

DIFUSIÓN Y DINÁMICA TEMPORAL DE LA DEPENDENCIA ESPACIAL

CHASCO YRIGOYEN, CORO

Departamento de Economía Aplicada
Universidad Autónoma De Madrid
correo-e: coro.chasco@uam.es

LÓPEZ HERNÁNDEZ, FERNANDO A.

Departamento de Métodos Cuantitativos e Informáticos
Universidad Politécnica de Cartagena
correo-e: fernando.lopez@upct.es

RESUMEN

El propósito de este artículo es analizar la difusión y dinámica temporal de la dependencia espacial. Con este objetivo, en primer lugar se diferenciará entre dependencia espacial contemporánea y no contemporánea, discutiendo distintas especificaciones de modelos espaciales de regresión que recojan ambos tipos de dependencia espacial. En segundo lugar, extenderemos estas especificaciones a modelos SUR espaciales que incluyan retardos tanto espaciales como espacio temporales y que recojan la dinámica temporal de la dependencia espacial mediante una única estructura. Los modelos desarrollados se aplicarán a la estimación de la Renta Familiar disponible en las provincias españolas.

Palabras clave: Econometría espacial, Dinámica espacial, Modelos SUR espaciales, Renta bruta disponible.

1. Introducción.

El propósito de este artículo es analizar la difusión y dinámica temporal de la dependencia espacial. En efecto, la dependencia espacial habitualmente se define como un efecto espacial relacionado con la interacción existente entre localizaciones geográficas, que toman valores en un determinado instante de tiempo. En otras palabras, la dependencia espacial consiste en la coincidencia contemporánea de valores similares en localizaciones similares y puede ser formalmente expresada *para un mismo instante de tiempo* mediante modelos de regresión espacial. En estos modelos de regresión la variable endógena y es función de su retardo espacial Wy (una media ponderada de los valores de y en localizaciones vecinas). Ahora bien, en gran parte de los fenómenos de carácter socio-económico, esta coincidencia de los valores con los de su entorno es el resultado final de alguna causa que ocurrió en el pasado (Anselin 2001A) y que se difundió a través del espacio durante cierto periodo de tiempo.

Dos son las causas que producen dependencia espacial. Por un lado, cierto sesgo debido a la distribución espacial de los datos (e.g. la falta de correspondencia entre la propia escala espacial de la variable y la escala en la que los datos son recogidos) y por otro lado la existencia de interacción espacial, spillover espaciales y jerarquías. Cuando esta estructura de dependencia está presente en los residuos de un modelo de regresión, la especificación de tipo error se considera mas adecuada. Pero cuando el efecto de interacción espacial está presente en la variable endógena del modelo, se considera que la solución mas adecuada es el modelo tipo lag o también llamado modelo simultáneo de dependencia espacial (Anselin 2001B).

Ahora bien, como la dependencia causada por la interacción espacial no sólo ocurre en un instante de tiempo, sino que está presente al lo largo de un periodo mas o menos amplio de tiempo, nuestra propuesta es usar la especificaciones espacio temporales. Esta clase de modelos expresa mejor los efectos debidos a la interacción espacial como un fenómeno de difusión espacial, el cual no es sólo existe interacción horizontal (temporal) sino también a lo lardo del tiempo.

Recientemente, Anselin (2001A) ha presentado una breve taxonomía de los modelos de datos de panel con diferentes estructuras de dependencia espacial para la variable endógena (espaciales, temporales y espacio-temporales), que se nombra como espaciales-recursivos puros, espacio-temporales recursivos, espacio-temporales

simultáneos y espacio-temporales dinámicos. Otros autores presentan sus propuestas en trabajos teóricos (Baltagi *et al.*, 2003; Pace *et al.*, 2000) y aplicados (Case, 1991; Elhorst, 2001; Yilmaz *et al.*, 2002; Baltagi and Li, 2003; Mobley, 2003).

En este artículo, se analizará la estructura de dependencia espacial de un panel de datos, no contemplando solo interacciones horizontales o verticales, sino permitiendo la interacciones espacio-temporales. En el contexto social, cuando se produce un shock en cierta localización (e.g. un crecimiento de la renta) muy probablemente éste se difundirá sobre las localizaciones vecinas durante cierto periodo de tiempo. Algunas cuestiones sobre fenómeno deberían resolverse: ¿Qué proporción de shock se transmite a las zonas circundantes? ¿Qué periodo de tiempo tarda este proceso de difusión en completarse? ¿Cuántas localizaciones vecinas se ven afectadas por el shock?. Estas tres cuestiones sólo pueden ser cuantificadas mediante los modelos de regresión que a continuación mostramos.

La estructura de este artículo es la siguiente. En el apartado 2 se presentan algunas de las herramientas de análisis exploratorio de datos desarrolladas hasta la fecha a la vez que se proponen otras nuevas que permiten evaluar la instantaneidad de la dependencia espacial. En el apartado 3 se muestran de forma breve los modelos de regresión con retardos espaciales y espacio temporales a la vez que se realiza una aplicación en la estimación de la RFBDpc a nivel provincial. En el apartado 4 se dedica a las especificaciones tipo SUR y se proponen nuevas estructuras que mediante modelos SUR incluyen estructuras espacio temporales. Se realiza también una aplicación en el caso de la estimación de la RFBDpc a nivel provincial. Se cierra el trabajo enumerando las conclusiones y reflexiones mas importantes.

2. Análisis exploratorio de datos espaciales: Un enfoque espacio temporal.

Como fase previa a la modelización econométrica espacio temporal se inicia este artículo presentando algunas herramientas del Análisis Exploratorio de Datos Espaciales (AEDE) en su enfoque espacio temporal. El AEDE en su enfoque multivariante se encuentra en una fase inicial de desarrollo y son muy escasas las aportaciones realizadas en esta línea. Es por tanto objetivo de este primer apartado hacer una breve descripción de las herramientas disponibles.

