma_x$ .
3. Cambio al marco rotante:  
Se realiza una transformación al marco giratorio, que implica cambiar el punto de referencia a uno que rote con la misma frecuencia que los pulsos.
4. Aplicación de la Rotating Wave Approximation (RWA):  
En el marco giratorio, algunos términos oscilan rápidamente y son simplificados mediante la RWA, que asume que estos términos de alta frecuencia tienen un efecto menor en la dinámica del sistema.
5. Hamiltoniano simplificado:  
Después de aplicar la RWA, se obtiene un Hamiltoniano más sencillo, donde aparecen términos como el detuning, que representa la diferencia entre la frecuencia natural del qubit y la frecuencia del pulso aplicado.

## 11.4. Hamiltoniano bajo condiciones de pulso y delay

La dinámica de un sistema de dos qubits bajo la influencia de pulsos externos y durante periodos de delay se describe mediante diferentes formas del Hamiltoniano.

### 11.4.1. Hamiltoniano durante la aplicación de pulsos

Cuando se aplican pulsos externos a los qubits, el Hamiltoniano se simplifica debido a la intensidad y rapidez de estos pulsos. El Hamiltoniano bajo estas condiciones se describe como:

$$H_{pulsos} = \Omega_0 Pulso_0 + \Omega_1 Pulso_1, \quad (58)$$

donde  $\Omega_0$  y  $\Omega_1$  son significativamente mayores que otros términos del Hamiltoniano, como  $g$  y  $\Delta_{0,1}$ . Esto permite asumir que los términos de interacción  $ZZ$  y desintonización  $Z$  son aproximadamente nulos durante la aplicación de los pulsos. Por lo tanto, se puede considerar que los qubits evolucionan de manera independiente bajo este Hamiltoniano, con un enfoque en las operaciones individuales sobre cada qubit. La duración de los pulsos, representada por  $\tau$ , es crucial para definir la acción de estos pulsos en los qubits.

### 11.4.2. Hamiltoniano durante periodos de delay

En los periodos de delay, donde no se aplican pulsos externos, el Hamiltoniano vuelve a su forma inicial que incluye la interacción entre los qubits. Este se representa como:

$$H_{delay} = \Delta_0 Z_0 + g Z_0 Z_1 + \Delta_1 Z_1, \quad (59)$$

Este Hamiltoniano refleja la evolución natural de los qubits y su interacción. Aquí, los términos  $\Delta_0 Z_0$  y  $\Delta_1 Z_1$  representan la desintonización inherente de los qubits, y el término  $g Z_0 Z_1$  describe la interacción  $ZZ$  entre ellos. Durante estos periodos, la dinámica de los qubits está influenciada significativamente por la interacción entre ellos, lo que puede llevar a fenómenos como el entrelazamiento y correlaciones cuánticas.

En resumen, el Hamiltoniano de un sistema de dos qubits varía significativamente dependiendo de si se están aplicando pulsos externos o si el sistema se encuentra en un periodo de delay. Estos cambios en el Hamiltoniano son fundamentales para controlar y manipular la evolución de los estados cuánticos en los qubits.

## 11.5. Matriz unitaria $U(t)$ y proceso de diagonalización

La matriz unitaria  $U(t)$  es un componente esencial en la mecánica cuántica, ya que modela cómo evoluciona un sistema cuántico con el tiempo. Se relaciona directamente con el Hamiltoniano  $H$  del sistema, y su cálculo se basa en la expresión

$$e^{-iHt} = U(t). \quad (60)$$

Alternativamente, se puede expresar como

$$U(t) = P \cdot e^{-iDt} \cdot P^{-1}, \quad (61)$$

donde cada componente tiene un papel específico en la transformación del sistema:

- **Matriz  $P$ :** Esta matriz contiene los vectores propios del Hamiltoniano  $H$ . Estos vectores, obtenidos al resolver la ecuación característica de  $H$ , ofrecen una base en la que  $H$  se representa de manera más sencilla.
- **Matriz Diagonal  $D$ :**  $D$  es una matriz diagonal que alberga los valores propios de  $H$ , representando las energías de los estados cuánticos en la base de vectores propios. Esta matriz es fundamental para entender cómo cada estado evoluciona individualmente con el tiempo.
- **Inversa de  $P$  ( $P^{-1}$ ):** La inversa de  $P$  permite regresar del espacio transformado al espacio original. Esta operación es clave para interpretar la evolución del sistema en el marco de referencia original.

En ciertos contextos, como cuando se selecciona una base alineada con los componentes del Hamiltoniano,  $H$  puede presentarse ya en forma diagonal. Esto simplifica notablemente el proceso, ya que  $P$  se convierte en la matriz identidad y  $D$  es directamente igual a  $H$ .

El proceso de diagonalización, cuando es necesario, se descompone en las siguientes fases:

1. **Identificación de  $P$ :** Consiste en encontrar los vectores propios de  $H$ , que constituyen las columnas de  $P$ .
2. **Elaboración de  $D$ :** Implica la creación de la matriz diagonal  $D$  a partir de los valores propios de  $H$ , capturando la esencia de la evolución temporal de cada estado cuántico independiente.

3. **Cómputo de  $U(t)$ :** Se realiza mediante la aplicación de la transformación  $P \cdot e^{-iDt} \cdot P^{-1}$ , lo cual proporciona una visión detallada y matemáticamente rigurosa de la evolución temporal del sistema.

Esta matriz unitaria  $U(t)$ , resultante de un Hamiltoniano ya sea pre-diagonalizado o procesado a través de la diagonalización, es vital para analizar y comprender la evolución temporal en sistemas cuánticos, revelando cómo se desarrollan los estados cuánticos a lo largo del tiempo.

## 11.6. Aplicación de la matriz unitaria $U(t)$ al estado inicial

Una vez obtenida la matriz unitaria  $U(t)$ , el siguiente paso es aplicarla al estado inicial del sistema cuántico para determinar cómo evoluciona este estado con el tiempo. Esta aplicación es fundamental para entender la dinámica cuántica del sistema bajo estudio.

### Estado inicial del sistema

Consideremos un estado inicial  $|\psi(0)\rangle$  del sistema cuántico. Este estado representa la configuración cuántica en  $t = 0$  y puede estar compuesto por una superposición de diferentes estados base.

### Evolución temporal del estado

La evolución temporal del estado cuántico se rige por la expresión:

$$|\psi(t)\rangle = U(t) \cdot |\psi(0)\rangle, \quad (62)$$

donde  $|\psi(t)\rangle$  representa el estado del sistema en un tiempo  $t$  posterior. La matriz unitaria  $U(t)$ , que encapsula la dinámica impuesta por el Hamiltoniano, actúa sobre el estado inicial  $|\psi(0)\rangle$  para proporcionar una visión completa de la evolución del sistema.

### Proceso de aplicación

La aplicación de  $U(t)$  al estado inicial implica los siguientes pasos:

1. **Multiplicación matricial:** La matriz unitaria  $U(t)$  se multiplica con el vector de estado inicial  $|\psi(0)\rangle$ . Esta operación matricial transforma el estado inicial en un nuevo estado que refleja la evolución del sistema en el tiempo  $t$ .
2. **Interpretación física:** El estado resultante  $|\psi(t)\rangle$  proporciona información sobre las probabilidades de encontrar el sistema en diferentes estados base en el tiempo  $t$ . La naturaleza unitaria de  $U(t)$  asegura la conservación de la probabilidad total en el tiempo.
3. **Análisis temporal:** Repitiendo este proceso para diferentes valores de  $t$ , se puede construir una trayectoria completa que describe cómo el estado cuántico cambia y evoluciona a lo largo del tiempo.

**Significado físico**

La aplicación de  $U(t)$  a  $|\psi(0)\rangle$  es crucial para predecir el comportamiento futuro del sistema cuántico y para entender las implicaciones de la dinámica cuántica regida por el Hamiltoniano. Esta metodología es aplicable a una variedad de sistemas, desde partículas elementales hasta sistemas de qubits en computación cuántica.

En resumen, la evolución temporal del estado cuántico  $|\psi(t)\rangle$ , obtenida mediante la aplicación de  $U(t)$  al estado inicial, es un pilar fundamental en el estudio y comprensión de sistemas cuánticos.

# Contextualización de investigaciones previas

## 12. Contextualización de investigaciones previas

En esta sección, basándonos en la literatura y hallazgos reportados en [5], proporcionamos una revisión exhaustiva de los resultados obtenidos en nuestras investigaciones anteriores. Estos hallazgos son fundamentales para comprender la trayectoria de nuestros experimentos actuales y establecer un marco sólido para futuras investigaciones.

Nuestros estudios previos han estado centrados en la aplicación de técnicas avanzadas de detección cuántica, como las secuencias de Ramsey y Hahn Echo, para investigar la interacción entre qubits adyacentes en sistemas cuánticos. Hemos analizado detalladamente cómo la excitación de un qubit vecino puede influir significativamente en la frecuencia y el tiempo de decoherencia  $T_2$  del qubit sensor. Estos resultados iniciales no solo resaltan la sensibilidad de nuestros sistemas cuánticos sino que también subrayan la relevancia del entrelazamiento cuántico y su potencial para aumentar la precisión y sensibilidad en la detección de señales electromagnéticas.

A continuación, detallaremos las secuencias específicas y los resultados obtenidos en estos experimentos previos, proporcionando así una base sólida para comprender la evolución y dirección de nuestros experimentos actuales. Este análisis retrospectivo es crucial para identificar las áreas de mejora y las oportunidades para innovaciones futuras en el campo de la medición y detección cuántica.

### 12.1. Experimentos previos

En esta subsección, comenzaremos con un desglose detallado de las secuencias y resultados obtenidos en experimentos anteriores. Este análisis proporcionará una visión clara de cómo las técnicas y metodologías empleadas anteriormente han influenciado y guiado el diseño de los experimentos actuales. La revisión de estos experimentos previos abarca desde la evaluación de la secuencia de pulsos de Ramsey en la detección de perturbaciones en los niveles de energía hasta la aplicación de la secuencia de Hahn Echo para investigar la dinámica de decoherencia y entrelazamiento en sistemas cuánticos complejos.

Este análisis retrospectivo no solo refleja el progreso realizado hasta la fecha sino que también establece un marco para la exploración continua de nuevas técnicas y metodologías en el campo de la detección cuántica.

#### 12.1.1. Secuencia de Ramsey en qubit sensor y qubit vecino excitado inicialmente

Este experimento se enfoca en la detección de perturbaciones en los niveles de energía de un sistema cuántico a través del efecto Zeeman, empleando la técnica de secuencia de pulsos de Ramsey en un qubit sensor (13). Se introduce un pulso  $\pi$  en un qubit adyacente, cuyo estado altera los niveles de energía del sistema, actuando como una señal externa sincronizada con el primer pulso  $\pi/2$  de la secuencia de pulsos del qubit sensor. El objetivo es evaluar cómo esta señal externa modifica la frecuencia del qubit sensor, una herramienta crucial para caracterizar sistemas cuánticos y medir precisamente las frecuencias de transición energética.

La metodología implica comparar la frecuencia de referencia inicial del qubit sensor con su

frecuencia real post-aplicación de la señal externa, buscando detectar cambios significativos que indiquen perturbaciones en los niveles de energía causadas por el pulso  $\pi$  adicional.

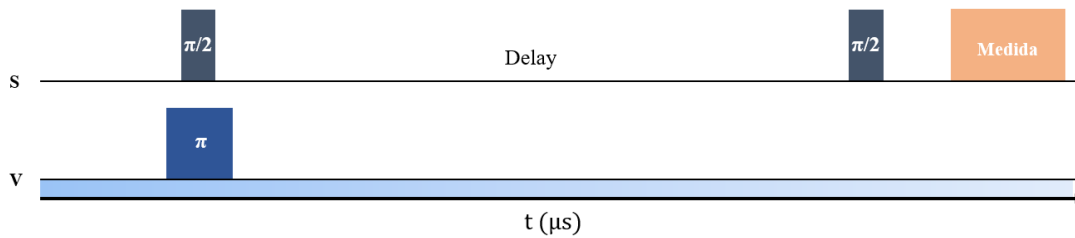


Figura 10: Esquema de la secuencia de Hahn Echo aplicada al qubit sensor, con la inclusión de un pulso  $\pi$  inicial en un qubit vecino, ilustrando la metodología experimental diseñada para evaluar el impacto en el tiempo de decoherencia  $T_2$ .

Los resultados muestran fluctuaciones sutiles pero perceptibles en la frecuencia del qubit sensor, especialmente cuando el qubit adyacente es excitado, con diferencias en el orden de kHz frente a una frecuencia base de GHz. Aunque se logró detectar la señal, se identifica una oportunidad de mejora en la sensibilidad del sensor, señalando la necesidad de desarrollar técnicas más precisas para la detección de señales.

Las visualizaciones incluidas demuestran las diferencias de frecuencia entre la condición base y los escenarios con los qubits adyacentes excitados, proporcionando una comparación clara de cómo la excitación de estos qubits afecta la señal medida del qubit sensor.

Este experimento subraya la importancia de continuar la investigación para optimizar la detección de perturbaciones en sistemas cuánticos y mejorar la precisión de las mediciones cuánticas.

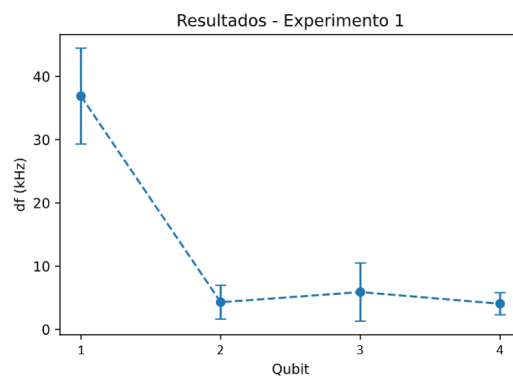


Figura 11: Resultados del experimento utilizando la secuencia de pulsos de Ramsey en el qubit sensor, con un pulso  $\pi$  en un qubit vecino. Se muestra la variación en la frecuencia del qubit sensor debido a la excitación del qubit adyacente. Los puntos azules representan el valor medio de las mediciones, y las barras indican el error en cada caso, destacando las fluctuaciones en la frecuencia relacionadas con la excitación del qubit vecino.



### 12.1.2. Secuencia de Hahn Echo en qubit sensor y qubit vecino excitado inicialmente

Siguiendo las indagaciones realizadas en el experimento anterior, que se valió de la secuencia de pulsos de Ramsey para sondear las perturbaciones en los niveles de energía de un qubit sensor, el siguiente experimento se enfoca en la utilización de la secuencia de pulsos de Hahn Echo para evaluar la sensibilidad del sensor cuántico en la detección de perturbaciones, concentrándose en el tiempo de decoherencia,  $T_2$ . Se introduce un pulso  $\pi$  en un qubit vecino, alterando su estado para que funcione como una señal externa. Esta modificación se alinea con el inicial pulso de  $\pi/2$  en la secuencia de Hahn Echo dirigida al qubit sensor, buscando examinar el efecto de esta influencia externa sobre la coherencia del sistema, un efecto que se manifiesta en el parámetro de decoherencia  $T_2$ .

La técnica de Hahn Echo, fundamental en el estudio de la dinámica de sistemas cuánticos, facilita la determinación exacta del  $T_2$ . Introduciendo un pulso adicional de  $\pi$  en un qubit adyacente, se propone investigar la manera en que las interferencias externas influyen en  $T_2$ . La condición del qubit utilizado como fuente de la señal externa juega un rol crucial en la coherencia del entramado cuántico, permitiendo así un análisis detallado de las dinámicas de interacción y decoherencia.

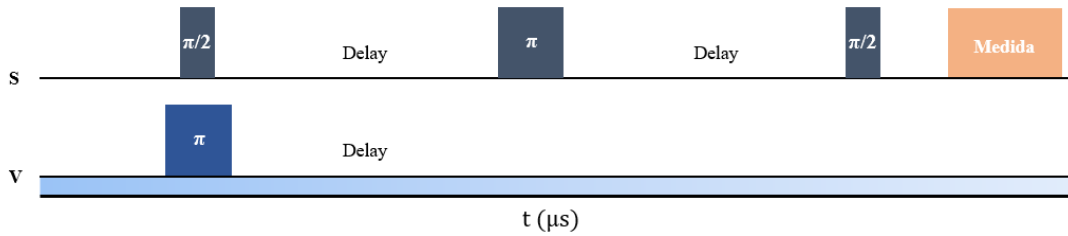


Figura 12: Esquema de la secuencia de Hahn Echo aplicada al qubit sensor, con la inclusión de un pulso  $\pi$  en un qubit vecino, ilustrando la metodología experimental diseñada para evaluar el impacto en el tiempo de decoherencia  $T_2$ .

Los resultados indican que las disminuciones en  $T_2$  son un indicador claro de la activación de qubits vecinos. Incluso permiten inferir la topología del sistema de sensores a partir de las variaciones observadas en  $T_2$ . La evaluación de la eficacia de los sensores revela que aquellos con valores naturales más altos de  $T_2$  experimentan reducciones más marcadas, identificando al qubit 0 como el más sensible y al qubit 2 como el menos sensible.

Este estudio marca un avance significativo en la capacidad de detección de señales, superando en sensibilidad a métodos anteriores y sentando las bases para futuras investigaciones enfocadas en la optimización de sensores cuánticos y la mejora en la eficacia de detección de señales.

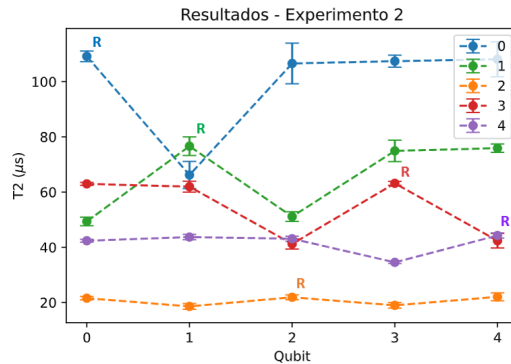


Figura 13: Visualización gráfica de los resultados obtenidos en el experimento con la secuencia de Hahn Echo. Esta imagen muestra la variación del tiempo de decoherencia  $T_2$  del qubit sensor en respuesta a la excitación del qubit vecino. Se destacan los cambios observados en  $T_2$ , tanto en condiciones normales como bajo la influencia de la señal externa del qubit vecino, proporcionando una comparación directa del impacto de esta excitación en la coherencia del sistema cuántico.

### 12.1.3. Secuencia de Hahn Echo en qubit sensor y qubit vecino excitado simultáneamente

El Experimento 3, siguiendo la eficacia demostrada por la secuencia de Hahn Echo, explora una nueva configuración en la alineación de los pulsos. A diferencia de experimentos previos, este experimento sincroniza un pulso  $\pi$  en un qubit vecino con el pulso  $\pi$  de la secuencia de Hahn Echo en el qubit sensor. El propósito es examinar cómo la alteración simultánea del estado del qubit vecino afecta la secuencia de Hahn Echo y, por ende, el comportamiento del sistema cuántico.