Este apartado se inicia, presentando de forma breve, sin entrar en detalle exhaustivo, algunas de las herramientas desarrolladas para el análisis exploratorio de datos

espaciales desde la perspectiva bivariante. En segundo lugar se muestran las herramientas para el caso específico de una misma variable observada en dos instantes de tiempo diferentes. En tercer lugar se proponen nuevos indicadores para el análisis de procesos espacio temporales.

Los objetivos que se persiguen con las nuevas propuestas son los siguientes: en primer lugar obtener indicadores que permitan evaluar la evolución temporal de la dependencia espacial y en segundo lugar, obtener estadísticos que sirvan de ayuda para disociar entre dos tipos de dependencia espacial: la instantánea o contemporánea y la retardada o no contemporánea presente en un amplio abanico de procesos socioeconómicos.

2.1. Correlación espacial multivariante.

Con el objetivo de cuantificar el grado de dependencia espacial presente entre dos variables Y_k e Y_l de las que se posee información en las mismas localizaciones espaciales se define *Coefficiente de Correlación Espacial Multivariante* (Watenberg, 1985) entre las dos variables aleatorias estandarizadas z_k y z_l como:

$$m_{kl} = z_k' W^s z_l \quad (1)$$

donde $z_k = [Y_k - \mu_k] / \sigma_k$ y $z_l = [Y_l - \mu_l] / \sigma_l$. Mediante la matriz W se define la estructura de vecindades como suele ser habitual en econometría espacial (Anselin 1988). Por W^s se denota la matriz de pesos espaciales doblemente estandarizada (o estocástica).

El concepto de correlación espacial bivariante hace referencia al grado de sistemática semejanza entre el valor de la variable z_k observada en cierta localización y los valores de otra variable z_l observada en localizaciones “vecinas”. Este coeficiente puede considerarse equivalente a un coeficiente de correlación entre dos variables en las mismas localizaciones con tal de asociar a cada localización el valor de las observaciones “vecinas”.

Nuestro interés se centra en analizar la presencia de asociación lineal entre la variable z_k en la localización i , que notaremos por z_{ik} y el correspondiente retardo espacial de la otra variable $[Wz_l]_i$. Dentro de este contexto, no es necesaria la doble estandarización de

W y se puede utilizar la estandarización simple, de tal forma que el retardo espacial se corresponde con la *media*¹ de los valores vecinos.

Este estadístico de productos cruzados (1) puede relativizarse dividiendo por la suma de los cuadrados de la primera variable. De esta forma se obtiene una versión bivariante del estadístico de Moran de autocorrelación espacial (Anselin et al 2002):

$$I_{kl} = \frac{z_k' W z_l}{z_k' z_k} \quad (2)$$

o de forma equivalente en este caso en el que las variables están estandarizadas

$$I_{kl} = z_k' W z_l / n \quad (3)$$

donde n es el número de localizaciones. Puesto que la variable z está estandarizada, el denominador de la ecuación (2) coincide con “n” independientemente de la variable z que se escriba.

Cabría interpretar el valor que se obtenga para este indicador de dependencia espacial bivariante de forma semejante a la valoración que se hace con el índice de Moran bajo el supuesto de aleatoriedad. En este supuesto, el que el valor obtenido para el estadístico se compara con el valor que alcanza éste para todas la permutaciones de los valores de la variables sobre las localizaciones.

Gráfico de Moran Generalizado.

Como es bien conocido en el caso univariante el índice de Moran puede visualizarse mediante el conocido como scatterplot de Moran. Si en un gráfico se representa la nube de puntos resultado de representar los pares de puntos (z_{ik} [Wz_k]_i), el valor de este estadístico de dependencia espacial coincide con la pendiente de una línea de regresión de Wz_k sobre z_k .

Una generalización bivariante del scatterplot de Moran se correspondería con un gráfico en el que se representa, en el eje vertical los valores de Wz_l y en el eje horizontal los valores de la variable z_k . En este gráfico, la pendiente de la línea de regresión de la nube de puntos se corresponde con el estadístico (2). El gráfico permite además examinar

¹ Se corresponde con un promedio, pero no es la media en su sentido estricto.

individualmente cada una de las localizaciones asociándolas a un determinado cuadrante.

2.2. Correlación espacio temporal.

Los mismos razonamientos, expuestos en el apartado anterior, pueden realizarse para el caso de que las dos variables referidas, k y l , se correspondan con una misma variable observada en dos instantes de tiempo diferentes, t y $t-k$. Teniendo como única limitación evitar relaciones en las que el futuro explique comportamientos pasados.

El correspondiente indicador tendría como objetivo cuantificar la relación entre los valores *medios* de la vecindad en el instante t (Wz_t) y el valor que tomó la variable k instantes anteriores (z_{t-k}). De esta forma se cuantifica la influencia que ejerció el valor de la variable z en el instante $t-k$ sobre su entorno, transcurridos k periodos de tiempo. Esta idea permite definir el *Coefficiente de Correlación Espacio-Temporal de Moran* como:

$$I_{t-k,t} = \frac{z'_{t-k} Wz_t}{z'_{t-k} z_{t-k}} \quad (4)$$

Donde como en el caso anterior el denominador puede sustituirse por n en el caso de variables tipificadas. Este índice, al igual que ocurría con (2) se corresponde con el valor de la pendiente de la regresión de Wz_t sobre z_{t-k} . Destacamos que para $k=0$ el coeficiente que se obtiene en (4) se corresponde con el índice de Moran univariante que de forma abreviada aquí denotaremos por I_t .