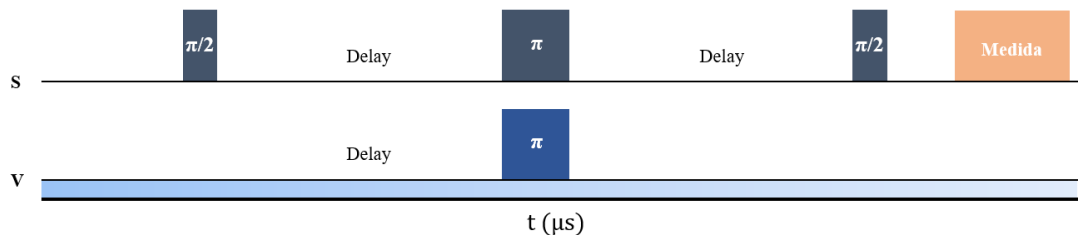
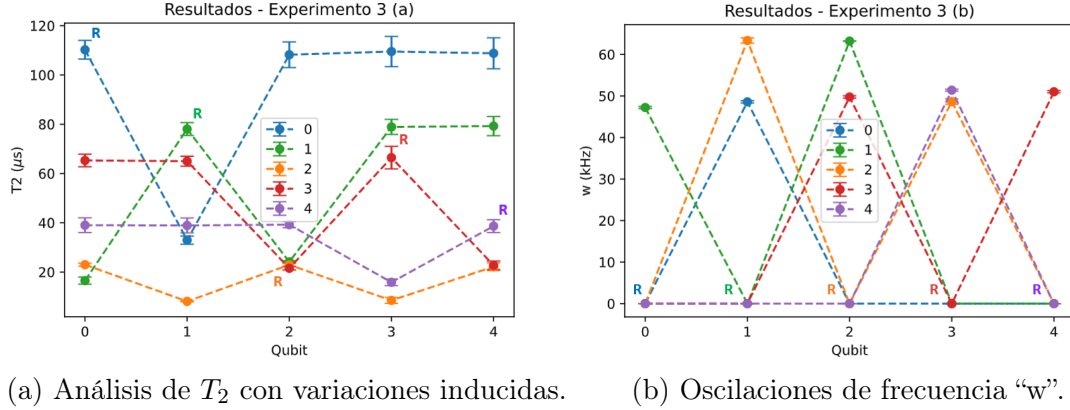


Figura 14: Esquema de la secuencia de Hahn Echo aplicada al qubit sensor, con la inclusión de un pulso  $\pi$  simultáneo en un qubit vecino, ilustrando la metodología experimental diseñada para evaluar el impacto en el tiempo de decoherencia  $T_2$ .

Los resultados de este experimento revelan una disminución más acusada en el tiempo de decoherencia  $T_2$  en comparación con el Experimento 2. Un descubrimiento crucial ha sido la detección de oscilaciones en la curva de decaimiento de  $T_2$ , que solo ocurren cuando el qubit vecino más cercano al sensor es excitado. Estas oscilaciones se cuantifican mediante el parámetro “w”, representando su frecuencia.

(a) Análisis de  $T_2$  con variaciones inducidas.

(b) Oscilaciones de frecuencia "w".

Figura 15: Resultados del Experimento 3 mostrando tanto el cambio en  $T_2$  como la aparición de oscilaciones. Se observa una relación directa entre la excitación del qubit vecino y las variaciones en estos parámetros.

La presencia de estas oscilaciones sugiere una interacción compleja entre el qubit sensor y su vecino, que no puede ser completamente compensada por la secuencia de Hahn Echo, resultando en un efecto Zeeman asimétrico. Este fenómeno está correlacionado con la perturbación de la diferencia de frecuencia observada en el Experimento 1, destacando la sensibilidad del sensor a variaciones sutiles en el entorno cuántico.

Estos hallazgos señalan una mejora continua en la sensibilidad y precisión de los sensores cuánticos, evidenciando la capacidad de detectar señales con alta eficiencia. Además, fortalecen las conclusiones de los experimentos anteriores y subrayan la importancia de la sincronización precisa de los pulsos en la medición y detección de señales cuánticas.

#### 12.1.4. Secuencia de Hahn Echo en qubit sensor y qubit vecino excitado simultáneamente e inicialmente variable

En este experimento se introduce una variación en la metodología aplicada en los experimentos anteriores. Esta variante implica la utilización de un pulso inicial variable, sincronizado con el pulso  $\pi/2$  de la secuencia de Hahn Echo en el qubit sensor. El pulso variable se ajusta en su rotación para evaluar su influencia en la interacción con el qubit vecino y, por tanto, en los parámetros observados.

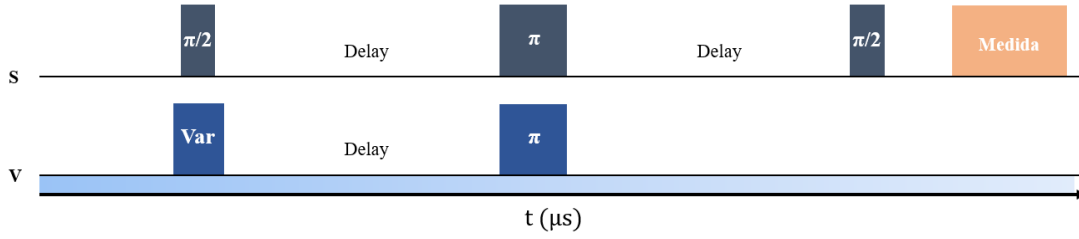


Figura 16: Esquema de la secuencia de Hahn Echo aplicada al qubit sensor, con la inclusión de un pulso  $\pi$  simultáneo en un qubit vecino y pulso inicial variable, ilustrando la metodología experimental diseñada para evaluar la rotación del pulso inicial en el impacto en el tiempo de decoherencia  $T_2$ .

El análisis de los resultados muestra un incremento leve en el tiempo de decoherencia  $T_2$  cuando la rotación del pulso variable alcanza los  $180^\circ$ . Además, se observa una tendencia decreciente en la frecuencia de las oscilaciones, caracterizada por el parámetro “w”, en correlación directa con la rotación del pulso  $\pi$ . Estos resultados sugieren un impacto sutil pero distinguible de la modificación en el pulso inicial sobre los efectos previamente estudiados.

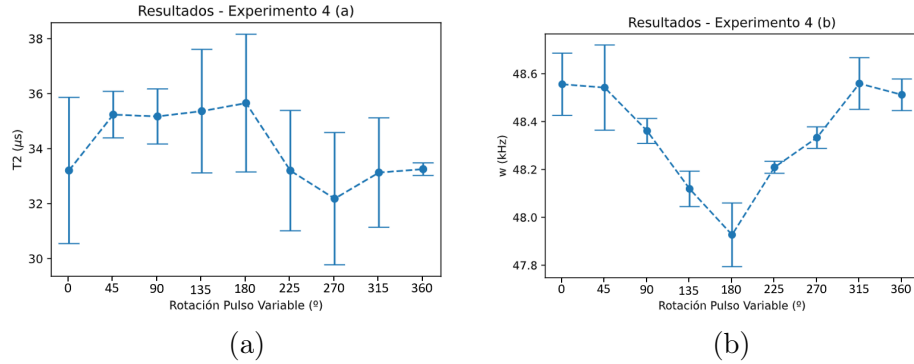


Figura 17: Resultados del Experimento 4, mostrando el efecto de la rotación del pulso variable en los valores de  $T_2$  y en la frecuencia de las oscilaciones. (a) Análisis del tiempo de decoherencia  $T_2$  en función de la rotación del pulso variable. (b) Estudio de la frecuencia de oscilaciones “w” en relación con la rotación del pulso.

Este experimento demuestra la sensibilidad de los sensores cuánticos a variaciones sutiles en los pulsos aplicados, destacando la importancia de la precisión en la sincronización y la rotación de los pulsos para la detección eficaz de señales en sistemas cuánticos.

### 12.1.5. Justificación de la rotación y posición de los pulsos aplicados en qubit vecino

Esta sección se dedica a justificar las decisiones tomadas en experimentos previos respecto a la rotación y posición de los pulsos aplicados en el qubit vecino. Se analiza por qué se eligió

una rotación de  $\pi$  y cuál es la posición óptima para este pulso en relación con la secuencia de Hahn Echo en el sensor cuántico.

### Pulso $\pi$ máxima señal

Se ha comprobado que la rotación de  $\pi$  en el qubit vecino produce la señal más fuerte en la detección de la señal, lo que justifica su elección. Se realizó un experimento con una secuencia de Hahn Echo en el qubit sensor y un pulso de rotación variable en el qubit vecino. Los resultados indicaron que el pulso de  $\pi$  es eficaz en la generación de una señal máxima, lo que se correlaciona con una perturbación significativa en los parámetros del experimento.

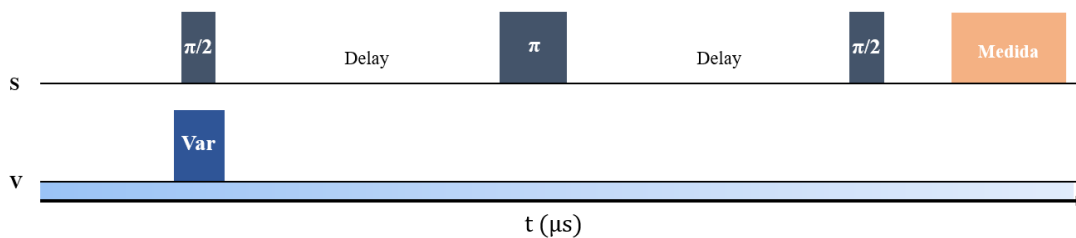


Figura 18: Esquema de la secuencia de Hahn Echo aplicada al qubit sensor, con la inclusión de un pulso inicial variable en un qubit vecino, ilustrando la metodología experimental diseñada para evaluar la rotación del pulso inicial de forma individualizada en el impacto en el tiempo de decoherencia  $T_2$ .

### Alineaciones de pulsos

Se estudiaron tres posiciones clave para el pulso  $\pi$ : al inicio, en medio y al final de la secuencia de Hahn Echo en el sensor. Se determinó que la posición inicial es la más interesante para estudiar las reducciones en  $T_2$ , mientras que la posición intermedia proporciona hallazgos adicionales como oscilaciones y reducciones pronunciadas en  $T_2$ .

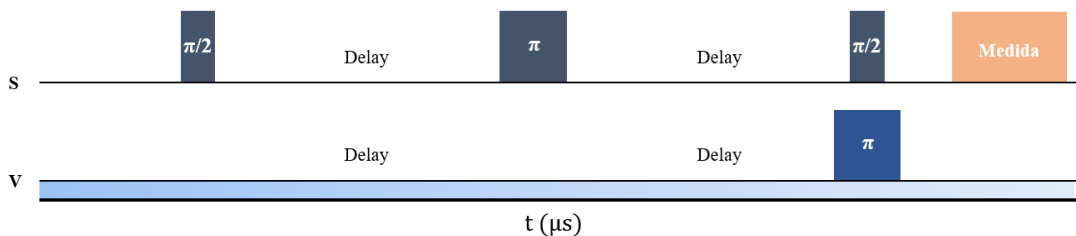


Figura 19: Esquema de la secuencia de Hahn Echo aplicada al qubit sensor, con la inclusión de un pulso  $\pi$  final en un qubit vecino, ilustrando la metodología experimental diseñada para evaluar la alineación del pulso  $\pi$  en el impacto en el tiempo de decoherencia  $T_2$ .

Los resultados obtenidos justifican la elección del pulso  $\pi$  y su alineación específica en los experimentos, evidenciando cómo estas decisiones influyen en la sensibilidad y eficacia de la detección cuántica.

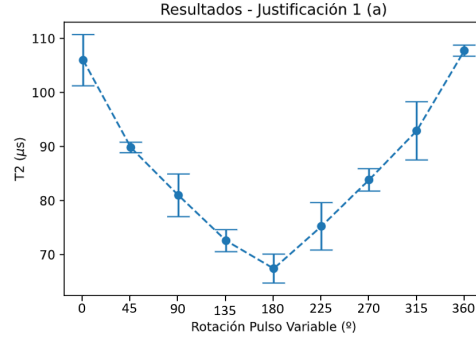


Figura 20: Resultados de la rotación del pulso y su impacto en  $T_2$ .

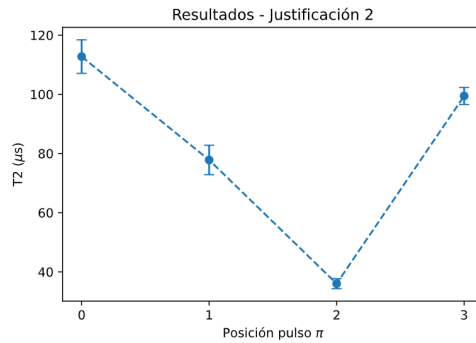


Figura 21: Resultados de las diferentes alineaciones del pulso  $\pi$ .

## 12.2. Análisis previos

En investigaciones anteriores, se descartó la hipótesis de que el ruido electrónico causado por la excitación de qubits no sensoriales fuera responsable de las perturbaciones observadas en los parámetros del qubit sensor. La falta de diferencias significativas tras aplicar un pulso de  $2\pi$  sugirió que las perturbaciones debían atribuirse a otro origen, posiblemente al entrelazamiento cuántico. Para explorar esta posibilidad, se empleó la tomografía cuántica de estados, una técnica que permite determinar el estado cuántico mediante mediciones en diferentes bases, ofreciendo así una visión más detallada de las dinámicas cuánticas involucradas.

### Pureza

Continuando con este enfoque, un estudio posterior se centró en evaluar la pureza de qubits tanto de manera individual como conjunta, utilizando mediciones en variadas bases para discernir cómo afectan la decoherencia y el desfase a su estado. La pureza se definió a través del módulo del vector de Bloch, con un módulo de 1 indicando un estado puro y valores inferiores señalando estados mezclados debido a la decoherencia. Este análisis se extendió a qubits entrelazados, donde la pureza del estado conjunto se utilizó para cuantificar la coherencia cuántica y el grado de entrelazamiento.

Los resultados sugirieron que las fluctuaciones en la pureza podrían ser indicativas de entrelazamiento cuántico debido a que la pureza del sistema conjunto es mayor que el producto

de las individuales, lo que se verificó mediante la aplicación del criterio Peres-Horodecki, proporcionando una confirmación más definitiva de las interacciones cuánticas complejas subyacentes. Este hallazgo subraya la importancia de la pureza como una métrica fundamental para entender la integridad y el comportamiento de los sistemas cuánticos, especialmente en el contexto de qubits entrelazados y su susceptibilidad a influencias externas.

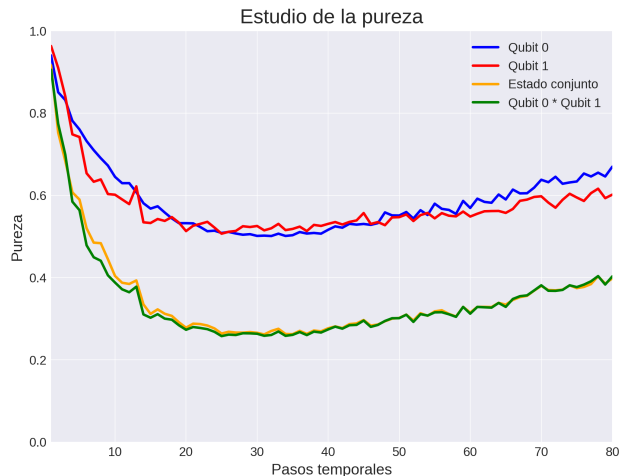


Figura 22: Ilustración de la variación de la pureza en diversos contextos analizados. El eje vertical (eje Y) cuantifica la pureza del estado, oscilando entre 0 y 1, donde 1 indica un estado completamente puro. En contraste, el eje horizontal (eje X) traza los intervalos temporales examinados durante el estudio, con cada marca temporal equivalente a 2.5 microsegundos. Esto establece el rango del eje X de 0 a 200 microsegundos, permitiendo una visualización detallada de la dinámica de pureza a lo largo del tiempo.

### Criterio de Peres-Horodecki

En el estudio, se empleó el Criterio Peres-Horodecki para examinar las señales detectadas en el experimento y determinar el entrelazamiento en nuestros sistemas multi-qubit. Este criterio utiliza una matriz de densidad  $\rho$  y operadores específicos para caracterizar correlaciones cuánticas no locales, requiriendo modificaciones en algunos operadores para capturar adecuadamente el entrelazamiento. Estos pasos son esenciales para comprender las propiedades cuánticas en los sistemas estudiados.

Los resultados obtenidos fueron concluyentes y reveladores. En los primeros treinta microsegundos de la evolución, se demostró de manera sólida que los dos qubits estaban entrelazados.

Este fenómeno de entrelazamiento cuántico se basó en la presencia de autovalores negativos en la matriz de densidad del sistema, lo que indicó que el estado cuántico de los qubits no podía describirse como una simple combinación de estados cuánticos separados de las dos partes.

Los gráficos presentados en la Figura 23 representan la evolución temporal de los autovalores del sistema, destacando la parte real de estos. Aunque hubo un pequeño error numérico en la

parte imaginaria, este fue prácticamente insignificante dada la naturaleza de los autovalores como valores reales.

En resumen, los resultados del estudio confirmaron de manera concluyente la existencia del entrelazamiento cuántico en el sistema, lo que significa que los qubits están intrínsecamente relacionados. Cualquier cambio en uno de ellos afecta significativamente al estado del sistema completo, lo que tiene implicaciones profundas en el campo de la física cuántica.



Figura 23: Representación que despliega la evolución de la parte real de los autovalores durante el proceso de “Quantum State Tomography”. En el eje vertical (Y), se mapea la magnitud de la parte real de los autovalores, revelando las características fundamentales del estado cuántico en estudio. El eje horizontal (X) cronometra la secuencia temporal de la evolución, permitiendo una interpretación clara de cómo fluctúan estos autovalores a lo largo del tiempo.

## Conclusiones previas

En este estudio, se investigó la aplicación de la detección cuántica como una poderosa herramienta para medir señales electromagnéticas. Se utilizaron secuencias cuánticas como Ramsey y Hahn Echo en qubits sensores para detectar la presencia de estas señales, observando perturbaciones en los parámetros del qubit. Un hallazgo clave fue la identificación del entrelazamiento cuántico como el fenómeno responsable de estas perturbaciones.

En la búsqueda de mejoras en los resultados, se implementaron estrategias innovadoras, como la preferencia de la secuencia Hahn Echo en lugar de Ramsey, lo que aumentó la sensibilidad de los experimentos. Además, se llevaron a cabo ajustes precisos en los qubits que actuaban como señal externa, incluyendo la alineación de pulsos y su rotación, lo que contribuyó de manera significativa a la mejora general de los resultados.

## 12.3. Análisis adicional respecto a investigaciones previas

Aunque este análisis se ha realizado a posteriori de las investigaciones previas mencionadas, es importante para entender y comprender la causa de las perturbaciones en el parámetro de decoherencia  $T_2$ , piedra angular de los experimentos previos.



## Introducción

La tasa de desfase efectiva de un qubit de control debido a la relajación de qubits espectadores acoplados aumenta. Esto ocurre a través de la interacción longitudinal ZZ y produce golpes de fase aleatorios en el qubit de control, denominados como “desfase inducido por la decadencia de espectadores”.

### Desfase inducido por la decadencia de los espectadores (SDID)

Para entender el SDID [6], consideramos un qubit control (sensor) acoplado a uno o más qubits espectadores (señal) a través de una interacción ZZ, según es descrito por el siguiente Hamiltoniano:

$$\hat{H} = \sum_{j=1}^N \nu_j \hat{Z}_0 \otimes \hat{Z}_j \quad (63)$$

donde:

- $\nu_j$ : es la fuerza de acoplamiento ZZ entre el qubit de control 0 y el qubit espectador  $j$ .
- $\hat{Z}_0$ : representa el operador de Pauli-Z aplicado al qubit de control 0, actuando sobre el estado cuántico del qubit de control al cambiar su fase sin alterar su amplitud.
- $\hat{Z}_j$ : simboliza el operador de Pauli-Z aplicado a cada uno de los qubits espectadores  $j$ , alterando la fase de los qubits espectadores de manera similar al  $\hat{Z}_0$ .

En el contexto donde los qubits espectadores permanecen en un estado constante, la evolución del qubit de control se rige por el Hamiltoniano  $\hat{H}_0 = \nu_s \hat{Z}_0$ , siendo  $\nu_s$  la suma ponderada de las interacciones ZZ, expresada como  $\nu_s = \sum_j (-1)^{s_j+1} \nu_j$ , donde  $s_j$  indica el estado binario de cada qubit espectador, ya sea 0 o 1.

A lo largo de un período  $t$ , este mecanismo de evolución confiere una fase Z al qubit de control, representada por  $\phi_t = \nu_s t$ . Si ocurre un cambio en el estado de cualquier qubit espectador, por ejemplo, de  $s_j = 1 \rightarrow 0$ , esto resulta en una modificación del coeficiente  $\nu_s$  a  $\nu'_s$ , alterando así la evolución de la fase Z experimentada por el qubit de control.

Para un periodo completo  $t'$ , la fase total obtenida se expresa mediante la fórmula  $\phi_{t'} = \nu_s t + \nu'_s (t' - t)$ . La aleatoriedad del tiempo de relajación implica que la fase obtenida es igualmente aleatoria, manifestándose este fenómeno como un desfase observable en el estado del qubit de control. Este efecto subraya cómo las variaciones temporales impredecibles influyen en la coherencia cuántica del sistema.

### Decaimiento de Ramsey

Uno de los métodos más influyentes para medir la acumulación de fase es mediante un experimento de Ramsey, complementado con un eco intermedio conocido como eco de Hahn. Este enfoque permite explicar de manera efectiva los fenómenos observados.

Aunque un solo eco no disminuye la sensibilidad al desfase inducido por la decadencia de espectadores (SDID), logra suprimir por completo las frecuencias no deseadas originadas por el ruido de carga y las calibraciones imprecisas.

Cuando el estado del qubit espectador se encuentra en  $|1\rangle$ , se observa una disminución en el valor esperado del tiempo de coherencia  $T_2^{(0)}$ . Esto pone de manifiesto la influencia directa del entorno cuántico en el sistema.

El modelo teórico subyacente se basa en tres elementos fundamentales:

- La intensidad de la interacción ZZ ( $\nu$ ).
- La tasa de desfase del qubit de control ( $T_2$ ).
- La tasa de relajación de los qubits espectadores ( $T_1$ ).

Este modelo teórico permite realizar predicciones precisas sobre el efecto SDID.

Un parámetro ajustable es el factor multiplicativo de reescalado utilizado para corregir el error en la preparación y medición del estado. Se aplica multiplicando la predicción teórica por el valor inicial de los datos experimentales ( $\tau = 0$ ).

Una heurística útil sugiere que el aumento del desfase inducido por la decadencia de espectadores se aproxima de manera efectiva mediante una función exponencial cuya tasa es proporcional a  $1/T_2^{(0)} + 1/T_1^{(1)}$ .

Es importante destacar que esta aproximación es válida cuando la magnitud de la intensidad de la interacción ZZ ( $\nu$ ) es significativamente mayor que la inversa de la tasa de relajación del qubit espectador ( $1/T_1^{(1)}$ ). En nuestros casos experimentales específicos, esta condición se cumple de manera precisa, ya que los parámetros temporales oscilan en un rango de [50 us - 300 us], dependiendo del qubit y el backend cuántico utilizado. Esto corresponde a un intervalo de frecuencias que varía entre [3.33 kHz - 20 kHz], mientras que los valores de la fuerza de acoplamiento se encuentran en el rango de [40 kHz - 70 kHz].

# Calibración

## 13. Calibración

La calibración [7] del qubit es una etapa crítica para asegurar la precisión y la fiabilidad en la experimentación cuántica. Esta sección detalla el proceso de calibración, ampliando la información que se proporcionó en [5] con nuevos procesos diseñados específicamente para este trabajo.

Tal y como aparece en detalle en [5], la calibración se compone de diversas fases esenciales para una caracterización completa del qubit:

1. Iniciamos con la identificación de la frecuencia resonante del qubit a través de un barrido en frecuencia.
2. Continuamos con la determinación de la amplitud óptima de driving utilizando oscilaciones de Rabi.
3. Implementamos un discriminador para diferenciar claramente entre los estados  $|0\rangle$  y  $|1\rangle$ .
4. Finalmente refinamos la frecuencia de los pulsos mediante la secuencia de Ramsey para una alta precisión.

En este trabajo extendemos la calibración para incluir la medición del tiempo de coherencia transversal,  $T_2$ , que es crucial para comprender la dinámica de decoherencia del qubit. La medición de  $T_2$  se realiza bajo diferentes condiciones: de forma independiente, con un pulso simultáneo aplicado a un qubit vecino para evaluar la interacción entre qubits y la determinación del parámetro de acoplamiento  $g$ , y con un pulso  $\pi$  inicial para observar los efectos de un estado inicial excitado en la coherencia del qubit. Finalmente, realizamos mediciones de  $T_2$  aplicando la secuencia de Eco de Hahn en ambos qubits, lo cual nos permite estudiar la influencia de las interacciones qubit-qubit en la coherencia.

Cada una de estas fases aporta información valiosa para la operación y control óptimos de los qubits en nuestro sistema cuántico, permitiéndonos abordar con confianza las complejidades de la computación cuántica.

Cabe destacar que algunas de estas secciones nos sirven para obtener un conocimiento orientativo y consolidar un contexto más amplio, definiendo de esta manera las calibraciones relacionados con la frecuencia del qubit, tanto el barrido como la fuerza de acoplamiento, así como la amplitud del driving y el discriminador las que consideramos como clave para la construcción de nuestros pulsos, y de esta forma las secuencias de los experimentos detallados.

A continuación detallamos las secciones de calibración con las que se ha extendido este trabajo

### 13.1. Medición del parámetro $T_2$

El parámetro  $T_2$ , conocido como tiempo de coherencia transversal, es vital para evaluar la estabilidad y la resistencia a perturbaciones externas de los estados de superposición en un qubit. Este parámetro es clave en la computación cuántica, ya que un  $T_2$  más largo implica una mayor coherencia y estabilidad del qubit en presencia de factores perturbadores externos.

Para medir  $T_2$ , se utiliza el Experimento de Eco de Hahn, un método efectivo para atenuar los efectos de inhomogeneidades magnéticas y aislar la interacción del qubit con su entorno. Este experimento se basa en una secuencia de pulsos específicos: un pulso inicial  $X_{90}$ , seguido de un pulso  $\pi$  (o pulso de inversión) y concluyendo con otro pulso  $X_{90}$ . Este conjunto de pulsos induce un fenómeno conocido como eco de spin, que es crucial para la medición precisa de  $T_2$ .

La determinación de  $T_2$  se logra observando cómo la intensidad del eco decae en función del intervalo de tiempo entre los pulsos  $X_{90}$  y el pulso  $\pi$ . Este decaimiento proporciona una medida directa del tiempo de coherencia  $T_2$  del qubit. Por ejemplo, en la Figura 24, se observa el eco de Hahn para el qubit 0, con un  $T_2$  medido de  $30.07 \mu\text{s}$ , indicando una coherencia razonablemente robusta.

La exactitud en la medición de  $T_2$  es fundamental para la calibración precisa de qubits y tiene un impacto directo en la fidelidad de las operaciones cuánticas. Estos resultados ayudan a entender mejor las interacciones del qubit con su entorno y a optimizar las estrategias para mejorar la coherencia cuántica.

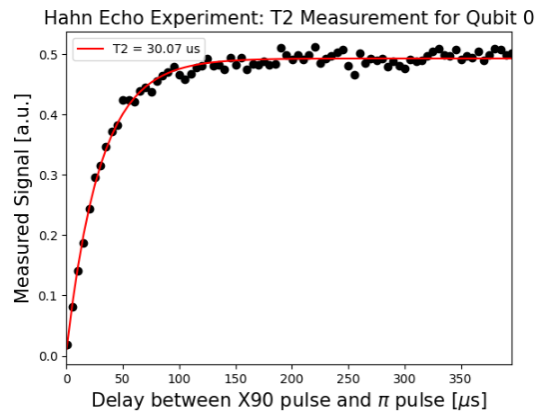


Figura 24: Gráfico de la medición del decaimiento del eco de Hahn y tiempo de coherencia  $T_2$  del qubit 0, determinado por la variación del intervalo entre pulsos  $\pi/2$  y  $\pi$ . En el eje y se muestra la señal en unidades arbitrarias y el eje x el retardo entre los diferentes pulsos. Los puntos negros son mediciones y la línea roja el ajuste de la curva de  $T_2$ . El valor de  $T_2$  obtenido respecto a la secuencia Hahn echo es de aproximadamente  $30.07 \mu\text{s}$ .

### 13.2. Medición de $T_2$ con pulso simultáneo en qubit vecino y determinación de $g$

El tiempo de coherencia  $T_2$  es un indicador fundamental para la evaluación de la estabilidad cuántica de un qubit. En un avance significativo de la técnica estándar, hemos implementado una secuencia de pulsos en la cual un pulso aplicado al qubit vecino se alinea simultáneamente con el pulso de 180 grados del qubit en medición. Esta modificación en el Experimento de Eco de Hahn permite no solo la medición del tiempo de coherencia  $T_2$  sino también la observación directa de las oscilaciones que reflejan la constante de acoplamiento  $g$  entre los qubits.

El experimento se llevó a cabo colocando estratégicamente un pulso en el qubit adyacente en paralelo con el pulso de inversión del qubit objetivo. Este método tiene el potencial de revelar dinámicas de interacción entre qubits que de otro modo permanecerían ocultas. Las oscilaciones observadas en los datos de la señal medida se atribuyen a la influencia de la interacción del qubit vecino, caracterizada por la constante de acoplamiento  $g$ .

La constante de acoplamiento  $g$  es una medida cuantitativa de la fuerza de interacción entre los qubits. En el contexto de la computación cuántica, una comprensión precisa de  $g$  es esencial para el diseño y la implementación de puertas lógicas cuánticas y la manipulación de estados entrelazados. La habilidad para medir y controlar esta constante de acoplamiento es crucial para el avance de las tecnologías cuánticas.

La incorporación del pulso simultáneo en el qubit vecino proporciona una nueva dimensión al análisis de la coherencia y las interacciones en sistemas cuánticos. Los resultados obtenidos son prometedores para el desarrollo de estrategias más sofisticadas en la calibración y control de qubits en arreglos más grandes, abriendo la puerta a aplicaciones más complejas y potentes en el campo de la computación cuántica.

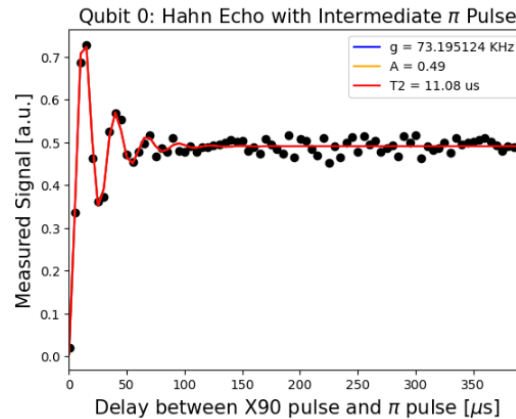


Figura 25: Gráfico de la medición del parámetro  $T2$  y la constante de fuerza de acoplamiento donde se obtienen oscilaciones en la señal medida del qubit 0 como resultado de la secuencia de Eco de Hahn con pulso simultáneo en el qubit vecino. En el eje y se muestra la señal en unidades arbitrarias y en el eje x el retardo entre los diferentes pulsos. Los puntos negros son mediciones y la línea roja el ajuste de las estas. La constante de acoplamiento  $g$ , evidenciada por la frecuencia de las oscilaciones, es determinada en este experimento como 73.191524 kHz, y el tiempo de coherencia  $T2$  es de 11.08  $\mu$ s.

### 13.3. Medición de $T2$ con pulso $\pi$ inicial en qubit vecino

La caracterización del tiempo de coherencia,  $T2$ , es una piedra angular en la comprensión y mejora de la estabilidad de qubits en sistemas cuánticos. Al incorporar un pulso  $\pi$  inicial en un qubit vecino, alineado con el primer pulso X90 del qubit en medición, hemos desarrollado una variante del tradicional Experimento de Eco de Hahn. Este ajuste experimental no solo facilita la medición de  $T2$ , sino que también permite examinar las influencias de las

interacciones qubit-qubit sobre la coherencia cuántica.

Los resultados obtenidos mediante esta técnica modificada revelan una disminución en el tiempo de coherencia  $T_2$  del qubit 0 a  $23.85 \mu\text{s}$ , en comparación con una medición previa de  $T_2$  estándar de  $30.07 \mu\text{s}$ . Este hallazgo es indicativo de los efectos adicionales de decoherencia introducidos por el pulso  $\pi$  en el qubit adyacente, sugiriendo una interacción significativa entre los qubits que afecta la estabilidad de sus estados de superposición.

La reducción en  $T_2$  subraya la importancia de un control preciso de la interacción entre qubits en aplicaciones prácticas de la computación cuántica, donde tales efectos deben ser cuidadosamente calibrados o mitigados. Estos descubrimientos contribuyen al conocimiento fundamental requerido para optimizar la coherencia en arreglos de qubits y refuerzan la necesidad de estrategias de calibración que contemplen las dinámicas de acoplamiento en el diseño de circuitos cuánticos.

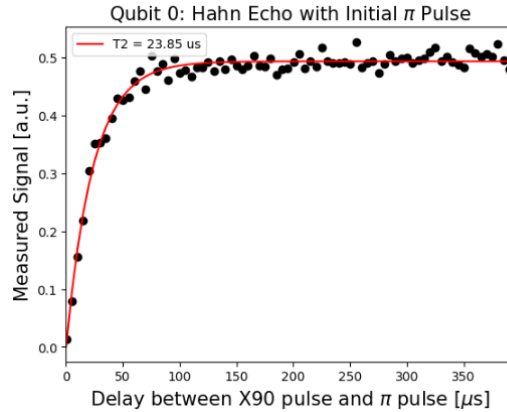


Figura 26: Gráfico de la medición del parámetro  $T_2$  mediante la secuencia eco de Hahn en qubit 0 con la implementación de un pulso  $\pi$  inicial en el qubit vecino, ilustrando la influencia de la interacción qubit-qubit en el tiempo de coherencia. En el eje y se muestra la señal en unidades arbitrarias y en el eje x el retardo entre los distintos pulsos. Los puntos negros son mediciones y la línea roja el ajuste de las estas. Se observa una reducción en  $T_2$  a  $23.85 \mu\text{s}$  comparado con la medición estándar de  $30.07 \mu\text{s}$ , resaltando el efecto significativo de las interacciones entre qubits en la estabilidad cuántica.

### 13.4. Evaluación integral de la coherencia cuántica en sistemas de qubits acoplados

Para profundizar en la comprensión de la coherencia cuántica en sistemas de qubits acoplados, se ha llevado a cabo una medición avanzada del tiempo de coherencia  $T_2$  utilizando una secuencia de eco de Hahn en ambos qubits. Este método proporciona una mirada detallada a las complejas dinámicas que surgen de la interacción entre qubits durante las operaciones cuánticas. En particular, el foco de la medición en el qubit 0, mientras se somete simultáneamente a un qubit vecino a pulsos de control, ofrece una perspectiva única sobre la estabilidad de los estados de superposición en condiciones de acoplamiento cercano.

La secuencia experimental modificada inicia con un pulso  $\pi$  en el qubit vecino, sincronizado con el primer pulso X90 del qubit 0. Esta configuración está diseñada para explorar el efecto de los acoplamientos inter-qubit en la coherencia de cada qubit. La interacción entre los qubits puede inducir fluctuaciones en la señal del eco de Hahn, proporcionando así información sobre la constante de acoplamiento y el entrelazamiento entre los qubits involucrados.

Los resultados de esta medición son de importancia crítica, ya que una disminución en el tiempo de coherencia  $T_2$  podría indicar una mayor susceptibilidad a errores cuánticos durante las operaciones de computación. En este contexto, se observó que el tiempo de coherencia  $T_2$  del qubit 0 se reduce a  $10.60 \mu\text{s}$  cuando se compara con mediciones estándar de  $T_2$  de  $30.07 \mu\text{s}$ , lo que sugiere una influencia notable de las secuencias de control del qubit vecino.

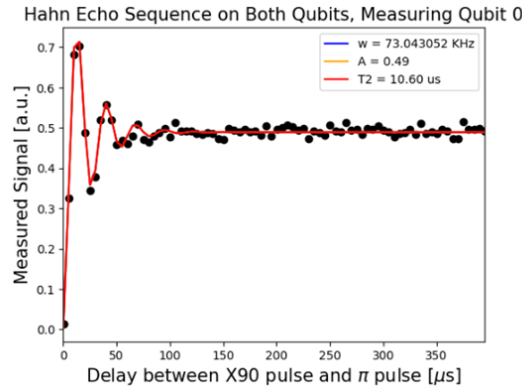


Figura 27: Gráfico de la medición del parámetro  $T_2$ , donde se obtienen oscilaciones en la señal medida del qubit 0 como resultado de la secuencia de Eco de Hahn en ambos qubits. En el eje y se muestra la señal en unidades arbitrarias y en el eje x el retardo entre los distintos pulsos. Los puntos negros son mediciones y la línea roja el ajuste de las estas. El tiempo de coherencia  $T_2$  se ve afectado por el qubit vecino, resultando en una medición de  $10.60 \mu\text{s}$ . Este experimento destaca la sensibilidad de la coherencia cuántica a las perturbaciones del entorno cuántico inmediato.