Puesto que el índice de Correlación Temporal de Moran se corresponde con la pendiente de la recta de regresión de Wz_{t-k} sobre z_t es posible relacionarlo con el coeficiente de correlación entre ambas variables:

$$\text{Corr}(z_{t-k}, Wz_t) = \frac{\text{Cov}(z_{t-k}, Wz_t)}{\sqrt{\text{Var}(z_{t-k})}\sqrt{\text{Var}(Wz_t)}} = \frac{z'_{t-k} Wz_t}{\sqrt{z'_{t-k} z_{t-k}} \sqrt{z'_t W' Wz_t}} \quad (5)$$

donde

$$\text{Corr}(z_{t-k}, Wz_t) = I_{t-k,t} \frac{\sqrt{z'_{t-k} z_{t-k}}}{\sqrt{z'_t W' Wz_t}} \quad (6)$$

y por tanto este índice puede expresarse también como:

$$I_{t-k,t} = \text{Corr}(z_{t-k}, Wz_t) \frac{\sqrt{z_t' W' W z_t}}{\sqrt{z_{t-k}' z_{t-k}}} \quad (7)$$

2.2.1. Herramientas Gráficas:

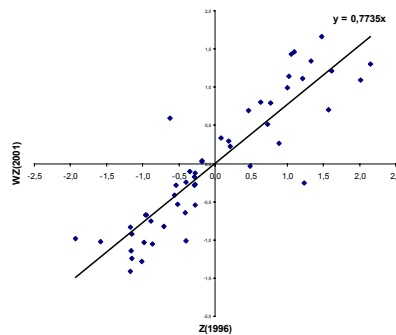
Al igual que en el caso general presentado en el apartado 2.1.1. incluir la doble dimensión, la espacial y la temporal, permite desplegar varias herramientas gráficas que ayudan a visualizar la estructura espacio temporal del proceso. Enumeramos en esta sección algunas de ellas.

Scatter Plot de Moran Bivalente.

El gráfico de la correspondiente nube de puntos permite evaluar la evolución de cada una de las unidades espaciales en el tiempo, detectando por ejemplo, transiciones de cuadrante de cada una de cada una de las unidades espaciales.

En la Figura 1 se observa el gráfico de Moran Bivalente correspondiente a la distribución provincial de renta en 1996 con respecto a el retardos espacial de la misma variable en el año 2001. Se considera como matriz de contactos binaria estandarizada de tal forma que dos provincias son vecinas si poseen frontera común.

Figura 1: *Gráfico de Moran Generalizado*



Fuente: Elaboración Propia

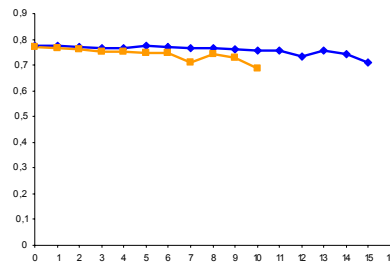
Podemos añadir otras herramientas gráficas en el caso de procesos espacio temporales:

Correlogramas Espacio Temporales

Los valores obtenidos para el Coeficiente de Correlación Espacio Temporal de Moran para diferentes valores de k pueden representarse en un gráfico, en el que en el eje de abscisas se represente el valor de k y en el eje de ordenadas los valores resultantes para $I_{t-k,k}$. La poligonal resultante de unir los puntos $(k, I_{t-k,k})$ dará como resultado el gráfico

correspondiente a un correlograma espacio-temporal. En este gráfico se observará la forma en que evoluciona la dependencia espacial al variar el retardo temporal temporal. Sirva de ejemplo la Figura 2 en el que se observa la evolución de este coeficiente para la variable renta a nivel provincial. La línea azul se corresponde con el índice para $t=2001$ y distintos valores de k . La línea naranja $t=1996$.

Figura 2: *Correlograma Espacio Temporal*



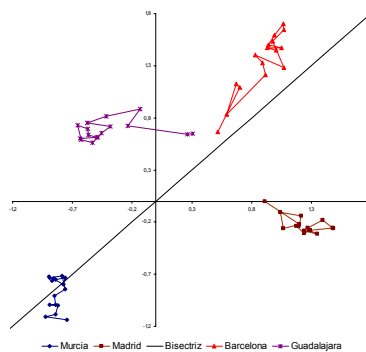
Fuente: *Elaboración Propia*

Se puede observar que apenas varía este coeficiente conforme se aumenta el valor de k . En cualquier caso todos los valores son sensiblemente superiores a cero (no sabemos si significativos o no) de lo que cabe suponer que la estructura de dependencia espacial se mantiene en el tiempo.

Gráficos de Dinámica temporal de la dependencia espacial.

Otra herramienta gráfica que con la que es posible observar la evolución temporal de la dependencia espacial de cada uno de las áreas que intervienen en la muestra son gráficos en los que para una misma localización y distintos valores de t representan el cambio que se ha producido en $(z_{it}, [Wz_t]_i)$. En el gráfico 3 se puede observar a modo de ejemplo, la evolución temporal de algunas provincias.

Figura 3: *Moran Dinámico*



Fuente: *Elaboración Propia*

En el caso de Murcia, mantiene su posición en el tercer cuadrante, ya que tanto la provincia como su entorno están muy por debajo de la renta nacional. En la evolución temporal se detecta el cruce de la bisectriz: el entorno a mejorado su posición pero no así la provincia. El caso de Madrid se detecta un incremento de su posición relativa respecto al resto de sus provincias mientras que su entorno, permanece sin cambios. Barcelona, mejora su posición relativa y también lo hace su entorno.

Por otra parte un caso singular es el de Guadalajara que presenta una evolución del segundo al primer cuadrante.

2.3. Coeficientes de Correlación Espacio-Temporal Parciales.

No cabe duda de que cuando se evalúan los indicadores de dependencia espacial presentados en la sección anterior, se están mezclando varios tipos de dependencia que son difíciles de disociar. Formalmente:

$$\text{Cov}(z_{it}, z_{js}) \neq 0 \quad (8)$$

Donde por los índices i, j se hace referencia a las distintas localizaciones espaciales y mediante los índices t y s a los distintos instantes de tiempo. Por tanto diferenciamos los siguientes tipos de dependencia:

Por un lado la dependencia fruto de la evolución temporal de fenómeno: autocorrelación serial $\text{Cov}(z_{it}, z_{is}) \neq 0$ (para todo i). En mayor o menor grado z_{t-k} , estará correlacionado con z_t . Esta afirmación es mas cierta cuanto mas pequeño sea k .