La comprensión profunda de estas interacciones es fundamental para el desarrollo de metodologías avanzadas que mejoren la estabilidad y la coherencia de sistemas cuánticos. Este conocimiento es crucial para refinar las técnicas de calibración y para el control exacto de la dinámica cuántica en arreglos de múltiples qubits. Un enfoque meticuloso en la calibración asegura que cada qubit funcione dentro de los parámetros óptimos, lo cual es indispensable para llevar a cabo experimentos de alta fidelidad.

Con los qubits calibrados de manera precisa, nuestros experimentos se benefician de una confianza y precisión incrementadas. Esto es particularmente importante para la caracterización exacta de los qubits y sus interacciones, garantizando así una robustez superior en los datos experimentales. Estos esfuerzos meticulosos en la calibración y el control no solo optimizan el rendimiento del sistema cuántico sino que también proporcionan una base sólida para obtener resultados experimentales fiables y reproducibles. A través de este rigor experimental,



estamos en una posición más fuerte para obtener insights claros y detallados que impulsarán el campo de la física cuántica y la tecnología de sensores cuánticos.

# Experimental

## 14. Secuencia con inicialización del estado $|-, +\rangle$

### 14.1. Marco teórico ideal

Este estudio se centra en la inicialización de los estados cuánticos  $|-, +\rangle$ , estableciendo un marco teórico para facilitar el entrelazamiento de qubits. La metodología adoptada se desglosa en una secuencia de cuatro etapas fundamentales: la aplicación de una primera serie de pulsos, un intervalo de retardo, la implementación de una segunda serie de pulsos y, finalmente, un periodo adicional de retardo. Aunque la secuencia incluye fases de tomografía y medición, estas no se abordan en el contexto del modelo actual, como se ilustra en la Figura 28.

La dinámica de nuestra secuencia de pulsos está regida por el Hamiltoniano de interacción, detallado en la Ecuación 57. Esta formulación se ajusta según la fase en cuestión, ya sea de pulsos, como se muestra en la Ecuación 58, o de retardo, según se expone en la Ecuación 59. Este enfoque permite la definición del Hamiltoniano óptimo para cada situación específica.

Es importante destacar que el análisis teórico propuesto se realiza bajo una suposición ideal de la evolución de los estados cuánticos y su interacción con el entorno según la secuencia propuesta. Este marco teórico busca ofrecer una comprensión profunda de las dinámicas cuánticas implicadas, aunque asume condiciones óptimas que pueden diferir de las experimentales.

#### 14.1.1. Etapa I

Durante la fase inicial, aplicamos pulsos en el eje  $Y$  a ambos qubits de nuestro sistema. Los pulsos están caracterizados por sus ángulos de rotación y sus respectivos subíndices indican el qubit al que afectan. El Hamiltoniano en este contexto se simplifica a la forma:

$$H_1 = Y_0 \cdot \Omega_0^{90} + Y_1 \cdot \Omega_1^{270}, \quad (64)$$

En el análisis subsiguiente, convertimos nuestra atención a la base  $\{|i\rangle, |-i\rangle\}$ , lo que requiere una transformación adecuada del operador  $Y$  desde la base  $Z$  estándar, tal como se ha detallado en la Sección 4.2.

La representación matricial de los operadores  $Y_0 \otimes I$  y  $I \otimes Y_1$ , en la base  $\{|i\rangle, |-i\rangle\}$ , es la siguiente:

$$Y_0 \otimes I = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}, \quad I \otimes Y_1 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}.$$

La suma de estos operadores ponderados por sus respectivas frecuencias de Rabi da lugar al Hamiltoniano efectivo para la etapa inicial:

$$H_1 = (Y_0 \otimes I) \cdot \Omega_0^{90} + (I \otimes Y_1) \cdot \Omega_1^{270},$$

Una vez establecido el Hamiltoniano efectivo de la secuencia, podemos analizar su influencia en la evolución temporal del sistema. El Hamiltoniano  $H_1$ , expresado en la base  $\{|i\rangle, |-i\rangle\}$ , es el siguiente:

$$H_1 = \begin{pmatrix} \Omega_0 + \Omega_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \Omega_0 - \Omega_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\Omega_0 + \Omega_1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\Omega_0 - \Omega_1 \end{pmatrix}, \quad (65)$$

Esta forma diagonal del Hamiltoniano simplifica significativamente el cálculo del operador de evolución  $U(t)$ , que describe cómo evoluciona el estado cuántico con el tiempo bajo la influencia de  $H_1$ . La evolución temporal de los estados cuánticos es gobernada por la ecuación de Schrödinger temporalmente dependiente, que en términos del operador de evolución se escribe como:

$$U(t) = e^{-iH_1 t} \quad (66)$$

Dado que  $H_1$  ya está en forma diagonal, la exponenciación de esta matriz es directa y conduce a la siguiente representación de  $U(t)$ :

$$U_D(t) = \begin{pmatrix} e^{-it(\Omega_0 + \Omega_1)} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & e^{-it(\Omega_0 - \Omega_1)} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & e^{-it(-\Omega_0 + \Omega_1)} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & e^{-it(-\Omega_0 - \Omega_1)} \end{pmatrix}, \quad (67)$$

Esta matriz de evolución es crucial para la interpretación de los experimentos que se describirán, ya que proporciona una conexión directa entre las frecuencias de Rabi y las dinámicas observadas de los qubits.

La correspondencia entre las frecuencias de Rabi y los tiempos específicos de los pulsos aplicados es evidente al considerar que para rotaciones de 90 y 270 grados en el eje  $Y$ , se cumple que:

$$t \cdot \Omega_0 = \frac{\pi}{4}, \quad t \cdot \Omega_1 = \frac{3\pi}{4}, \quad (68)$$

Reemplazando estos valores en la matriz 91, obtenemos el operador de evolución en términos de valores conocidos de  $\pi$ :

$$U_D(t) = \begin{pmatrix} e^{-i\pi} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & e^{i\pi/2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & e^{-i\pi/2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & e^{i\pi} \end{pmatrix}. \quad (69)$$

Estos resultados son coherentes con las rotaciones cuánticas esperadas inducidas por los pulsos y son cruciales para la interpretación de los experimentos subsecuentes.

Tras definir el operador de evolución, que detalla el desarrollo temporal de los estados cuánticos en esta etapa inicial, procedemos a aplicarlo al estado inicial  $|\psi_{\text{inicial}}\rangle$ .

Como se hizo previamente con los operadores, es necesario transformar el estado inicial  $|00\rangle$  de la base computacional a la base  $\{|i\rangle, |-i\rangle\}$ :

$$|0, 0\rangle = |0\rangle \otimes |0\rangle,$$

donde  $|0\rangle$  en la base  $\{|i\rangle, |-i\rangle\}$  se define según la ecuación ??.

La transformación resulta en:

$$|\psi(0)\rangle = |0, 0\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|i\rangle + |-i\rangle) \otimes \frac{1}{\sqrt{2}}(|i\rangle + |-i\rangle) = \frac{1}{2}(|i, i\rangle + |i, -i\rangle + |-i, i\rangle + |-i, -i\rangle).$$

Con el estado  $|0, 0\rangle$  en la base de estudio definido, obtenemos su representación vectorial:

$$|\psi(0)\rangle = |0, 0\rangle = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

Al aplicar el operador de evolución, determinamos el estado final, tal como se define en la ecuación 62. En esta situación específica, el operador de evolución se ha pre-diagonalizado, lo que facilita la comprensión de su impacto en el estado del sistema.

$$|\psi(t)\rangle = U_D \cdot |\psi(0)\rangle \begin{pmatrix} e^{-i\pi} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & e^{i\pi/2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & e^{-i\pi/2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & e^{i\pi} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 0,5 \\ 0,5 \\ 0,5 \\ 0,5 \end{pmatrix}.$$

Aplicando la ecuación de Euler  $e^{ix} = \cos x + i \cdot \sin x$ , determinamos los valores de los elementos de la matriz:

$$e^{-i\pi} = -1, \quad e^{i\pi/2} = i, \quad e^{-i\pi/2} = -i, \quad e^{i\pi} = -1.$$

Así, el estado final  $|\psi(t)\rangle$  se convierte en:

$$|\psi(t)\rangle = \begin{pmatrix} -0,5 \\ 0,5i \\ -0,5i \\ -0,5 \end{pmatrix}. \quad (70)$$

Este resultado ilustra cómo el estado cuántico evoluciona bajo la acción del operador de evolución, reflejando las transformaciones inducidas por los pulsos aplicados en los qubits.

Finalmente, realizaremos una transformación a la base computacional desde la base  $\{|i\rangle, |-i\rangle\}$ .

Para ello, definimos una serie de ecuaciones que detallan la transformación desde el operador de evolución hasta el estado  $|\psi_{\text{final}}(t)\rangle$ .

Durante el proceso, hemos seguido la siguiente ecuación, que implica un cambio de base utilizando la matriz  $U_F^\dagger$  definida en la ecuación 16:

$$|\psi(t)\rangle = U_D(t) \cdot |\psi(0)\rangle = U_F^\dagger \cdot |\psi_{\text{final}}(t)\rangle = U_F^\dagger \cdot U(t) \cdot U_F \cdot U_F^\dagger \cdot |\psi_{\text{inicial}}(0)\rangle. \quad (71)$$

Por lo tanto, considerando que:

$$U_F^\dagger \cdot |\psi_{\text{final}}(t)\rangle = |\psi(t)\rangle = \begin{pmatrix} -0,5 \\ 0,5i \\ -0,5i \\ -0,5 \end{pmatrix}, \quad U_F^\dagger \cdot |\psi_{\text{inicial}}\rangle = |\psi(0)\rangle = \begin{pmatrix} 0,5 \\ 0,5 \\ 0,5 \\ 0,5 \end{pmatrix},$$

$$U_F^\dagger \cdot U(t) \cdot U_F = U_D(t) = \begin{pmatrix} e^{-i\pi} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & e^{i\pi/2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & e^{-i\pi/2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & e^{i\pi} \end{pmatrix}.$$

para obtener el estado  $|\psi_{\text{final}}(t)\rangle$ , aplicamos:

$$U_F \cdot |\psi(t)\rangle,$$

ya que

$$U_F \cdot U_F^\dagger = I.$$

Esto resulta en:

$$U_F \cdot U_F^\dagger \cdot |\psi_{\text{final}}(t)\rangle = U_F \cdot U_F^\dagger \cdot U(t) \cdot U_F \cdot U_F^\dagger \cdot |\psi_{\text{inicial}}(0)\rangle. \quad (72)$$

$$|\psi_{\text{final}}(t)\rangle = U(t) \cdot |\psi_{\text{inicial}}(0)\rangle. \quad (73)$$

Para obtener  $U_F$  en formato 4x4, partiendo de  $U_{F,2x2}$  definida en la ecuación 13, tenemos:

$$U_{F,4x4} = U_{F,2x2} \otimes U_{F,2x2} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -i & i \end{pmatrix} \otimes \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -i & i \end{pmatrix} = \frac{1}{2} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ -i & i & -i & i \\ -i & -i & i & i \\ -1 & 1 & 1 & -1 \end{pmatrix}.$$

Por lo tanto, al aplicar  $U_F \cdot |\psi(t)\rangle$  obtenemos:

$$|\psi_{final}(t)\rangle = \frac{1}{2} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ -i & i & -i & i \\ -i & -i & i & i \\ -1 & 1 & 1 & -1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} -0,5 \\ 0,5i \\ -0,5i \\ -0,5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -0,5 \\ -0,5 \\ 0,5 \\ 0,5 \end{pmatrix}.$$

Por lo tanto, el vector corresponde con:

$$|\psi_{final}(t)\rangle = \frac{1}{2}(-|0,0\rangle - |0,1\rangle + |1,0\rangle + |1,1\rangle).$$

El vector de estado cuántico proporcionado, ilustra un caso interesante en el que un factor de fase global no afecta las mediciones observables de un sistema cuántico. Esto se debe a que las propiedades físicas medibles en mecánica cuántica, tales como las probabilidades de obtener ciertos resultados al realizar mediciones, dependen del módulo cuadrado de los coeficientes del estado cuántico, lo que hace que cualquier factor de fase global sea irrelevante para dichas propiedades.

Este entendimiento nos lleva a considerar un estado alternativo,

$$|\psi'_{final}(t)\rangle = \frac{1}{2}(|0,0\rangle + |0,1\rangle - |1,0\rangle - |1,1\rangle) = |-,+\rangle,$$

el cual, a primera vista, puede parecer diferente del estado  $|\psi_{final}(t)\rangle$  debido a la inversión de los signos de sus coeficientes. Sin embargo, en el marco de la mecánica cuántica, ambos estados son equivalentes en términos de las mediciones observables que pueden realizarse sobre ellos. Esta equivalencia se fundamenta en el principio de que los observables cuánticos, representados por operadores hermíticos, no distinguen entre estados que difieren solo por un factor de fase global o una inversión de fases relativas entre términos que no alteran las magnitudes de los coeficientes.

Así, aunque  $|\psi_{final}(t)\rangle$  y  $|\psi'_{final}(t)\rangle$  parecen distintos en su formulación, cualquier medición de una propiedad física observable sobre estos estados producirá idénticas distribuciones de probabilidad. Esto subraya un aspecto fundamental de la mecánica cuántica: la fase global de un estado cuántico no tiene consecuencias físicas observables, y las diferencias en las fases relativas solo son significativas si afectan las interferencias en experimentos específicamente diseñados para tales fines.

### 14.1.2. Etapa II

Durante la fase del primer delay, al no aplicar ningún pulso el Hamiltoniano se simplifica a la forma:

$$H_{delay}^{(2)} = \Delta_0 Z_0 + g Z_0 Z_1 + \Delta_1 Z_1. \quad (74)$$

En este caso, debido a que todos los elementos de nuestro Hamiltoniano se encuentran en la base  $Z$ , no tendremos que aplicar una transformación, manteniendo de esta forma la base estándar  $Z$ .

La representación matricial de los operadores  $\Delta_0 \cdot (Z_0 \otimes I)$  y  $\Delta_0 \cdot (I \otimes Z_1)$  en la base  $\{|0\rangle, |1\rangle\}$  es la siguiente:

$$\begin{aligned} \Delta_0 \cdot (Z_0 \otimes I) &\rightarrow \Delta_0 \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \otimes I = \Delta_0 \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}. \\ g \cdot Z_0 \otimes Z_1 &\rightarrow g \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \otimes \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} = g \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}. \\ \Delta_1 \cdot (I \otimes Z_1) &\rightarrow \Delta_1 \cdot I \otimes \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} = \Delta_1 \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}. \end{aligned}$$

La suma de estos operadores ponderados por sus respectivos detunnings y constante de acoplamiento da lugar al Hamiltoniano efectivo para la primera etapa de delay:

$$H_{delay}^{(2)} = (Z_0 \otimes I) \cdot \Delta_0 + g \cdot Z_0 \cdot Z_1 + (Z_1 \otimes I) \cdot \Delta_1,$$

Una vez establecido el Hamiltoniano efectivo, procedemos a analizar su influencia en la evolución temporal del sistema. El hamiltoniano  $H_{delay}^{(2)}$ , expresado en la base  $\{|0\rangle, |1\rangle\}$ , es el siguiente:

$$H_{delay}^{(2)} = \begin{pmatrix} \Delta_0 + g + \Delta_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \Delta_0 - g - \Delta_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \Delta_1 - \Delta_0 - g & 0 \\ 0 & 0 & 0 & g - \Delta_0 - \Delta_1 \end{pmatrix}. \quad (75)$$

Esta forma diagonal del Hamiltoniano simplifica significativamente el cálculo del operador de evolución  $U_2(t)$ , que describe cómo evoluciona el estado cuántico con el tiempo bajo



la influencia de  $H_{delay}^{(2)}$ . La evolución temporal de los estados cuánticos es gobernada por la ecuación de Schrödinger temporalmente dependiente, que en términos del operador de evolución se escribe como:

$$U_2(t) = e^{-itH_{delay}^{(2)}} \quad (76)$$

Dado que  $H_{delay}^{(2)}$  ya está en forma diagonal, la exponenciación de esta matriz es directa y conduce a la siguiente representación de  $U_2(t)$ :

$$U_D^{(2)}(t) = \begin{pmatrix} e^{-it(\Delta_0+g+\Delta_1)} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & e^{-it(\Delta_0-g-\Delta_1)} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & e^{-it(\Delta_1-\Delta_0-g)} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & e^{-it(g-\Delta_0-\Delta_1)} \end{pmatrix}. \quad (77)$$

Además, para este estudio vamos a considerar que el detuning de los pulsos es 0 ( $\Delta_0 \simeq \Delta_1 \equiv 0$ ), asumiendo que hemos realizado un ajuste preciso de la frecuencia de estos y simplificando el operador evolución a la siguiente expresión:

$$U_D^{(2)}(t) = \begin{pmatrix} e^{-itg} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & e^{itg} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & e^{itg} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & e^{-itg} \end{pmatrix}. \quad (78)$$

Tras definir el operador de evolución, que detalla el desarrollo temporal de los estados cuánticos en esta etapa, procedemos a aplicarlo al estado inicial  $|\psi_{inicial}^{(2)}\rangle$ .

En este caso el estado inicial será el estado final que hemos obtenido en la etapa III, además, en la misma base en la que lo definimos finalmente, la base estándar Z.

Con esto, el estado inicial en su representación matricial se define como:

$$|\psi_{inicial}^{(2)}\rangle = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} -1 \\ -1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

Al aplicar el operador de evolución, determinamos el estado final, tal como se define en la Ecuación 62. En esta situación específica, el operador de evolución ya estaba diagonalizado, lo que facilita la comprensión de su impacto en el estado del sistema.

$$|\psi^{(2)}(t)\rangle = U_D^{(2)}(t) \cdot |\psi_{inicial}^{(2)}\rangle = \begin{pmatrix} e^{-itg} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & e^{itg} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & e^{itg} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & e^{-itg} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} -0,5 \\ -0,5 \\ 0,5 \\ 0,5 \end{pmatrix}.$$

Así, el estado final  $|\psi(t)\rangle$  se convierte en:

$$|\psi^{(2)}(t)\rangle = \frac{1}{2} \cdot \begin{pmatrix} -e^{-itg} \\ -e^{itg} \\ e^{itg} \\ e^{-itg} \end{pmatrix}. \quad (79)$$

Con este resultado podremos observar como el estado cuántico evoluciona bajo la libre evolución. Para ello, aplicaremos valores de fase y observaremos los estados obtenidos.