Por otro, la dependencia espacial presente en la variable: autocorrelación espacial, fruto de la relación con el entorno: $\text{Cov}(z_{it}, z_{jt}) \neq 0$ (para todo t).

Este segundo tipo de dependencia, la espacial, puede ser el resultado de dos tipos de contribuciones.

- i. La primera de éstas se correspondería con una *dependencia espacial contemporánea*. Esta es la dependencia espacial propiamente dicha y es consecuencia de una difusión espacial del fenómeno muy rápida o instantánea. Puede estar relacionada o ser consecuencia de una falta de concordancia entre la unidad de observación y la región sobre la que se extiende el fenómeno que se analiza.

- ii. La segunda contribución a la que haremos referencia como *dependencia espacial no contemporánea*, es fruto de la lenta difusión del proceso en su entorno. Este tipo de dependencia se debe al natural flujo de intercambio entre áreas vecinas y que requiere cierto periodo de tiempo para su constatación.

Cabe esperar del análisis de cualquier fenómeno la imposibilidad de diferenciar de forma absoluta entre ambos tipos de dependencia espacial. No obstante es importante conocer el peso o la importancia de cada una de estos tipos de dependencia ya que diferenciar entre ambos tipos de dependencia permitiría realizar una correcta especificación del proceso, atendiendo al tipo de dependencia que presenta.

Por tanto el primer objetivo de este trabajo es presentar una nueva serie de herramientas de análisis exploratorio de datos espacio temporales que permitan justificar la inclusión de dos tipos de retardos espaciales, los instantáneos WY_t y los temporalmente retardados WY_{t-k} a la hora de explicar el comportamiento de la variable Y_t

Para alcanzar este primer objetivo se proponen diferentes coeficientes en los que permitirán evaluar la inclusión de estos retardos espacio temporales. La idea que subyace en la definición de estos indicadores es eliminar la influencia temporal a la hora de evaluar las correlaciones entre una variable y su entorno, con el fin de diferenciar entre dependencia espacial instantánea y no contemporánea. Para ello se sustituirán los coeficientes de correlación que aparecen en los índices anteriores por coeficientes de correlación parciales.

La primera apuesta será el ***Índice de Correlación Espacio Temporal Parcial***:

$$I_{t-k,t}^P = \text{Corr}(z_{t-k}, Wz_t | z_t) \frac{\sqrt{z_t' W' W z_t}}{\sqrt{z_{t-k}' z_{t-k}}} \quad k = 1, 2, \dots \quad (9)$$

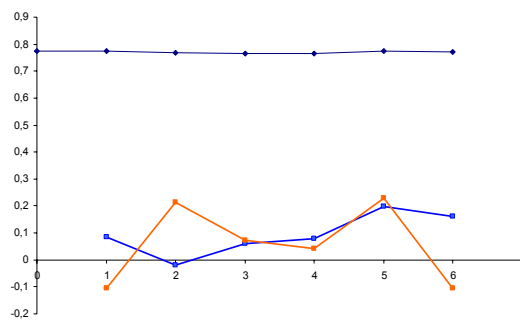
Mediante este primer indicador se elimina el efecto de la dependencia espacial sustituyendo en (7) el coeficiente de correlación por el coeficiente de correlación parcial eliminando la influencia de z_t .

¿Qué cabe esperar de este coeficiente? Si el proceso se ajusta a un modelo de dependencia espacial instantánea este indicador debería tomar valores próximos a cero para valores pequeños de k . La velocidad con la que se difunda el proceso estará determinada por el aumento que se produzca en este índice al aumentar el valor de k . Si

el proceso se ajusta a un modelo de dependencia espacial no contemporánea el valor de este coeficiente debería ser diferente de cero para valores de k elevados.

Los resultados obtenidos para este índice en el caso de distribución provincial de la renta se presentan en la Figura 4. La línea negra recoge la evolución de $I_{t-k,t}$ que como ya se había comentado apenas se observan cambios para los distintos lag. Por el contrario, la azul presenta los valores de $I_{t-k,t}^P$ para $t = 2001$. Puede observarse un leve pero constante incremento de este coeficiente.

Figura 4: $I_{t-k,t}$ frente a $I_{t-k,t}^P$



Fuente: Elaboración Propia

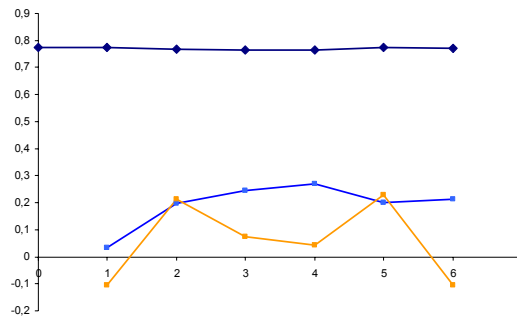
La línea naranja representa el Correlograma del Índice de Correlación Espacio Temporal Parcial para $t = 1996$. Se inicia con valores negativos pero en $k=5$ alcanza un valor de 0,2 que puede ser un indicador de presencia de dependencia espacial no contemporánea.

La segunda apuesta será construir un índice que evalúe la dependencia espacial instantánea sin tener en cuenta la dependencia espacial heredada. Definimos así el **Índice de Moran Parcial** como:

$$I_t^{Pk} = \text{Corr}(z_t, Wz_t | Wz_{t-k}) \frac{\sqrt{z_t' W' Wz_t}}{\sqrt{z_t' z_t}} \quad k = 1, 2, \dots \quad (10)$$

donde en la expresión (7) se ha sustituido la correlación entre la variable y su retardo espacial por la correspondiente correlación parcial eliminando la influencia del pasado Wz_{t-k} . Este coeficiente determinará la dependencia espacial instantánea en z_t sin tener en cuenta la estructura de dependencia temporal al eliminar la influencia de Wz_{t-k} mediante el coeficiente de correlación parcial.