**Caso 1:**  $t \cdot g = 0$

$$|\psi_1\rangle = \frac{1}{2} \cdot \begin{pmatrix} -e^0 \\ -e^0 \\ e^0 \\ e^0 \end{pmatrix} = \frac{1}{2} \cdot \begin{pmatrix} -1 \\ -1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} = \frac{1}{2} \cdot (-|0,0\rangle - |0,1\rangle + |1,0\rangle + |1,1\rangle).$$

Esta solución, conforme a las expectativas, nos devuelve al estado inicial desde el cual partimos en esta etapa, específicamente el estado  $|-,+\rangle$ . De este modo, se preserva la coherencia lógica del desarrollo planteado.

**Caso 2:**  $t \cdot g = \pi/4$

$$|\psi_2\rangle = \frac{1}{2} \cdot \begin{pmatrix} -e^{-i\pi/4} \\ -e^{i\pi/4} \\ e^{i\pi/4} \\ e^{-i\pi/4} \end{pmatrix} = \frac{1}{2 \cdot \sqrt{2}} \cdot \begin{pmatrix} -1+i \\ -1-i \\ 1+i \\ 1-i \end{pmatrix} = |+\rangle|-\rangle + i|-\rangle|+\rangle.$$

Este estado cuántico se caracteriza por su entrelazamiento, evidenciado por la imposibilidad de descomponer el vector de estado en un producto tensorial de estados más simples de qubits individuales. Matemáticamente, un estado de dos qubits se considera entrelazado si no puede ser expresado como  $|\psi\rangle = |a\rangle \otimes |b\rangle$ , donde  $|a\rangle$  y  $|b\rangle$  son estados de un solo qubit.

Para demostrar que  $|\psi_2\rangle$  es entrelazado, analizamos si es posible encontrar coeficientes  $a_1$ ,  $a_2$ ,  $b_1$ , y  $b_2$  tales que su producto tensorial reproduzca las amplitudes específicas del estado dado. Dada la forma única de las amplitudes del estado  $|\psi_2\rangle$ , cualquier intento de factorizar el estado en componentes más simples resulta en un sistema de ecuaciones sin solución viable, lo que indica la ausencia de una factorización directa.

Este resultado se alinea con la definición de entrelazamiento cuántico, donde las propiedades del sistema compuesto no pueden ser descritas independientemente por los estados de sus subsistemas. La presencia de coeficientes complejos en las amplitudes, junto con su distribución simétrica y antisimétrica, refuerza la naturaleza no separable de  $|\psi_2\rangle$ . Por lo tanto, el estado  $|\psi_2\rangle$  representa un ejemplo claro de entrelazamiento cuántico, ilustrando la interconexión profunda entre los componentes del sistema.

**Caso 3:**  $t \cdot g = \pi/2$

$$|\psi_3\rangle = \frac{1}{2} \cdot \begin{pmatrix} -e^{-i\pi/2} \\ -e^{i\pi/2} \\ e^{i\pi/2} \\ e^{-i\pi/2} \end{pmatrix} = \frac{1}{2} \cdot \begin{pmatrix} i \\ -i \\ i \\ -i \end{pmatrix}.$$

Este estado, a pesar de presentar un factor de fase complejo  $i$  en sus componentes, es equivalente a:

$$|\psi_3\rangle = \frac{1}{2} \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix} = \frac{1}{2} \cdot (|0,0\rangle - |0,1\rangle + |1,0\rangle - |1,1\rangle) = |+, -\rangle.$$

hasta una fase global. En mecánica cuántica, estados que difieren por un factor de fase global son físicamente indistinguibles, lo que significa que representan el mismo estado cuántico desde la perspectiva de las mediciones. Esta equivalencia subraya la indistinguibilidad de estados cuánticos hasta una fase global, lo que es fundamental en el tratamiento y comprensión de los estados cuánticos.

La equivalencia del estado  $|\psi_3\rangle$  con  $|+, -\rangle$  revela un giro fundamental en nuestra comprensión del sistema: partiendo de un estado inicial opuesto,  $|\psi_1\rangle$ , hemos observado una transformación que implica una rotación completa de  $\pi$  alrededor del eje Z. Esta rotación es coherente con las predicciones teóricas para la evolución libre en mecánica cuántica, donde la precesión desempeña un papel crucial. Así, el sistema no solo alcanza un estado inverso al inicial, sino que también ilustra el comportamiento dinámico esperado durante el periodo de libre evolución, subrayando la consistencia de nuestra solución con los principios fundamentales de la mecánica cuántica.

**Caso 4:**  $t \cdot g = 3\pi/4$

$$|\psi_4\rangle = \frac{1}{2} \cdot \begin{pmatrix} -e^{-i3\pi/4} \\ -e^{i3\pi/4} \\ e^{i3\pi/4} \\ e^{-i3\pi/4} \end{pmatrix} = \frac{1}{2 \cdot \sqrt{2}} \cdot \begin{pmatrix} 1 + i \\ 1 - i \\ -1 + i \\ -1 - i \end{pmatrix}.$$

Este estado se distingue por su estructura compleja, donde las amplitudes de probabilidad están distribuidas de manera que sugieren una coherencia y correlación profundas entre los qubits. Al igual que en casos anteriores de entrelazamiento, la imposibilidad de descomponer  $|\psi_4\rangle$  en un producto de estados de qubits individuales destaca su naturaleza entrelazada.

Para demostrar matemáticamente que el estado es entrelazado, consideramos la ausencia de una solución al intentar factorizar el estado en componentes más simples, un rasgo definitorio de los estados entrelazados. La representación específica de  $|\psi_4\rangle$ , con amplitudes complejas como  $1+i$ ,  $-1+i$ ,  $1-i$ , y  $-1-i$ , refuerza esta caracterización al no permitir una factorización directa que separe el estado en partes independientes.

**Caso 5:**  $t \cdot g = \pi$

$$|\psi_5\rangle = \frac{1}{2} \cdot \begin{pmatrix} -e^{-i\pi} \\ -e^{i\pi} \\ e^{i\pi} \\ e^{-i\pi} \end{pmatrix} = \frac{1}{2} \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \\ -1 \end{pmatrix} = (|0,0\rangle + |0,1\rangle - |1,0\rangle - |1,1\rangle) = |-,+\rangle = |\psi_1\rangle.$$

Este estado,  $|\psi_5\rangle$ , aunque parece diferir en su representación del estado inicial  $|\psi_1\rangle$ , es en realidad equivalente a este desde la perspectiva de la mecánica cuántica. Esta equivalencia se debe a la propiedad fundamental de que los estados cuánticos son indistinguibles hasta una fase global; es decir, la aplicación de una fase global no altera las propiedades físicas observables del estado. Por lo tanto, aunque los componentes de  $|\psi_5\rangle$  y  $|\psi_1\rangle$  pueden parecer diferentes a primera vista, ambos representan el mismo estado cuántico en términos de medición y fenómenos físicos. Esta observación subraya la importancia de las fases relativas sobre las globales en la determinación de la identidad y el comportamiento de los estados cuánticos, reafirmando la coherencia interna y las predicciones de la teoría cuántica.

### 14.1.3. Etapa III

Durante la tercera etapa, aplicamos pulsos caracterizados por sus ángulos de rotación en el eje Y a ambos qubits de nuestro sistema. El Hamiltoniano en este contexto se simplifica a la forma:

$$H_3 = Y_0 \cdot \Omega_0^{180} + Y_1 \cdot \Omega_1^{180}, \quad (80)$$

En el análisis posterior, dirigimos nuestra atención nuevamente hacia la base  $|i\rangle, |-i\rangle$ , lo cual demanda una transformación apropiada del operador  $Y$  desde la base  $Z$  estándar, como se describió en la etapa I.

La representación matricial de los operadores  $Y_0 \otimes I$  y  $I \otimes Y_1$ , en la base  $\{|i\rangle, |-i\rangle\}$ , se ha definido en la Etapa I. Concluyendo que el Hamiltoniano efectivo para la tercera etapa resulta en:

$$H_3 = (Y_0 \otimes I) \cdot \Omega_0^{180} + (I \otimes Y_1) \cdot \Omega_1^{180}.$$

Una vez establecido el Hamiltoniano efectivo de esta etapa, podemos analizar su influencia en la evolución temporal del sistema. El Hamiltoniano  $H_3$ , expresado en la base  $\{|i\rangle, |-i\rangle\}$ , es el siguiente:

$$H_3 = \begin{pmatrix} \Omega_0 + \Omega_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \Omega_0 - \Omega_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\Omega_0 + \Omega_1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\Omega_0 - \Omega_1 \end{pmatrix}, \quad (81)$$

Esta forma diagonal del Hamiltoniano simplifica significativamente el cálculo del operador de evolución  $U_3(t)$ , que describe cómo evoluciona el estado cuántico con el tiempo bajo la influencia de  $H_3$ . La evolución temporal de los estados cuánticos es gobernada por la ecuación de Schrödinger temporalmente dependiente, que en términos del operador de evolución se escribe como:

$$U_3(t) = e^{-iH_3 t} \quad (82)$$

Dado que  $H_3$  ya está en forma diagonal, la exponenciación de esta matriz es directa y conduce a la siguiente representación de  $U_3(t)$ :

$$U_D^{(3)}(t) = \begin{pmatrix} e^{-it(\Omega_0+\Omega_1)} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & e^{-it(\Omega_0-\Omega_1)} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & e^{-it(-\Omega_0+\Omega_1)} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & e^{-it(-\Omega_0-\Omega_1)} \end{pmatrix}, \quad (83)$$

Esta matriz de evolución es crucial para la interpretación de los experimentos que se describirán, ya que proporciona una conexión directa entre las frecuencias de Rabi y las dinámicas observadas de los qubits.

La correspondencia entre las frecuencias de Rabi y los tiempos específicos de los pulsos aplicados es evidente al considerar que para rotaciones de 180 grados en el eje  $Y$ , se cumple que:

$$t \cdot \Omega_0 = t \cdot \Omega_1 = \frac{\pi}{2} \quad (84)$$

Reemplazando estos valores en la matriz 91, obtenemos el operador de evolución en términos de valores conocidos de  $\pi$ :

$$U_D^{(3)}(t) = \begin{pmatrix} e^{-i\pi} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & e^0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & e^0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & e^{i\pi} \end{pmatrix}. \quad (85)$$

Estos resultados son coherentes con las rotaciones cuánticas esperadas inducidas por los pulsos y son cruciales para la interpretación de los experimentos subsecuentes.

Tras definir el operador de evolución, que detalla el desarrollo temporal de los estados cuánticos en esta etapa inicial, procedemos a aplicarlo al estado inicial  $|\psi_{inicial}^{(3)}\rangle$ .

En este escenario, el estado inicial corresponde al estado final alcanzado en la etapa II. Dado que operamos en la base  $\{|i\rangle, |-i\rangle\}$ , es necesario adaptar el estado final para transicionar de la base computacional, donde se define el estado inicial, a la base en la que procederemos a trabajar.

Para ello, debemos realizar la siguiente transformación:

$$U_{F,4x4}^\dagger \cdot |\psi_{inicial}^{(3)}\rangle = |\psi'^{(3)}_{inicial}\rangle = \frac{1}{2} \cdot \begin{pmatrix} 1 & i & i & -1 \\ 1 & -i & i & 1 \\ 1 & i & -i & 1 \\ 1 & -i & -i & -1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} -0,5e^{-itg} \\ -0,5e^{itg} \\ 0,5e^{itg} \\ 0,5e^{-itg} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -0,5e^{-itg} \\ 0,5ie^{itg} \\ -0,5ie^{itg} \\ -0,5e^{-itg} \end{pmatrix}.$$

Con esto, el estado inicial en su representación matricial se define como:

$$|\psi'^{(3)}_{inicial}\rangle = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} -e^{-itg} \\ ie^{itg} \\ -ie^{itg} \\ -e^{-itg} \end{pmatrix}.$$

Al aplicar el operador de evolución, determinamos el estado final, tal como se define en la Ecuación 62. En esta situación específica, el operador de evolución se ha pre-diagonalizado, lo que facilita la comprensión de su impacto en el estado del sistema.

$$|\psi^{(3)}(t)\rangle = U_D^{(3)}(t) \cdot |\psi'^{(3)}_{inicial}\rangle = \begin{pmatrix} e^{-i\pi} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & e^0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & e^0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & e^{i\pi} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} -0,5e^{-itg} \\ 0,5ie^{itg} \\ -0,5ie^{itg} \\ -0,5e^{-itg} \end{pmatrix}.$$

Aplicando la ecuación de Euler  $e^{ix} = \cos x + i \cdot \sin x$ , determinamos los valores de los elementos de la matriz:

$$e^{-i\pi} = e^{i\pi} = -1, \quad e^0 = 1.$$

Así, el estado final  $|\psi^{(3)}(t)\rangle$  se convierte en:

$$|\psi^{(3)}(t)\rangle = \begin{pmatrix} 0,5e^{-itg} \\ 0,5ie^{itg} \\ -0,5ie^{itg} \\ 0,5e^{-itg} \end{pmatrix}. \quad (86)$$

Este resultado ilustra cómo el estado cuántico evoluciona bajo la acción del operador de evolución, reflejando las transformaciones inducidas por los pulsos aplicados en los qubits.

Finalmente, realizaremos una transformación a la base computacional desde la base  $\{|i\rangle, |-i\rangle\}$ , tal y como hicimos en la etapa I.

Por lo tanto, aplicamos  $U_F \cdot |\psi^{(3)}(t)\rangle$ :

$$|\psi_{final}^{(3)}(t)\rangle = \frac{1}{2} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ -i & i & -i & i \\ -i & -i & i & i \\ -1 & 1 & 1 & -1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 0,5e^{-itg} \\ 0,5ie^{itg} \\ -0,5ie^{itg} \\ 0,5e^{-itg} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0,5e^{-itg} \\ -0,5e^{itg} \\ 0,5e^{itg} \\ -0,5e^{-itg} \end{pmatrix}.$$

#### 14.1.4. Etapa IV

Durante la etapa del segundo delay, al no aplicar ningún pulso el Hamiltoniano se simplifica a la forma:

$$H_{delay}^{(4)} = \Delta_0 Z_0 + g Z_0 Z_1 + \Delta_1 Z_1. \quad (87)$$

En este caso, debido a que todos los elementos de nuestro Hamiltoniano se encuentran en la base Z, no tendremos que aplicar una transformación, manteniendo de esta forma la base estándar Z.

La representación matricial de los operadores  $\Delta_0 \cdot (Z_0 \otimes I)$  y  $\Delta_0 \cdot (I \otimes Z_1)$  en la base  $\{|0\rangle, |1\rangle\}$  es la siguiente:

$$\begin{aligned} \Delta_0 \cdot (Z_0 \otimes I) &\rightarrow \Delta_0 \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \otimes I = \Delta_0 \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix} \\ g \cdot Z_0 \otimes Z_1 &\rightarrow g \cdot \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \otimes \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} = g \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \\ \Delta_1 \cdot (I \otimes Z_1) &\rightarrow \Delta_1 \cdot I \otimes \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} = \Delta_1 \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix} \end{aligned}$$

La suma de estos operadores ponderados por sus respectivos detunings y constante de acoplamiento da lugar al Hamiltoniano efectivo para la primera etapa de delay:

$$H_{delay}^{(4)} = (Z_0 \otimes I) \cdot \Delta_0 + g \cdot Z_0 \cdot Z_1 + (I \otimes Z_1) \cdot \Delta_1,$$

Una vez establecido el Hamiltoniano efectivo, procedemos a analizar su influencia en la evolución temporal del sistema. El hamiltoniano  $H_{delay}^{(4)}$ , expresado en la base  $\{|0\rangle, |1\rangle\}$ , es el siguiente:

$$H_{delay}^{(4)} = \begin{pmatrix} \Delta_0 + g + \Delta_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \Delta_0 - g - \Delta_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \Delta_1 - \Delta_0 - g & 0 \\ 0 & 0 & 0 & g - \Delta_0 - \Delta_1 \end{pmatrix}, \quad (88)$$

Esta forma diagonal del Hamiltoniano simplifica significativamente el cálculo del operador de evolución  $U_4(t)$ , que describe cómo evoluciona el estado cuántico con el tiempo bajo la influencia de  $H_{delay}^{(4)}$ . La evolución temporal de los estados cuánticos es gobernada por la ecuación de Schrödinger temporalmente dependiente, que en términos del operador de evolución se escribe como:

$$U_4(t) = e^{-itH_{delay}^{(4)}} \quad (89)$$

Dado que  $H_{delay}^{(4)}$  ya está en forma diagonal, la exponenciación de esta matriz es directa y conduce a la siguiente representación de  $U_4(t)$ :

$$U_D^{(4)}(t) = \begin{pmatrix} e^{-it(\Delta_0+g+\Delta_1)} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & e^{-it(\Delta_0-g-\Delta_1)} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & e^{-it(\Delta_1-\Delta_0-g)} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & e^{-it(g-\Delta_0-\Delta_1)} \end{pmatrix}, \quad (90)$$

Además, para este estudio vamos a considerar que el detuning de los pulsos es 0 ( $\Delta_0 \simeq \Delta_1 \equiv 0$ ), asumiendo que hemos realizado un ajuste preciso de la frecuencia de estos y simplificando el operador evolución a la siguiente expresión:

$$U_D^{(4)}(t) = \begin{pmatrix} e^{-itg} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & e^{itg} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & e^{itg} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & e^{-itg} \end{pmatrix}. \quad (91)$$

Esta matriz de evolución es crucial para la interpretación de los experimentos que se describirán, ya que proporciona una conexión directa entre las frecuencias de Rabi y las dinámicas observadas de los qubits.

Tras definir el operador de evolución, que detalla el desarrollo temporal de los estados cuánticos en esta etapa inicial, procedemos a aplicarlo al estado inicial  $|\psi_{inicial}\rangle$ .

En este caso el estado inicial será el estado final que hemos obtenido en la fase I, además, en la misma base en la que lo definimos finalmente, la base estándar Z.

Con esto, el estado inicial en su representación matricial se define como:



$$|\psi_{inicial}^{(4)}\rangle = \begin{pmatrix} 0,5e^{-itg} \\ -0,5e^{itg} \\ 0,5e^{itg} \\ -0,5e^{-itg} \end{pmatrix}.$$

Al aplicar el operador de evolución, determinamos el estado final, tal como se define en la Ecuación 62. En esta situación específica, el operador de evolución ya estaba diagonalizado, lo que facilita la comprensión de su impacto en el estado del sistema.

$$|\psi^{(4)}(t)\rangle = U_D^{(4)} \cdot |\psi_{inicial}^{(4)}\rangle = \begin{pmatrix} e^{-itg} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & e^{itg} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & e^{itg} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & e^{-itg} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 0,5e^{-itg} \\ -0,5e^{itg} \\ 0,5e^{itg} \\ -0,5e^{-itg} \end{pmatrix}.$$

Así, el estado final  $|\psi(t)\rangle$  se convierte en:

$$|\psi^{(4)}(t)\rangle = \begin{pmatrix} 0,5e^{-2itg} \\ -0,5e^{2itg} \\ 0,5e^{2itg} \\ -0,5e^{-2itg} \end{pmatrix}. \quad (92)$$

Con este resultado podremos observar como el estado cuántico evoluciona bajo la libre evolución. Para ello, aplicaremos valores de fase y observaremos los estados obtenidos.