Figura 5: $I_{t-k,t}$ frente a $I_t^{P_k}$



Fuente: Elaboración Propia

En la Figura 5 en color negro $I_{t-k,t}$, en color naranja $I_t^{P_k}$ para $t = 1996$ y en color azul $I_t^{P_k}$ para $t = 2001$. Al igual que en el anterior correlograma, la línea azul, presenta una evolución leve pero creciente, indicando que para $k = 4$ ó 5 podemos encontrar algo de dependencia espacial no contemporánea.

La representación de estos estadísticos en un gráfico para distintos valores de k permitiría obtener un indicador gráfico: el Correlograma Espacial Parcial (CEP). Es posible diferenciar tres situaciones que pueden plantearse y que permiten catalogar los Correlogramas Espaciales Parciales en tres tipos:

- CEP constante y pequeño: para todo k , la $I_t^{P_k}$ es pequeño. Esta situación se presenta debido a que el pasado explica el presente y por tanto, eliminando la influencia de Wz_{t-k} las variables: z_t y Wz_t no están correlacionadas. En este caso sólo cabría hablar de *dependencia espacial heredada* y el problema de la dependencia espacial que se detectaba mediante los test correspondientes posiblemente se puede solucionar incluyendo algún término WY_{t-k} (para algún valor de k) como un factor exógeno más del modelo.
- El valor de $I_t^{P_k}$ aumenta conforme aumenta k . CEP creciente Para valores de k pequeños los Coeficiente de Correlación Espacio Temporal Parciales son próximo a cero pero conforme aumenta k se obtienen valores que son distintos de cero. En este caso no bastaría como en el anterior, incluir algún término WY_{t-k} pues para valores de k grandes persistiría la dependencia espacial en los residuos. Estaríamos ante un proceso de difusión espacial lento en el que pueden tener sentido, tanto la *dependencia espacial heredada* (alfa) como *dependencia espacial instantánea* (rho). Los Coeficientes de Correlación Espacio Temporales Parciales son elevados y se mantienen constantes. Este

tercer caso, el pasado no explica la dependencia espacial y toda debe atribuirse a dependencia espacial instantánea. Existe un proceso de difusión espacial rápido. El modelo de regresión más adecuado es aquel en el que únicamente se incluyen efectos espaciales instantáneos.

3. Modelos de regresión con retardos espaciales y espacio temporales.

La idea de que la dependencia espacial, sea cual sea su tipo, se introduce en los modelos de regresión de forma instantánea es aceptada de forma natural en econometría espacial. No obstante, es posible encontrar algunos autores (Upton y Fingleton 1985, Elhorst 2001) que consideran problemática la idea de un efecto espacial instantáneo, sobre todo cuando el tiempo t se interpreta en su sentido más estricto. Upton y Fingleton (1985 pág 369) sugieren la inclusión de un retardo temporal en el efecto espacial, proponiendo modelos del tipo $Y_t = \rho W_t Y_t$. Más recientemente, Elhorst J.P. (2001), considerando también esta cuestión, plantea modelos uniecuacionales en los que se presenta una amplia variedad de retardos espaciales no contemporáneos, tanto de la variable endógena como de las exógenas.

Siguiendo esta línea y una vez detectado mediante los indicadores propuestos en el apartado anterior la posible existencia de ambos tipos de dependencia espacial, el siguiente objetivo debe ser especificarla mediante alguno de los modelos espaciales de regresión que recogen este tipo de estructuras. Dos son las especificaciones más conocidas (Anselin, 1988), tipo lag:

$$\begin{aligned} Y_t &= \rho_t W_t Y_t + X_t \beta_t + \varepsilon_t \\ \varepsilon_t &\equiv N(0, \sigma_t^2 I) \end{aligned} \quad (11)$$

o tipo error

$$\begin{aligned} Y_t &= X_t \beta_t + u_t \\ u_t &= \lambda_t W_t u_t + \varepsilon_t \\ \varepsilon_t &\equiv N(0, \sigma_t^2 I) \end{aligned} \quad (12)$$

Rescribiremos los modelos para incluir de forma expresa como variables independientes retardos espacio temporales de la variable endógena:

$$\begin{aligned} Y_t &= \rho_t W_t Y_t + \alpha_k W_{t-k} Y_{t-k} + X_t \beta_t + \varepsilon_t \\ \varepsilon_t &\equiv N(0, \sigma_t^2 I) \end{aligned} \quad (13)$$

o tipo error

$$\begin{aligned} Y_t &= \alpha_k W_{t-k} Y_{t-k} + X_t \beta_t + u_t \\ u_t &= \lambda_t W_t u_t + \varepsilon_t \\ \varepsilon_t &\equiv N(0, \sigma_t^2 I) \end{aligned} \tag{14}$$

La determinación del valor de k mas adecuado se realizará en función de la información que suministren los correlogramas obtenidos en el apartado anterior y teniendo presente que se pueden establecer comparaciones en función de la verosimilitud del modelo.

3.1. El caso de la distribución espacial de la Renta.

Veamos algunos resultados tomado como punto de partida los trabajos de Casco C. (2003), Chasco C. y F. López (2003) y López et al (2003). En este apartado se realizará una estimación de la renta bruta disponible de los hogares (renta familiar disponible) por habitante (RFBDpc) a nivel provincial correspondiente al año 2001.

En el caso que se propone, la RFBD es una magnitud económica, conocida también como renta familiar disponible, que es definida por el Instituto Nacional de Estadística (INE) en la Contabilidad Regional de España², como la suma total de los ingresos procedentes del trabajo, más las rentas de capital, prestaciones sociales y transferencias, menos los impuestos directos pagados por las familias y las cuotas pagadas a la seguridad social. Es decir, se trata del nivel de renta de que disponen las economías domésticas para gastar y ahorrar o la suma de todos los ingresos efectivamente percibidos por las economías domésticas durante un período. Éste debería constituir el punto de partida de cualquier estimación de la RFBD, que debe diferenciarse de otras magnitudes económicas similares, como el PIB o el VAB.

Así, a la luz de la experiencia acumulada por los autores y de un análisis exhaustivo de gran cantidad de variables socioeconómicas, se propone una relación de 8 indicadores con buena capacidad explicativa, “a priori”, de la RFBD provincial.

Las 8 variables seleccionadas como buenas explicativas de la RFBD por habitante (medida en €) en el ámbito de las provincias españolas son: líneas telefónicas de uso doméstico por habitante, líneas RDSI y ADSL por habitante, tasa de demandas de empleo (por población de 16 y más años), distancia al municipio cabecera comercial más cercano, tasa de instrucción de 2º y 3º grado (por población de 16 y más años), tasa

² Actualmente, en la Contabilidad Regional de España se dispone de las series de RFBD provincial en el período 1995-2000.

de directivos y empresarios no agrarios (por habitante), parque de turismos por habitante y precio del metro cuadrado de la vivienda. Dado que la consideración de todas estas variables en un mismo modelo de regresión produce en problemas de multicolinealidad, se realizó un análisis factorial que redujo las 8 variables explicativas iniciales a 2 factores. Estos factores se calcularon por el método de componentes principales y rotación varimax para cada período temporal obteniéndose resultados muy similares: un 77% de la varianza total en 1996 y un 79% en 2001. La composición de los factores rotados, en lo que se refiere a las variables de mayor peso en los mismos, es también muy similar en ambos períodos: en el factor 1 (F1) tienen gran peso las variables tasa de instrucción, tasa de empresarios, líneas RDSI, precio de la vivienda y distancia a la cabecera comercial, mientras que en el factor 2 (F2) predominan las líneas de teléfonos de uso doméstico, tasa de demandas empleo y parque de turismos. F1 es un indicador sintético de nivel educativo-categoría profesional y F2 un indicador de consumo-empleo.

Los resultados correspondientes a los distintos modelos de regresión pueden verse en la siguiente tabla de forma resumida (resultados completos obtenidos mediante SpaceStat pueden consultarse en Anexo 1)

Tabla 1: SAR espacio temporales.

	MCO		ML	
	$y_t = X_t\beta + \varepsilon_t$	$y_t = \alpha_k W y_{t-k} + X_t\beta + \varepsilon_t$	$y_t = \rho W y_t + X_t\beta + \varepsilon_t$	$y_t = \rho W y_t + \alpha_k W y_{t-k} + X_t\beta + \varepsilon_t$
W_R01	---	---	0,59 (6,53)	0,27 (1,70)
Const	10015,2 (82,70)	3209,74 (2,96)	4024,16 (4,35)	3184,24 (2,97)
F1₀₁	764,20 (6,24)	462,14 (5,51)	482,52 (5,34)	453,77 (4,69)
F2₀₁	1106,05 (9,04)	398,65 (2,76)	523,58 (4,43)	414,49 (3,02)
W_R95	---	0,90 (6,30)	---	0,54 (2,49)
Ln L	-407,02	-391,46	-392,41	-390,79
R² Adj	0,70	0,84	---	---

El primero de los modelos es el modelo de regresión clásico estimado por MCO que aparece en la primera columna de la Tabla 1. Como cabía sospechar efectivamente las dos componentes principales ($F1_{01}$ y $F2_{01}$) son significativas y el correspondiente coeficiente de determinación ajustado tiene un valor elevado.

Considerando como matriz de conexiones W la matriz binaria en la que dos provincias son vecinas si poseen frontera común, $w_{ij}=1$, y en caso contrario $w_{ij}=0$. Y la estandarizamos por filas, hay indicios de dependencia espacial (ver Anexo 1). Los diferentes contrastes indican la presencia de dependencia espacial tipo lag. Por tanto el protocolo habitual sería plantear un modelo de regresión espacial tipo lag con el que aparece la tercera columna de la Tabla 1. En este caso el modelo debe estimarse por máxima verosimilitud (ML).

Los resultados obtenidos para este modelo indican que efectivamente tiene sentido incluir un retardo espacial instantáneo de la variable dependiente (W_R01) como un factor mas explicativo. El valor de $\rho=0,59$ y significativo. La verosimilitud asciende a – 392,41.

Este modelo sólo recoge dependencia espacial instantánea y atendiendo a los resultados obtenidos en las Figuras 4 y 5, cabe sospechar la presencia de dependencia espacial no contemporánea puesto que el correlograma espacio temporal se adapta al modelo a) o b). En cualquiera de los casos el valor de k mas adecuado es $k = 6$ incluyendo por tanto el retardo espacial de la Renta en 1995.

En la segunda columna de la Tabla 1 se presentan un resumen de los resultados del modelo que incluye como un factor el retardo espacio temporal de la renta en 1995. Este factor es altamente significativo, y atendiendo a los test correspondientes aún puede haber síntomas de dependencia espacial instantánea. Planteamos el último de los modelos en el que se incluye tanto retardos espaciales contemporáneos como no contemporáneos. El correspondiente valor de ρ es ahora inferior 0,27 y significativo al 0,1.

De esta forma de comprueba la presencia de ambos tipos de dependencia espacial contemporánea y no contemporánea en el caso de la estimación de la Renta.

4. Modelos de regresión SUR espacio temporales.

En la actualidad, existe un interés creciente por las especificaciones y estimaciones de relaciones econométricas basadas en datos de panel. Este interés puede explicarse, en

parte, por el hecho de que los datos de panel ofrecen al investigador mas información, mayor variabilidad, menos colinealidad, mas grados de libertad y mas eficiencia (Hsiao 1986; Baltagi 1995) que los datos puramente espaciales o puramente temporales. Otro de los factores que indudablemente han ayudado a fomentar el interés por este tipo de modelos es la creciente disponibilidad de bases de datos que ofrecen la información en la doble dimensión espacial y temporal.