En esta etapa del estudio, se optará por explorar ángulos de rotación más reducidos (bajo el producto  $t \cdot g$ ), teniendo en cuenta que la fase experimenta una duplicación, expresada como  $\pm 2itg$ . Este enfoque nos permitirá realizar una evaluación detallada de la rotación completa, facilitando así la realización de un análisis parametrizado que esté alineado con los procedimientos aplicados en la etapa II.

**Caso 1:**  $t \cdot g = 0$

$$|\psi_1\rangle = \frac{1}{2} \cdot \begin{pmatrix} e^0 \\ -e^0 \\ e^0 \\ -e^0 \end{pmatrix} = \frac{1}{2} \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix} = \frac{1}{2} \cdot (|0,0\rangle - |0,1\rangle + |1,0\rangle - |1,1\rangle) = |+, -\rangle.$$

Podemos confirmar que este estado se corresponde exactamente con  $|+, -\rangle$ . Este hallazgo está en perfecta armonía con las predicciones teóricas, dado que el efecto del pulso  $\pi$  sobre el sistema, analizado en relación con la situación inicial de la etapa II, donde se observaba el estado  $|-, +\rangle$ , muestra una transición clara. Adicionalmente, la capacidad para descomponer  $|\psi_1\rangle$  en productos de estados de qubits individuales revela su naturaleza no entrelazada, algo que se intuía previamente por su formulación.

**Caso 2:**  $t \cdot g = \pi/8$

$$|\psi_2\rangle = \frac{1}{2} \cdot \begin{pmatrix} e^{-i\pi/4} \\ -e^{i\pi/4} \\ e^{i\pi/4} \\ -e^{-i\pi/4} \end{pmatrix} = \frac{1}{2 \cdot \sqrt{2}} \cdot \begin{pmatrix} 1 - i \\ -1 - i \\ 1 + i \\ -1 + i \end{pmatrix}.$$

Este estado manifiesta propiedades de entrelazamiento cuántico, evidenciado por la incapacidad de descomponerlo en productos de estados de qubits individuales. Las amplitudes complejas y fases distintivas en  $|\psi_2\rangle$  subrayan las correlaciones cuánticas existentes entre los qubits, marcando un claro indicio de entrelazamiento. Esta configuración excluye la posibilidad de describir cada qubit de manera independiente, enfatizando la inherente interconexión presente en el sistema cuántico analizado.

**Caso 3:**  $t \cdot g = \pi/4$

$$|\psi_3\rangle = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} e^{-i\pi/2} \\ -e^{i\pi/2} \\ e^{i\pi/2} \\ -e^{-i\pi/2} \end{pmatrix} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} -i \\ -i \\ i \\ i \end{pmatrix}.$$

Aunque los componentes de este estado presentan un factor de fase complejo  $i$ , es equivalente a la forma:

$$|\psi_3\rangle = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} -1 \\ -1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} = \frac{1}{2}(-|0,0\rangle - |0,1\rangle + |1,0\rangle + |1,1\rangle) = \frac{1}{2}(|0,0\rangle + |0,1\rangle - |1,0\rangle - |1,1\rangle) = |-,+\rangle,$$

hasta una fase global. Los estados cuánticos que difieren únicamente en una fase global son indistinguibles mediante mediciones, lo que resalta la preeminencia de las fases relativas sobre las globales en mecánica cuántica.

Dado que  $|\psi_3\rangle$  puede ser factorizado en productos de estados de qubits individuales, determinamos que no es un estado entrelazado. La presencia uniforme de fases  $i$  y  $-i$  en sus componentes no modifica esta conclusión, enfatizando que los elementos del sistema pueden ser descritos de manera independiente.

**Caso 4:**  $t \cdot g = 3\pi/8$

$$|\psi_4\rangle = \frac{1}{2} \cdot \begin{pmatrix} e^{-i6\pi/8} \\ -e^{i6\pi/8} \\ e^{i6\pi/8} \\ -e^{-i6\pi/8} \end{pmatrix} = \frac{1}{2} \cdot \begin{pmatrix} e^{-i3\pi/4} \\ -e^{i3\pi/4} \\ e^{i3\pi/4} \\ -e^{-i3\pi/4} \end{pmatrix} = \frac{1}{2 \cdot \sqrt{2}} \cdot \begin{pmatrix} -1 - i \\ 1 - i \\ -1 + i \\ 1 + i \end{pmatrix}.$$

Este estado es claramente entrelazado, ya que su estructura impide una descomposición simple en productos de estados de qubits individuales. Las combinaciones de amplitudes complejas

y sus fases específicas revelan una interdependencia intrínseca entre los componentes del sistema, lo cual es una característica definitoria de los estados entrelazados. La imposibilidad de separar  $|\psi_4\rangle$  en estados más simples confirma su naturaleza entrelazada, evidenciando correlaciones cuánticas que no permiten una descripción independiente de los qubits.

**Caso 5:**  $t \cdot g = \pi/2$

$$|\psi_5\rangle = \frac{1}{2} \cdot \begin{pmatrix} e^{-i2\pi/2} \\ -e^{i2\pi/2} \\ e^{i2\pi/2} \\ -e^{-i2\pi/2} \end{pmatrix} = \frac{1}{2} \cdot \begin{pmatrix} e^{-i\pi} \\ -e^{i\pi} \\ e^{i\pi} \\ -e^{-i\pi} \end{pmatrix} = \frac{1}{2} \cdot \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix} = (-|0,0\rangle + |0,1\rangle - |1,0\rangle + |1,1\rangle) = |+, -\rangle.$$

El estado  $|\psi_5\rangle$ , a pesar de presentar diferencias aparentes con  $|\psi_1\rangle$ , resulta ser equivalente a este bajo la mecánica cuántica, lo que refleja la indistinguibilidad de los estados hasta una fase global. La capacidad de descomponer  $|\psi_5\rangle$  en productos de estados de qubits individuales confirma que no es entrelazado.

## 14.2. Marco experimental

Una vez establecido el marco teórico, procedemos con el desarrollo experimental, enfocándonos en una calibración (13) altamente precisa tanto de la frecuencia de resonancia del qubit como de la frecuencia de Rabi. Dada la intensidad y rapidez de los pulsos empleados en nuestro experimento, esta calibración precisa es fundamental para asegurar resultados fiables.

Además, profundizamos nuestro enfoque hacia la medición del tiempo de coherencia transversal, T2, con un énfasis particular en las condiciones de interacción entre qubits. Un componente vital de esta calibración es la evaluación de T2 mediante la aplicación de un pulso simultáneo en un qubit vecino. Este enfoque no solo es esencial para investigar la dinámica de decoherencia en un marco de interacciones qubit-qubit, sino que también resulta crítico para la determinación precisa del parámetro de acoplamiento  $g$ .

Posteriormente, nos centraremos en la construcción de la secuencia con la definición de los parámetros anteriores, para finalmente, realizar la tomografía de estados de la secuencia descrita y poder estudiar en detalle la evolución de los estados cuánticos tras las diferentes interacciones.

### 14.2.1. Calibración

Tal y como he indicado anteriormente, la calibración se va a centrar especialmente en 3 parámetros clave, a partir de los cuales vamos a poder desarrollar la posterior secuencia y los propios pulsos de esta. Estos parámetros específicos, que son la frecuencia de resonancia del qubit, la frecuencia de Rabi para obtener pulsos con una amplitud de  $\pi$  y finalmente, la fuerza de acoplamiento de interacción,  $g$ , están reflejados en el Anexo I.

### 14.2.2. Secuencia

Después de haber calibrado con precisión los diversos parámetros que definen nuestra secuencia y los pulsos que la componen, avanzamos hacia su construcción. La secuencia se inicia con la inicialización de los qubits en el estado  $| - + \rangle$ , logrado mediante la aplicación de un pulso  $\pi/2$  en el eje Y para el qubit 0 y un pulso  $3\pi/2$  en el eje Y para el qubit 1.

Una vez aplicados estos pulsos iniciales, permitimos que los estados de ambos qubits evolucionen libremente durante un período iterativo que puede alcanzar hasta 50 microsegundos. Esto se hace en pasos de 0.625 microsegundos, con un paso inicial de 0.1 microsegundos.

A continuación, aplicamos un pulso  $\pi$  en el eje Y en ambos qubits, lo que genera un marco propicio para el posible entrelazamiento entre los qubits. Una vez aplicado este pulso, con las mismas características que mencionamos previamente, permitimos nuevamente que los estados de ambos qubits evolucionen libremente. Esto crea un contexto propicio para la posible generación de entrelazamiento entre los qubits.

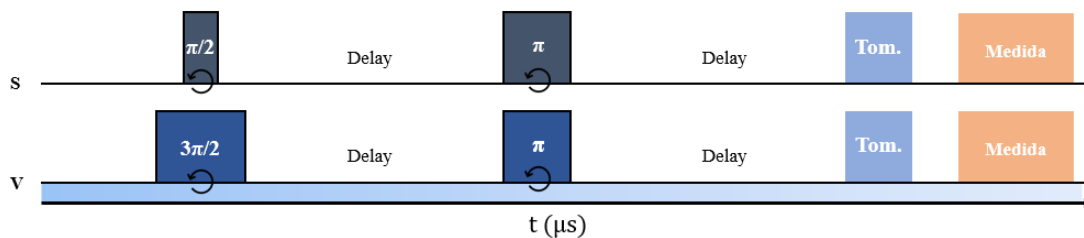


Figura 28: Representación de la secuencia del experimento 1, donde se inicializan los qubits 0 y 1 en los estados  $| + \rangle$  y  $| - \rangle$  respectivamente, para posteriormente aplicar los diferentes pulsos para realizar la tomografía (pulsos azules) y finalmente realizar la medición en ambos qubits.

### 14.2.3. Tomografía

Finalmente, para obtener una observación precisa del estado final de los qubits bajo estudio, llevamos a cabo un proceso de Quantum State Tomography. Este procedimiento implica la realización de medidas en diferentes bases para controlar las probabilidades de que el sistema se encuentre en diversos estados. Para lograr esto, aplicamos pulsos de rotación  $\pi/2$  para realizar mediciones en la base X ( $| + \rangle$ ,  $| - \rangle$ ), pulsos de rotación  $\pi/2$  en el eje Y para medir en la base Y ( $| i \rangle$ ,  $| -i \rangle$ ), y finalmente, no aplicamos ningún pulso para la medición en la base Z o computacional ( $| 0 \rangle$ ,  $| 1 \rangle$ ).

## 14.3. Análisis de datos

Una vez recopilados los datos de las distintas bases a través de la tomografía, es esencial abordar su interpretación y procesamiento de forma meticulosa. Con el fin de estructurar esta tarea, dividiremos el análisis en tres secciones claras. Cabe destacar que cada análisis se realizará sobre una base de 80 índices temporales, asegurando así que cada sección del estudio se componga de 80 valores analizados bajo el mismo marco experimental.

### 14.3.1. Criterio de pureza

Mediante este criterio comparamos la pureza que presenta el estado de cada qubit individualmente y la pureza del estado conjunto.

Se puede demostrar que la pureza de un qubit es idéntica al módulo de su vector de Bloch. Un qubit en un estado puro tiene un vector de Bloch que es unitario. Un módulo del vector de Bloch menor que 1 indica que el estado del qubit está mezclado como consecuencia de efectos de decoherencia y desfase.

En el caso de un estado cuántico  $\rho$  de dimensión arbitraria, la pureza  $P$  viene dada por la expresión

$$P = \text{Tr}\{\rho^2\}.$$

Si comparamos la pureza del estado conjunto de dos qubits entrelazados con la pureza de los estados individuales, podemos detectar la presencia de entrelazamiento entre los qubits:

- Una pureza del estado conjunto mayor que el producto de la de los estados individuales indica que los dos qubits están entrelazados.
- En caso contrario, no se espera hallar entrelazamiento entre los qubits.

El cálculo explícito de la pureza del estado conjunto es complejo y se explica con detalle a continuación.

### Cálculo de la pureza

Primero es necesario hallar el estado de los qubits en función del tiempo. Las componentes del vector de Bloch de un qubit se corresponden con los valores esperados de X, Y y Z. Esto se corresponde con las medidas en las bases X, Y y Z. Las bases de medida de dos qubits se definen como  $X_0X_1$ ,  $X_0Y_1$ ,  $X_0Z_1$ ,  $Y_0X_1$ ,  $Y_0Y_1$ ,  $Y_0Z_1$ ,  $Z_0X_1$ ,  $Z_0Y_1$  y  $Z_0Z_1$ .

Para reconstruir el valor esperado en una de las bases seguimos el siguiente procedimiento, en el que tomamos de ejemplo la base  $X_0$

1. Se empieza con la suma de las probabilidades de los resultados de medida 10 y 11, para calcular la probabilidad total de hallar el qubit 0 en el estado 1 cuando se mide en la base X. Definimos este término como  $X_0$ , donde X corresponde a la base y 0 el qubit que se está midiendo.
2. A continuación, se calcula la diferencia de este valor con 0.5 y el resultado se escala con un factor dos para poder ajustar el vector a los límites de la esfera, lo que da como resultado el valor esperado  $\langle X_0 \rangle$ .

Esto se repite para  $\langle Y_0 \rangle$  y  $\langle Z_0 \rangle$ . El cálculo explícito es:

$$\langle X_0 \rangle = [(\overline{p(10)_x} + \overline{p(11)_x}) - 0,5] \cdot 2, \quad (93)$$

$$\langle Y_0 \rangle = [(\overline{p(10)_y} + \overline{p(11)_y}) - 0,5] \cdot 2, \quad (94)$$

$$\langle Z_0 \rangle = [(\overline{p(10)_z} + \overline{p(11)_z}) - 0,5] \cdot 2, \quad (95)$$

donde

$$\overline{p(10)_x} = \frac{p(10)_{xx} + p(10)_{xy} + p(10)_{xz}}{3} \quad (96)$$

$$\overline{p(10)_y} = \frac{p(10)_{yx} + p(10)_{yy} + p(10)_{yz}}{3} \quad (97)$$

$$\overline{p(10)_z} = \frac{p(10)_{zx} + p(10)_{zy} + p(10)_{zz}}{3} \quad (98)$$

$$\overline{p(11)_x} = \frac{p(11)_{xx} + p(11)_{xy} + p(11)_{xz}}{3} \quad (99)$$

$$\overline{p(11)_y} = \frac{p(11)_{yx} + p(11)_{yy} + p(11)_{yz}}{3} \quad (100)$$

$$\overline{p(11)_z} = \frac{p(11)_{zx} + p(11)_{zy} + p(11)_{zz}}{3} \quad (101)$$

Una vez obtenidos los 3 valores esperados  $\langle X_0 \rangle$ ,  $\langle Y_0 \rangle$  y  $\langle Z_0 \rangle$ , el vector de Bloch del qubit 0 es

$$\vec{p}_0(t) = [(\langle X_0 \rangle, \langle Y_0 \rangle, \langle Z_0 \rangle)] \cdot 0,5] + 0,5. \quad (102)$$

Su módulo, que también es su pureza, es por lo tanto

$$|p_0|(t) = [(\langle X_0 \rangle^2 + \langle Y_0 \rangle^2 + \langle Z_0 \rangle^2) \cdot 0,5] + 0,5. \quad (103)$$

El procedimiento de reconstrucción del qubit 1 es completamente análogo:

$$\langle X_1 \rangle = [(\overline{p(01)_x} + \overline{p(11)_x}) - 0,5] \cdot 2, \quad (104)$$

$$\langle Y_1 \rangle = [(\overline{p(01)_y} + \overline{p(11)_y}) - 0,5] \cdot 2, \quad (105)$$

$$\langle Z_1 \rangle = [(\overline{p(01)_z} + \overline{p(11)_z}) - 0,5] \cdot 2, \quad (106)$$

$$\vec{p}_1(t) = [(\langle X_1 \rangle, \langle Y_1 \rangle, \langle Z_1 \rangle) \cdot 0,5] + 0,5, \quad (107)$$

$$|p_1|(t) = [(\langle X_1 \rangle^2 + \langle Y_1 \rangle^2 + \langle Z_1 \rangle^2) \cdot 0,5] + 0,5, \quad (108)$$

donde

$$\overline{p(01)_x} = \frac{p(01)_{xx} + p(01)_{xy} + p(01)_{xz}}{3} \quad (109)$$

$$\overline{p(01)_y} = \frac{p(01)_{yx} + p(01)_{yy} + p(01)_{yz}}{3} \quad (110)$$

$$\overline{p(01)_z} = \frac{p(01)_{zx} + p(01)_{zy} + p(01)_{zz}}{3} \quad (111)$$

El cálculo de la pureza conjunta es más complejo y requiere el cálculo de 15 términos, 3 correspondientes al qubit 0 (Ec. 101, 102, 103), 3 correspondientes al qubit 1 (Ec. 105, 106, 107) y los 9 términos conjuntos (112 - 120).

Donde los términos conjuntos se hallan de la siguiente forma:

$$\langle X_0 X_1 \rangle = [[(p(11)_{xx} - X_0/2 - X_1/2) + 0,25] \cdot 2], \quad (112)$$

$$\langle X_0 Y_1 \rangle = [[(p(11)_{xy} - X_0/2 - Y_1/2) + 0,25] \cdot 2], \quad (113)$$

$$\langle X_0 Z_1 \rangle = [[(p(11)_{xz} - X_0/2 - Z_1/2) + 0,25] \cdot 2], \quad (114)$$

$$\langle Y_0 X_1 \rangle = [[(p(11)_{yx} - Y_0/2 - X_1/2) + 0,25] \cdot 2], \quad (115)$$

$$\langle Y_0 Y_1 \rangle = [[(p(11)_{yy} - Y_0/2 - Y_1/2) + 0,25] \cdot 2], \quad (116)$$

$$\langle Y_0 Z_1 \rangle = [[(p(11)_{yz} - Y_0/2 - Z_1/2) + 0,25] \cdot 2], \quad (117)$$

$$\langle Z_0 X_1 \rangle = [[(p(11)_{zx} - Z_0/2 - X_1/2) + 0,25] \cdot 2], \quad (118)$$

$$\langle Z_0 Y_1 \rangle = [[(p(11)_{zy} - Z_0/2 - Y_1/2) + 0,25] \cdot 2], \quad (119)$$

$$\langle Z_0 Z_1 \rangle = [[(p(11)_{zz} - Z_0/2 - Z_1/2) + 0,25] \cdot 2]. \quad (120)$$

A la suma de los cuadrados de estos 9 términos la definimos como  $\langle Q_0 Q_1 \rangle$ :

$$\begin{aligned} \langle Q_0 Q_1 \rangle = & [\langle X_0 X_1 \rangle^2 + \langle X_0 Y_1 \rangle^2 + \langle X_0 Z_1 \rangle^2 + \\ & \langle Y_0 X_1 \rangle^2 + \langle Y_0 Y_1 \rangle^2 + \langle Y_0 Z_1 \rangle^2 + \\ & \langle Z_0 X_1 \rangle^2 + \langle Z_0 Y_1 \rangle^2 + \langle Z_0 Z_1 \rangle^2]. \end{aligned} \quad (121)$$

Una vez obtenidos los 15 términos necesarios, la pureza del estado conjunto se calcula como:

$$|p_{0-1}(t)| = [\langle Q_0 Q_1 \rangle + (\langle X_0 \rangle^2 + \langle Y_0 \rangle^2 + \langle Z_0 \rangle^2 + \langle X_1 \rangle^2 + \langle Y_1 \rangle^2 + \langle Z_1 \rangle^2)/4] + 0,25. \quad (122)$$

Con los tres valores necesarios para averiguar la evolución en función del tiempo de la pureza, se procede a su representación y análisis.

## Resultados

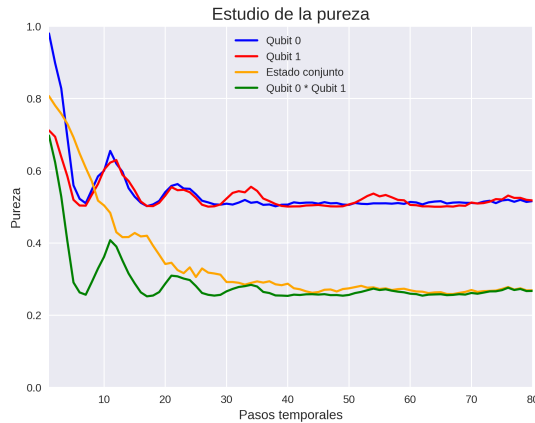


Figura 29: Análisis de pureza a través del tiempo, mostrando purezas total, individual y combinada. El eje Y mide la pureza (0 a 1), indicando 1 como pureza completa. El eje X registra el tiempo, con intervalos de 0.625 microsegundos, cubriendo un periodo de hasta 50 microsegundos.

Los datos obtenidos revelan un descenso pronunciado de la pureza en las etapas iniciales, lo que podría indicar procesos de decoherencia o interacciones con el entorno que afectan la cohesión de los estados cuánticos. Tras este declive inicial, las purzas se estabilizan, insinuando el posible alcance de un estado de equilibrio dinámico en el sistema. Es notable que la pureza de los qubits individuales permanece consistentemente más alta que la del estado conjunto, lo cual es característico de sistemas donde las correlaciones cuánticas entre qubits individuales juegan un papel significativo.

La discrepancia observada entre la pureza del estado conjunto y el producto de las purzas de los qubits individuales es indicativa de la no independencia de los qubits, sugiriendo un grado de entrelazamiento. Además, la línea que representa el producto de las purzas de los dos qubits, al ser generalmente superior a la del estado conjunto, refuerza la existencia de correlaciones cuánticas entre los componentes del sistema. Las fluctuaciones en la pureza de los qubits individuales podrían ser un reflejo de las variaciones en el entorno o en los controles del sistema que impactan ocasionalmente la coherencia de los qubits.

Este análisis de la pureza, al proporcionar una mirada preliminar al comportamiento de los qubits y su posible entrelazamiento, subraya la necesidad de realizar estudios adicionales utilizando otras métricas de entrelazamiento para obtener un entendimiento más completo del sistema cuántico en estudio. Específicamente, se destaca que la pureza del qubit 1 se inicia en un valor inusualmente bajo respecto a lo esperado teóricamente.

### 14.3.2. Criterio Peres-Horodecki

El criterio de Peres-Horodecki, según [8], proporciona un enfoque clarificador para discernir la naturaleza de las señales observadas.

Este análisis requiere la formulación de la matriz de densidad  $\hat{\rho}$ , que caracteriza el estado cuántico del sistema, reflejando las probabilidades asociadas a sus posibles estados.

La representación de un estado cuántico de dos qubits se puede describir como sigue:

$$\hat{\rho} = \frac{1}{4} \cdot I_4 + \frac{1}{2} \cdot \sum_{i=1}^{15} \lambda_i \cdot \hat{\lambda}_i. \quad (123)$$

Los términos  $\lambda_i$  corresponden a mediciones en la diferentes bases y se definen como:

$$\lambda_1 = [(\overline{p(10)_x} + \overline{p(11)_x}) - 0,5] \cdot \sqrt{2}, \quad (124)$$

$$\lambda_2 = [(\overline{p(10)_y} + \overline{p(11)_y}) - 0,5] \cdot \sqrt{2}, \quad (125)$$

$$\lambda_3 = [(\overline{p(10)_z} + \overline{p(11)_z}) - 0,5] \cdot \sqrt{2}, \quad (126)$$

$$\lambda_4 = [(\overline{p(01)_x} + \overline{p(11)_x}) - 0,5] \cdot \sqrt{2}, \quad (127)$$

$$\lambda_5 = [(\overline{p(01)_y} + \overline{p(11)_y}) - 0,5] \cdot \sqrt{2}, \quad (128)$$

$$\lambda_6 = [(\overline{p(01)_z} + \overline{p(11)_z}) - 0,5] \cdot \sqrt{2}, \quad (129)$$



$$\lambda_7 = [(p(11)_{xx} - X_0/2 - X_1/2) + 0,25] \cdot 2 \cdot \sqrt{2}, \quad (130)$$

$$\lambda_8 = [(p(11)_{xy} - X_0/2 - Y_1/2) + 0,25] \cdot 2 \cdot \sqrt{2}, \quad (131)$$

$$\lambda_9 = [(p(11)_{xz} - X_0/2 - Z_1/2) + 0,25] \cdot 2 \cdot \sqrt{2}, \quad (132)$$

$$\lambda_{10} = [(p(11)_{yx} - Y_0/2 - X_1/2) + 0,25] \cdot 2 \cdot \sqrt{2}, \quad (133)$$

$$\lambda_{11} = [(p(11)_{yy} - Y_0/2 - Y_1/2) + 0,25] \cdot 2 \cdot \sqrt{2}, \quad (134)$$

$$\lambda_{12} = [(p(11)_{yz} - Y_0/2 - Z_1/2) + 0,25] \cdot 2 \cdot \sqrt{2}, \quad (135)$$

$$\lambda_{13} = [(p(11)_{zx} - Z_0/2 - X_1/2) + 0,25] \cdot 2 \cdot \sqrt{2}, \quad (136)$$

$$\lambda_{14} = [(p(11)_{zy} - Z_0/2 - Y_1/2) + 0,25] \cdot 2 \cdot \sqrt{2}, \quad (137)$$

$$\lambda_{15} = [(p(11)_{zz} - Z_0/2 - Z_1/2) + 0,25] \cdot 2 \cdot \sqrt{2}. \quad (138)$$

Por otro lado,  $\hat{\lambda}_i$  se define como:

$$\hat{\lambda}_i = \frac{1}{2^{1/2}} \cdot \sigma_i \otimes I_2, \quad i = 1, 2, 3, \quad (139)$$

$$\hat{\lambda}_i = \frac{1}{2^{1/2}} \cdot I_2 \otimes \sigma_{i-3}, \quad i = 4, 5, 6, \quad (140)$$

$$\hat{\lambda}_i = \frac{1}{2^{1/2}} \cdot \sigma_1 \otimes \sigma_{i-6}, \quad i = 7, 8, 9, \quad (141)$$

$$\hat{\lambda}_i = \frac{1}{2^{1/2}} \cdot \sigma_2 \otimes \sigma_{i-9}, \quad i = 10, 11, 12, \quad (142)$$

$$\hat{\lambda}_i = \frac{1}{2^{1/2}} \cdot \sigma_3 \otimes \sigma_{i-12}, \quad i = 13, 14, 15. \quad (143)$$

En la construcción de la matriz de densidad  $\hat{\rho}$ , se parte de las matrices de Pauli  $\sigma_1$ ,  $\sigma_2$ , y  $\sigma_3$ , cuya formulación se especifica en la ecuación (M.Pau). La matriz identidad en dos dimensiones,  $I_2$ , completa la base necesaria para dicha construcción.

Es esencial aplicar una inversión de signo a los operadores  $\hat{\lambda}_5$ ,  $\hat{\lambda}_8$ ,  $\hat{\lambda}_{11}$ , y  $\hat{\lambda}_{14}$ . Este ajuste resulta crucial para la representación fidedigna de estados entrelazados mediante la matriz densidad  $\hat{\rho}$ , en caso de que existan. El entrelazamiento, caracterizado por correlaciones cuánticas no locales entre dos o más qubits, implica que las amplitudes de probabilidad de estados como  $|00\rangle$  y  $|11\rangle$  se correlacionan de forma no trivial, no pudiendo ser descompuestas en superposiciones de estados individuales de qubits.

La modificación de los operadores asociados al primer qubit permite que la matriz densidad  $\hat{\rho}$  refleje adecuadamente dichas correlaciones no locales. De no realizarse estas modificaciones, la matriz densidad  $\hat{\rho}$  podría no capturar completamente el entrelazamiento del estado cuántico de dos qubits, manifestándose en autovalores negativos que contradicen las propiedades unitarias de un estado cuántico desentrelazado.

Finalmente, tras la adecuada construcción de  $\hat{\rho}$ , procedemos a su diagonalización en cada instante temporal de la evolución estudiada. Los autovalores resultantes, particularmente

aquellos con la menor parte real, se presentan y analizan para ofrecer una comprensión más profunda de la dinámica y la naturaleza del entrelazamiento en el sistema cuántico analizado.

## Resultados

En relación con los hallazgos obtenidos en los estudios anteriores, en estos resultados (Fig. 29) observamos con evidencia como en los instantes iniciales de la evolución los qubits presentan un entrelazamiento. Dicho afirmación es respaldada por la determinación de autovalores negativos en la matriz densidad modificada para el estudio, pudiendo definir que los el sistema no puede describirse como una combinación de estados individuales.

En la Figura 30 se presenta la parte real y la imaginaria del autovalor que presenta una parte real menor para cada uno de los pasos temporales considerados. Los autovalores deberían ser reales, y este procedimiento nos permite detectar errores de tipo numérico. En todos los casos, la parte imaginaria es prácticamente nula. Tras esta comprobación, podemos ignorar la parte imaginaria y representar en una nueva gráfica (Fig. 33) tan solo la parte real de los autovalores.

La presencia de autovalores con parte real negativa demuestra la presencia de entrelazamiento. Esto implica que el estado del sistema no puede ser descrito con un estado producto. En su lugar, ambos qubits están íntimamente correlacionados, de manera que es imposible entender la evolución de uno de los qubits sin tener en cuenta la del qubit vecino.

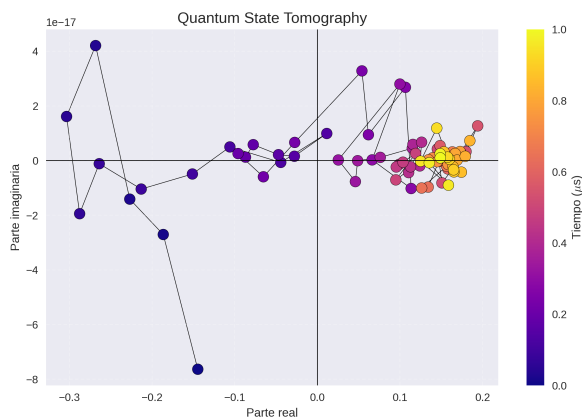


Figura 30: Ilustración de los autovalores de menor parte real de la matriz densidad modificada durante la evolución del proceso de tomografía cuántica de estados. El eje y mapea la parte imaginaria de los autovalores medidos, mientras que el eje x mapea la parte real de estos.

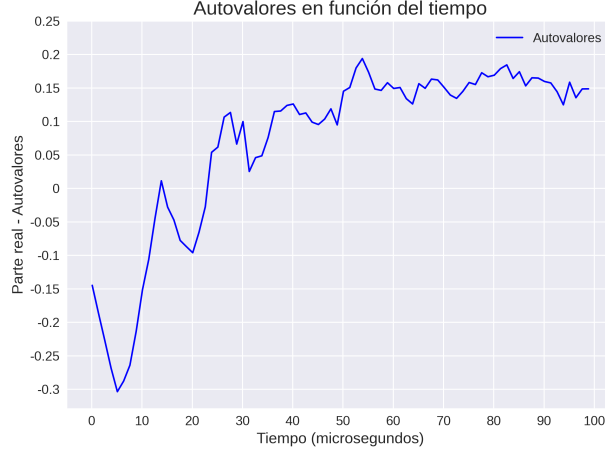


Figura 31: Visualización de la evolución temporal de la parte real de los autovalores durante el proceso de “Quantum State Tomography”. El eje vertical (eje y) muestra la parte real de los autovalores, mientras que el eje horizontal (eje x) ilustra su evolución a lo largo del tiempo.

### 14.3.3. Matriz de densidad $\rho$

La matriz de densidad  $\rho$ , esencial en el ámbito de la mecánica cuántica, se formula siguiendo la descripción proporcionada previamente, con su definición estándar expresada como:

$$\rho = \frac{1}{4}I_4 + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{15} \lambda_i \hat{\lambda}_i, \quad (144)$$

donde  $I_4$  es la matriz identidad en un espacio de cuatro dimensiones, y  $\lambda_i$  y  $\hat{\lambda}_i$  representan los coeficientes y los operadores de la matriz, respectivamente. Los coeficientes  $\lambda_i$  se detallan en las ecuaciones (124) a (138), y los operadores  $\hat{\lambda}_i$  en las ecuaciones (139) a (143).

A diferencia de la versión modificada de la matriz de densidad (123), la matriz  $\rho$ , tal como se presenta en la ecuación (144), se mantiene fiel a la forma convencional, sin requerir ajustes en los operadores  $\hat{\lambda}_5$ ,  $\hat{\lambda}_8$ ,  $\hat{\lambda}_{11}$ , y  $\hat{\lambda}_{14}$ .

Tal y como detallamos en la sección 10, es crucial que cada matriz de densidad satisfaga dos criterios fundamentales para su validez física: la positividad y la normalización. La **positividad** asegura que todas las matrices de densidad sean positivas semi-definidas, lo que implica autovalores no negativos. Los autovalores negativos, cercanos a cero, pueden considerarse como artefactos numéricos y ajustarse a cero. La **normalización**, por otro lado, requiere que la traza de cada matriz de densidad sea igual a uno, asegurando así que la suma de los autovalores de cada matriz sea uno.

La comprensión de la matriz de densidad  $\rho$  es fundamental para avanzar hacia la cuantificación del desorden en sistemas cuánticos a través de la entropía de Von Neumann. Esta medida, derivada directamente de  $\rho$ , es esencial para evaluar la pureza y la mezcla de estados cuánticos, conceptos que exploraremos en detalle en el siguiente apartado.

## Entropía de Von Neumann

La entropía de Von Neumann, definida como  $S(\rho) = -\text{Tr}(\rho \log \rho)$ , donde  $\rho$  representa la matriz de densidad de un sistema cuántico, es esencial para cuantificar el grado de desorden o incertidumbre en un estado cuántico. Esta medida distingue entre estados puros, con entropía cero indicando completa certeza sobre el estado del sistema, y estados mixtos, caracterizados por valores de entropía positivos que reflejan una mezcla estadística de estados puros y, por lo tanto, una mayor incertidumbre.

Es importante aclarar que la entropía de Von Neumann no identifica directamente el entrelazamiento cuántico. En lugar de ello, señala el grado de pureza o mezcla de un sistema, sin especificar la naturaleza de las correlaciones entre subsistemas.

La escala de valores de entropía ofrece insights sobre la complejidad del sistema. Valores inferiores a 0.7 generalmente indican estados con baja mezcla, sugiriendo una estructura relativamente simple o un conocimiento más preciso del estado del sistema. A medida que la entropía se acerca a 1, se refleja una mayor mezcla de estados puros, apuntando hacia una complejidad sistémica incrementada. Valores cercanos al límite teórico de entropía, por ejemplo,  $\ln(4) \approx 1,386$  para un sistema de dos qubits, denotan una mezcla máxima, implicando una incertidumbre total sobre el estado específico del sistema dentro de las posibilidades consideradas.

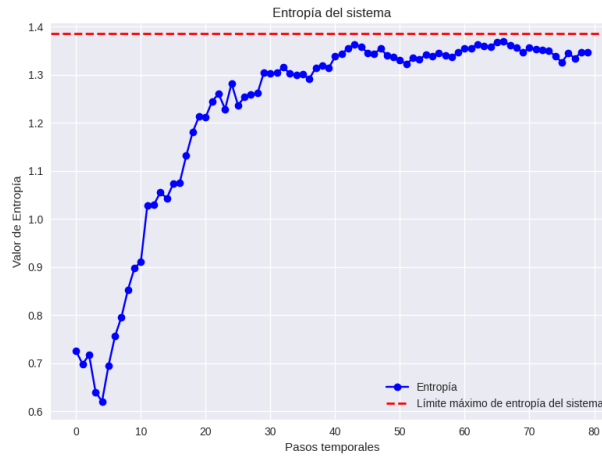


Figura 32: Evolución de la entropía en un sistema de dos qubits a lo largo del tiempo, mostrando la transición desde estados menos mezclados hacia una mezcla completa. La línea discontinua indica el valor máximo de entropía, con puntos de medición específicos que ilustran cómo la entropía observada se aproxima a este límite, reflejando el aumento en la incertidumbre y complejidad del sistema.

### 14.3.4. Desigualdades CHSH

En esta sección, enfatizamos la importancia crucial de las desigualdades de Bell, en particular la desigualdad CHSH [3], como herramienta para verificar la presencia de entrelazamiento en experimentos cuánticos. Este análisis se fundamenta en investigaciones previas sobre la pureza

de estados cuánticos (14.3.1), el criterio de Peres-Horodecki (14.3.2) y la caracterización de las matrices de densidad (14.3.3).

Retomando los fundamentos teóricos abordados en secciones anteriores, revisamos la Paradoja EPR, que desafía las concepciones tradicionales de localidad en la mecánica cuántica y introduce el fenómeno del entrelazamiento cuántico. La desigualdad CHSH se presenta como una extensión de estas ideas, proporcionando un marco matemático para contrastar las predicciones cuánticas con las limitaciones de las teorías clásicas. La relevancia de esta desigualdad se destaca en el contexto de nuestro experimento, que implica mediciones complejas en un sistema de dos qubits utilizando las bases X, Y y Z.