Los modelos habituales de datos de panel suelen ignorar los efectos espaciales de dependencia y heterogeneidad espacial. Son escasas las contribuciones que ofrecen aportaciones metodológicas en esta línea. Anselin (1988), en su conocido libro sobre econometría espacial, presenta varios modelos en los que introduce estructuras autorregresivas, bien en los errores o mediante la inclusión de retardos de la variable endógena. Más recientemente, este autor (Anselin, 2001) presenta una breve taxonomía de modelos espaciales de datos de panel en los que especifica la triple dependencia espacial, temporal y espacio-temporal en forma de retardo espacial de la variable endógena.

Además, otros autores como Baltagi *et al.* (2003), Elhorst (2003), Pace *et al.* (2000) han planteado diversas alternativas en esta línea. Pueden también citarse algunos trabajos de carácter empírico en los que se especifica el efecto de dependencia espacial en los modelos de datos de panel, como Case (1991), Elhorst (2001), Yilmaz *et al.* (2002), Baltagi y Li (2003) y Mobley (2003).

A continuación se describen diferentes especificaciones de los modelos de regresión SUR espacio temporales. En la sección 4.1 se presenta una breve introducción del modelo SUR como base para los posteriores apartados. En la sección 4.2 se describe el modelo SUR espacial que introduce estructuras de autocorrelación espacial en su especificación. En la sección 4.3 se presenta la aportación que realiza este artículo: el modelo SUR espacial con retardo espacio-temporal en la variable endógena o en el término de error.

4.1. Formulación general del modelo SUR espacial.

Como punto de partida de este apartado, se considerará la especificación de un modelo de regresión que expresa la totalidad de potenciales dependencias espacio-temporales y formas de heterogeneidad:

$$y_{it} = X_{it} \beta_{it} + \varepsilon_{it} \quad ; \quad E[\varepsilon_{it}] = 0 \quad ; \quad E[\varepsilon_{it} \varepsilon_{js}] \neq 0 \quad ; \quad i = 1, \dots, N \quad ; \quad t = 1, \dots, T. \quad (15)$$

donde y_{it} es la observación de la variable endógena en la unidad espacial i y el periodo temporal t , X_{it} vector fila de k variables explicativas en la unidad i e instante t , β_{it} vector columna de k parámetros espacio-temporales y ε_{it} el término de error correspondiente.

La varianza residual $E[\varepsilon_{it} \varepsilon_{js}] \neq 0$ expresa todas las posibles especificaciones de dependencia espacio-temporal y estructuras de heterogeneidad espacial.

Este modelo (1) es claramente inviable debido a la ausencia de grados de libertad necesarios para estimar el total de los parámetros β_{it} . Por eso, será necesario imponer a este parámetro general β_{it} ciertas restricciones de no variabilidad en una de sus dimensiones.

Así, cuando el vector de coeficientes varía sobre el espacio pero es constante en el tiempo (β_i) se obtiene el siguiente modelo:

$$y_{it} = X_{it} \beta_i + \varepsilon_{it} \quad ; \quad E[\varepsilon_{it}] = 0 \quad ; \quad E[\varepsilon_{it} \varepsilon_{js}] = \sigma_{ij} \quad ; \quad i = 1, \dots, N \quad ; \quad t = 1, \dots, T. \quad (16)$$

El modelo (2) es conocido como modelo SUR (“Seemingly Unrelated Regression” o modelo de ecuaciones aparentemente no relacionadas) y fue originalmente propuesto por Zellner (1962) con la idea inicial de especificar un sistema de ecuaciones, definido en un contexto espacio temporal, en el que se recogiera el fenómeno de dependencia espacial contemporánea entre los términos de error.

En segundo lugar, cuando en el modelo (1) se impone sobre el vector de coeficientes (β_{it}) la restricción de no variabilidad espacial, se obtiene una nueva especificación SUR.

$$y_{it} = X_{it} \beta_t + \varepsilon_{it} \quad ; \quad E[\varepsilon_{it}] = 0 \quad ; \quad E[\varepsilon_{it} \varepsilon_{is}] = \sigma_{ts} \quad ; \quad i = 1, \dots, N \quad ; \quad t = 1, \dots, T \quad (17)$$

El modelo (3) es conocido como modelo SUR espacial (en adelante, SSUR). Como puede observarse, en este modelo los términos del error están correlacionados en el tiempo. En forma matricial, la ecuación para cada periodo de tiempo se expresa como:

$$Y_t = X_t \beta_t + \varepsilon_t \quad (18)$$

donde Y_t y ε_t son N por 1 vectores y X_t es una matriz N por K_t de variables explicativas. El número de variables independientes, K_t puede ser diferente para cada ecuación

(periodo de tiempo). Este modelo es fundamentalmente operativo cuando se dispongan de más observaciones sobre la dimensión espacial que sobre la temporal ($N > T$) como suele ser habitual en Ciencia Regional.

La estimación de este modelo se realizará de forma simultánea para todos los instantes de tiempo t . Las ecuaciones se apilan para cada periodo de tiempo como se muestra en la siguiente expresión:

$$\begin{bmatrix} Y_1 \\ Y_2 \\ \vdots \\ Y_T \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X_1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & X_2 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & X_T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \beta_1 \\ \beta_2 \\ \vdots \\ \beta_T \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \vdots \\ \varepsilon_T \end{bmatrix} \quad (19)$$

o de forma compacta

$$Y = X\beta + \varepsilon \quad (20)$$

donde Y es un vector NT por 1 de variables dependientes, X es una matriz diagonal por bloques de dimensión NT por K ($K = \sum K_t$ número total de variables independientes), β es un vector K por 1 de coeficientes y ε es un vector NT por 1 de términos de la perturbación aleatoria.

Esta especificación genera una matriz de varianzas y covarianzas del término de errores Ω de la forma:

$$E[\varepsilon \varepsilon'] = \Omega = \Sigma \otimes I \quad (21)$$

donde $\Sigma = \{\sigma_{ts}\}$ es una matriz T por T , y \otimes es el producto de Kronecker.