La desigualdad CHSH se formula matemáticamente como:

$$|E(A, B) - E(A, B') + E(A', B) + E(A', B')| \leq 2, \quad (145)$$

donde  $E(A, B)$  representa el valor esperado del producto de los resultados de medición para los observables  $A$  y  $B$ .

Para profundizar en nuestro análisis cuántico utilizando la desigualdad CHSH, hemos elegido un enfoque exhaustivo que contempla múltiples combinaciones de observables. Específicamente, consideramos los observables para  $A$  y  $A'$  entre las opciones XZ, ZX, XY, YX, ZY y YZ, y lo mismo para  $B$  y  $B'$ . Esta elección no es arbitraria; refleja una metodología rigurosa destinada a explorar todas las posibles correlaciones cuánticas en el sistema. Al seleccionar 6 posibilidades para cada observable y combinándolas, obtenemos un total de 36 combinaciones únicas ( $6 \times 6$ ). Este amplio rango de combinaciones asegura una evaluación completa de la presencia de entrelazamiento cuántico, permitiendo un análisis robusto y detallado de las propiedades cuánticas del sistema.

El procedimiento para el análisis de los datos abarca las siguientes fases:

1. **Cálculo de Valores Esperados:** Para cada configuración de medición (XX, XY, XZ, etc.), determinamos los valores esperados. Por ejemplo, para XX, el valor esperado se calcula como:

$$E_{XX} = P_{xx}(00) + P_{xx}(11) - P_{xx}(01) - P_{xx}(10). \quad (146)$$

2. **Aplicación de la Desigualdad CHSH:** Con los valores esperados de cada combinación, aplicamos la desigualdad CHSH. Seleccionamos conjuntos de observables y calculamos el parámetro CHSH  $S$ :

$$S = |E_{AB} - E_{AB'} + E_{A'B} + E_{A'B'}|. \quad (147)$$

3. **Interpretación de Resultados:** El valor de  $S$  derivado de nuestra medición es crítico para discernir la naturaleza cuántica del sistema. Un valor absoluto de  $S$  mayor que 2 ( $|S| > 2$ ) indica una violación de la desigualdad CHSH, revelando la presencia de entrelazamiento cuántico y confirmando así las propiedades no locales del sistema. Por otro lado, un valor de  $S$  dentro del límite de 2 sugiere que las correlaciones observadas pueden ser explicadas dentro del marco de teorías clásicas de variables ocultas locales, no evidenciando entrelazamiento cuántico.

## Resultados

Los resultados de nuestra investigación desafían las expectativas establecidas por experimentos previos al indicar que el entrelazamiento cuántico en el sistema bajo estudio no se manifiesta con la fuerza anticipada. A lo largo de un meticuloso análisis que abarcó diversas combinaciones de observables durante el período temporal investigado, no se observó una violación significativa de la desigualdad CHSH. No obstante, es importante destacar como el resto de análisis han confirmado la presencia de entrelazamiento.

La consistencia de nuestros hallazgos, a pesar de la amplia variedad de observables considerados, determina la conclusión de que las interacciones en el sistema no exhiben con la intensidad esperada las características no locales típicas del entrelazamiento cuántico. Este descubrimiento sugiere la necesidad de reevaluar las hipótesis iniciales y explorar con mayor profundidad los mecanismos subyacentes en juego. Además, abre la puerta a futuras investigaciones que puedan proporcionar una comprensión más completa de los factores que contribuyen a este comportamiento inesperado, así como su integración en el panorama general de la física cuántica.

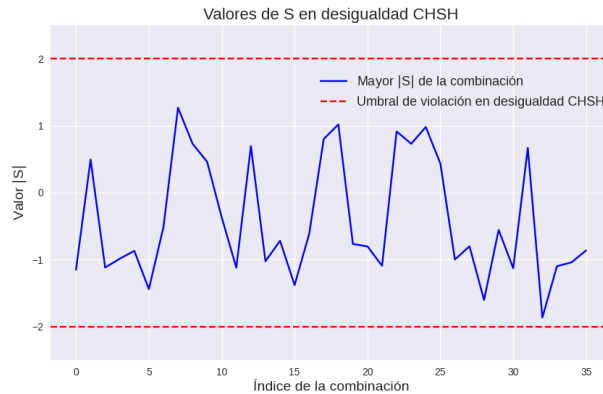


Figura 33: Representación del mayor valor absoluto de cada combinación en el estudio de las desigualdades CHSH. En el eje de ordenadas (eje y) se representa los valores de S. En el eje de abscisas (eje x) se definen las diferentes combinaciones de la desigualdad.

### 14.4. Análisis Comparativo: Resultados Teóricos vs. Experimentales

Tras presentar de forma independiente el marco teórico, la metodología experimental y el análisis de datos, procedemos ahora a realizar un análisis integrado. Este análisis busca evaluar la correlación entre los resultados esperados desde una perspectiva teórica y aquellos obtenidos experimentalmente, con el fin de determinar si los objetivos teóricos se han logrado a través de la experimentación.

Utilizaremos la matriz de densidad como herramienta principal para observar las diferencias entre los valores teóricos y los resultados experimentales. Es fundamental identificar el intervalo temporal definido experimentalmente respecto a la rotación teórica, teniendo en cuenta que la frecuencia relacionada es  $g = 73,5 \text{ kHz}$ , o lo que es igual a 73500 rotaciones

por segundo. Esto implica una rotación cada 13.60544 microsegundos, estableciendo así las siguientes correspondencias temporales para diferentes fracciones de rotación:

- $\pi/8$ : 0.85034 microsegundos.
- $\pi/4$ : 1.70068 microsegundos.
- $3\pi/8$ : 2.55102 microsegundos.
- $\pi/2$ : 3.40136 microsegundos.
- $3\pi/4$ : 5.10204 microsegundos.
- $\pi$ : 6.80272 microsegundos.

Estas relaciones nos permiten vincular las rotaciones teóricas con los tiempos experimentales, seleccionando así la matriz de densidad adecuada para comparar los resultados.

El primer retraso, de 49.475 microsegundos, permite completar 3.6364125 rotaciones totales ( $2\pi$  radianes). Por tanto, en la etapa II, el caso 1 corresponde al instante inicial, el caso 2 a 1.700625 microsegundos, el caso 3 a 3.40125 microsegundos, el caso 4 a 5.101875 microsegundos y, finalmente, el caso 5 a 6.8025 microsegundos.

Es crucial notar que, teóricamente, el estado inicial de la etapa IV es  $|-, +\rangle$ . Partiendo del estado  $|+, -\rangle$  en la etapa II y tras realizar 3.6364125 rotaciones, alcanzamos el estado  $|-, +\rangle$  con un excedente de 0.136425 rotaciones, equivalente a una rotación aproximada de  $\pi/4$ . Al iniciar la etapa IV, es esencial sincronizar el estado teórico inicial con el experimental. Aplicando un pulso  $\pi$  en el eje Y en ambos qubits, el sentido de rotación se invierte, permitiendo corregir el desfase de 0.136425 rotaciones durante los primeros 1.856 microsegundos de retraso. Al alcanzar el estado  $|-, +\rangle$ , podemos alinear las rotaciones teóricas con las matrices de densidad experimentales. Así, el caso 1, correspondiente al momento inicial, se ajusta al tiempo de delay de 1.856 microsegundos. Los casos subsiguientes, ajustados por rotación teórica, se asocian a los instantes 2.706, 3.557, 4.407 y 5.258 microsegundos, respectivamente, facilitando una comparación precisa entre los resultados teóricos y experimentales.

A continuación, presentamos la comparativa de matrices densidad para distintos intervalos temporales definidos por  $t \cdot g$ , destacando las diferencias observadas entre los resultados teóricos y experimentales.

### Comparativa de matrices densidad

A continuación, presentamos la comparativa de matrices densidad para distintos intervalos temporales definidos por  $t \cdot g$ , incluyendo tanto los resultados teóricos ( $\rho$ ) como los experimentales ( $\rho'$ ).

1. Para  $t \cdot g = 0$ , tenemos:

$$|\psi_1\rangle = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix} = |+, -\rangle, \quad \rho_1 = \frac{1}{4} \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 & -1 \\ -1 & 1 & -1 & 1 \\ 1 & -1 & 1 & -1 \\ -1 & 1 & -1 & 1 \end{pmatrix},$$

y la matriz densidad experimental:

$$\rho'_1 = \begin{pmatrix} -0,4374 + 0,2865j & -0,3650 - 0,3853j & 0,1560 - 0,4946j & 0,3479 + 0,2344j \\ -0,4713 + 0,1252j & 0,6650 + 0.j & -0,3160 + 0,0316j & 0,3764 - 0,2784j \\ 0,5659 + 0.j & 0,1922 - 0,1318j & 0,3859 + 0,0654j & 0,6873 + 0.j \\ -0,2335 + 0,3378j & 0,0159 + 0,4707j & 0,6907 + 0.j & -0,1097 - 0,3471j \end{pmatrix}.$$

2. Para  $t \cdot g = \pi/8$ , encontramos:

$$|\psi_2\rangle = \frac{1}{2 \cdot \sqrt{2}} \cdot \begin{pmatrix} 1 - i \\ -1 - i \\ 1 + i \\ -1 + i \end{pmatrix}, \quad \rho_2 = \frac{1}{4} \begin{pmatrix} 1 & i & -i & -1 \\ -i & 1 & -1 & i \\ i & -1 & 1 & -i \\ -1 & -i & i & 1 \end{pmatrix},$$

y la matriz densidad experimental:

$$\rho'_2 = \begin{pmatrix} -0,4740 + 0,0988j & -0,3584 - 0,1872j & -0,5320 - 0,3470j & 0,4325 - 0,1078j \\ -0,4806 + 0,1760j & -0,3590 + 0,2568j & 0,7165 + 0.j & 0,0915 - 0,1463j \\ 0,5621 + 0.j & -0,1224 + 0,1553j & 0,1595 + 0,0113j & 0,7870 + 0.j \\ -0,3869 + 0,1948j & 0,7763 + 0.j & 0,0250 + 0,2389j & 0,3885 - 0,0340j \end{pmatrix}.$$

3. Para  $t \cdot g = \pi/4$ , tenemos:

$$|\psi_3\rangle = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} i \\ -i \\ i \\ -i \end{pmatrix}, \quad \rho_3 = \frac{1}{4} \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 & -1 \\ -1 & 1 & -1 & 1 \\ 1 & -1 & 1 & -1 \\ -1 & 1 & -1 & 1 \end{pmatrix},$$

y la matriz densidad experimental:

$$\rho'_3 = \begin{pmatrix} -0,4562 - 0,0400j & -0,1843 + 0,0878j & 0,6469 + 0.j & 0,5746 + 0.j \\ -0,4898 + 0,1464j & -0,6630 + 0,0772j & -0,2734 - 0,2016j & -0,2954 + 0,3008j \\ 0,5621 + 0.j & -0,2017 + 0,1144j & 0,4933 - 0,4093j & -0,1913 + 0,4276j \\ -0,4476 + 0,1123j & 0,6775 + 0.j & 0,1474 - 0,1832j & -0,2962 + 0,4301j \end{pmatrix}.$$

4. Para  $t \cdot g = 3\pi/8$ , observamos:

$$|\psi_4\rangle = \frac{1}{2\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 + i \\ 1 - i \\ -1 + i \\ -1 - i \end{pmatrix}, \quad \rho_4 = \frac{1}{4} \begin{pmatrix} 1 & i & -i & -1 \\ -i & 1 & -1 & i \\ i & -1 & 1 & -i \\ -1 & -i & i & 1 \end{pmatrix},$$

y la matriz densidad experimental:

$$\rho'_4 = \begin{pmatrix} -0,3777 - 0,1373j & 0,7575 + 0.j & -0,3143 - 0,3538j & 0,0567 - 0,1936j \\ -0,4939 + 0,1748j & -0,1480 - 0,1082j & 0,2316 + 0,0645j & 0,7963 + 0.j \\ 0,5743 + 0.j & 0,4374 - 0,4278j & 0,4737 - 0,0850j & 0,2485 + 0,0502j \\ -0,4819 - 0,0440j & 0,0514 - 0,1247j & 0,6976 + 0.j & -0,4996 - 0,1068j \end{pmatrix}.$$



5. Para  $t \cdot g = \pi/2$ , se presenta:

$$|\psi_5\rangle = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \\ -1 \end{pmatrix}, \quad \rho_5 = \frac{1}{4} \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 & -1 \\ 1 & 1 & -1 & -1 \\ -1 & -1 & 1 & 1 \\ -1 & -1 & 1 & 1 \end{pmatrix},$$

y la matriz densidad experimental:

$$\rho'_5 = \begin{pmatrix} 0,0912 + 0,3353j & 0,7721 + 0.j & -0,1574 - 0,4900j & 0,0718 - 0,1145j \\ 0,5871 + 0.j & -0,00004 - 0,0415j & 0,3320 + 0,1093j & 0,7290 + 0.j \\ -0,4678 - 0,2409j & 0,2698 - 0,5487j & 0,5099 - 0,0366j & 0,1188 + 0,2717j \\ 0,3600 + 0,3579j & -0,0533 - 0,1596j & 0,5930 + 0.j & -0,5690 - 0,1963j \end{pmatrix}.$$

Las observaciones indican una discrepancia pronunciada entre los estados cuánticos teóricamente previstos, representados por las matrices de densidad  $\rho$ , y aquellos obtenidos experimentalmente  $\rho'$ , con especial atención al qubit 1. Esta divergencia se manifiesta mediante indicadores críticos, tales como valores iniciales atípicos en la pureza en este y la presencia de autovalores negativos significativos en las primeras cuatro matrices de densidad del sistema, lo cual resulta inusual bajo las condiciones fundamentales esperadas. El problema central reside en la notable desviación del estado cuántico inicial deseado respecto al generado experimentalmente, subrayando una desalineación fundamental entre lo teórico y lo experimental. Esta discrepancia enfatiza la necesidad de revisar el funcionamiento del qubit 1 para alinear los resultados experimentales con las expectativas teóricas.

# Conclusiones y líneas futuras

## 15. Conclusiones y líneas futuras

El presente estudio ha abordado con profundidad el campo de la detección cuántica, haciendo uso de las propiedades inherentes a los fenómenos cuánticos para medir señales electromagnéticas mediante resonancia magnética nuclear (NMR). La implementación de la secuencia de Hahn Echo ha demostrado ser una técnica crucial en el control de los transmones en sistemas cuánticos como los proporcionados por IBM Quantum. Este trabajo se ha construido sobre la base de investigaciones previas, extendiendo sus hallazgos al observar entrelazamientos entre qubits, una observación que se ha analizado minuciosamente a través de técnicas analíticas avanzadas.

Se ha efectuado un análisis detallado del modelo de Hamiltoniano aplicado, y los resultados experimentales han sido evaluados rigurosamente con herramientas como la pureza, el criterio de Peres Horodecki, la matriz de densidad y las desigualdades CHSH. Aunque se han detectado signos de entrelazamiento, la evidencia sugiere que no se alcanza la violación de las desigualdades CHSH, lo cual apunta a un entrelazamiento que, si bien presente, no exhibe la fuerza esperada en estos experimentos. Además, se ha observado una notable discrepancia entre las matrices densidad obtenidas teóricamente y las experimentales, indicando que el estado inicial deseado no se está generando en la experimentación, y por tanto, en el desarrollo de la secuencia.

De cara al futuro, se identifican varias áreas prometedoras para continuar la investigación. La profundización en el estudio de secuencias de control avanzadas, como el acoplamiento dinámico, podría mejorar la sensibilidad y reducir el ruido, lo que a su vez potenciaría la detección de señales más débiles y la identificación precisa de entrelazamientos cuánticos. Es crucial explorar más a fondo la iniciación en estados cuánticos específicos, como el estado  $|+, -\rangle$ , para entender mejor su impacto en la coherencia y la interacción de los qubits, especialmente dada la no generación del estado inicial deseado observada en nuestros experimentos.

Además, será fundamental abordar las limitaciones actuales relacionadas con la no violación de las desigualdades CHSH y la discrepancia entre las matrices densidad teóricas y experimentales. La investigación futura podría centrarse en la búsqueda de condiciones experimentales bajo las cuales estas desigualdades podrían ser violadas y en la corrección de las desviaciones en la generación del estado inicial, lo que confirmaría la presencia de entrelazamientos más fuertes y podría tener importantes implicaciones en el campo de la detección cuántica.

Por último, se anticipa la aplicación de los métodos desarrollados en este trabajo a otros sistemas cuánticos y plataformas tecnológicas, con el objetivo de trasladar las técnicas de detección cuántica a aplicaciones prácticas en áreas como la medicina y la detección ambiental. La expansión de estos principios a escenarios más allá de los ordenadores cuánticos de IBM podría revelar nuevos fenómenos y posibilitar el desarrollo de dispositivos de detección cuántica más robustos y versátiles.

## Referencias

- [1] Wikipedia. Esfera de bloch, 2023.
- [2] C. L. Degen, F. Reinhard, and P. Cappellaro. Quantum sensing. *Rev. Mod. Phys.*, 89:035002, Jul 2017.
- [3] Michael A. Nielsen and Isaac L. Chuang. *Quantum Computation and Quantum Information: 10th Anniversary Edition*. Cambridge University Press, 2011.
- [4] thePIRL. How mri works - part 2 - the spin echo. Youtube, 2016.
- [5] Alberto López García. Caracterización de ordenadores cuánticos mediante métodos de detección por resonancia magnética, 2023.
- [6] Petar Jurcevic and Luke C. G. Govia. Effective qubit dephasing induced by spectator-qubit relaxation, 2022.
- [7] Qiskit contributors. Qiskit: An open-source framework for quantum computing, 2023.
- [8] E. Brüning, H. Mäkelä, A. Messina, and F. Petruccione. Parametrizations of density matrices. *Journal of Modern Optics*, 59(1):1–20, January 2012.

# Anexo

# ANEXO I

## Parámetros físicos del ordenador cuántico: NAORIBI

Qubit 0	5.26 GHz
Qubit 1	5.17 GHz

Tabla 1: Frecuencia de resonancia

Qubit 0 ( $g_{0-1}$ )	73.19 kHz
Qubit 1 ( $g_{1-0}$ )	73.83 kHz

Tabla 2: Fuerza de acoplamiento ( $g$ )

Duración $\sigma$ (sigma) de la gaussiana de los pulsos	0.0057 us
Duración total de la gaussiana de los pulsos	$2,75 \times 0,0057$ us

Tabla 3: Duraciones de los pulsos

Qubit 0	0.464 unidades arbitrarias (u.a.)
Qubit 1	0.566 u.a.

Tabla 4: Amplitudes para rotación de  $\pi$