4.2 Especificación de los modelos SSUR-ERR y SSUR-LAG.

En econometría espacial el modelo SUR no espacial ha sido sugerido como una alternativa al uso de la matriz de ponderaciones espaciales (Arora y Brown 1977), ya que permite incorporar el fenómeno de autocorrelación espacial de los términos del error en diversos periodos de tiempo.

Por su parte, en el modelo SSUR, es posible considerar el fenómeno de autocorrelación serial entre ecuaciones, pero no la existencia más que probable de autocorrelación espacial dentro de cada ecuación de tiempo. Por eso, los efectos espaciales pueden incorporarse a este modelo a través de alguna de las formas conocidas de dependencia

espacial de tipo residual o mediante la introducción de algún retardo espacial de la variable endógena, dando lugar así a dos nuevas especificaciones.

4.2.1. Modelo SSUR-ERR

En el primer caso, la dependencia espacial residual se especifica mediante un esquema autorregresivo de primer orden en cada ecuación:

$$\begin{aligned} Y_t &= X_t \beta_t + u_t \\ u_t &= \lambda_t W_t u_t + \varepsilon_t \end{aligned} \quad (22)$$

con

$$E[\varepsilon_t \varepsilon_s'] = \sigma_{ts} I \quad (23)$$

Aquí, la matriz de varianzas y covarianzas del sistema completo resulta:

$$E[u u'] = \Omega = B(\Sigma \otimes I)B' \quad (24)$$

donde u es un vector apilado NT por 1 , B es una matriz bloque-diagonal de orden NT por NT en la que cada elemento de la diagonal principal se expresa como $B_t = (I - \lambda_t W_t)^{-1}$. Este modelo se conoce como SUR espacial con autocorrelación espacial residual (SSUR-ERR).

4.2.2. Modelo SSUR-LAG

El segundo tipo de dependencia espacial que podría especificarse en el modelo SSUR consiste en introducir como una variable exógena, retardos espaciales de la endógena en cada periodo de tiempo, tal y como se muestra en la siguiente expresión:

$$\begin{aligned} Y_t &= \rho_t W_t Y_t + X_t \beta_t + \varepsilon_t \\ A_t Y_t &= X_t \beta_t + \varepsilon_t \\ E[\varepsilon_t \varepsilon_s'] &= \sigma_{ts} I \end{aligned} \quad (25)$$

Con $A_t = I - \rho_t W_t$. El sistema expresado en forma compacta se escribe como:

$$AY - X\beta = \varepsilon \quad (26)$$

con

$$A = I - \Gamma \otimes W \quad (27)$$

donde Γ es una matriz T por T diagonal siendo ρ_t el valor diagonal y la matriz I es una matriz identidad de orden NT. Este modelo se denomina SUR espacial con variables dependientes espacialmente retardadas (SSUR-LAG).

4.3. Un modelo SUR espacial con retardos espacio-temporales

Aceptada la idea de introducir dependencia espacial retardada, lo más adecuado será incluir dichas estructuras, no tanto en modelos uniecuacionales como hasta ahora se ha venido haciendo, sino mediante modelos multiecuacionales que recojan de forma simultánea la dependencia espacial contemporánea y/o inter-temporal. Con esta idea planteamos las siguientes dos estructuras:

4.3.1. Modelo STSUR-ERR

Este primer modelo STSUR con retardos espacio-temporales. La especificación que proponemos es la siguiente:

$$\begin{aligned} Y_t &= \alpha_k W Y_{t-k} + X_t \beta_t + u_t \\ u_t &= \lambda W u_t + \varepsilon_t \\ \varepsilon_t &\equiv N(0, \sigma_t^2 I) \end{aligned} \quad (28)$$

4.3.2. Modelo STSUR-LAG

El segundo de los modelos introduce el efecto espacial mediante retardos espaciales y temporales como factores exógenos de un modelo SSUR:

$$\begin{aligned} Y_t &= \rho W Y_t + \alpha_k W Y_{t-k} + X_t \beta_t + \varepsilon_t \\ \varepsilon_t &\equiv N(0, \sigma_t^2 I) \end{aligned} \quad (29)$$

5. Los modelos STSUR en la estimación de la RFDpc.

Continuando con los mismos razonamientos planteados en el apartado 3.1. el objetivo de esta sección es plantear el mismo modelo de estimación de la renta para, pero ahora para dos años de forma simultánea. Se han elegido los años 2001 y 1996 como años de referencia para los que se estima la RFDpc, utilizando las componentes principales $F1_{01}$, $F2_{01}$ para el año 2001 y $F1_{96}$, $F2_{96}$ para el año 1996. Los resultados pueden verse en la Tabla 2.

TABLA 2: Modelos SUR espacio temporales

	MCO		ML	
	(a)	(b)	(c)	(d)
W_R01	---	---	0,57 (7,13)	0,26 (2,05)
W_R96	---	---	0,48 (5,30)	0,36 (3,02)
Const₀₁	10015,2 (85,3)	3674,98 (3,99)	4273,37 (5,26)	3249,73 (3,47)
F1₀₁	810,77 (7,22)	475,67 (4,99)	501,23 (5,74)	452,64 (4,81)
F2₀₁	956,87 (9,03)	413,66 (3,64)	481,64 (5,13)	373,17 (3,47)
W_R96	---	0,80 (6,92)	---	0,52 (3,15)
Const₉₆	7930,06 (95,68)	4020,82 (5,56)	4088,17 (5,61)	3377,72 (3,02)
F1₉₆	650,72 (8,05)	394,94 (4,79)	406,17 (5,37)	357,90 (4,35)
F2₉₆	788,88 (10,79)	492,88 (5,51)	472,99 (5,62)	417,99 (4,69)
W_R91	---	0,66 (5,43)	---	0,28 (1,91)
Ln L	-770,51	-750,06	-748,26	-744,53
R² Adj	0,6462	0,84	---	---

Resultados obtenidos con SpaceStat + May91

Entre paréntesis los valores correspondientes al estadístico

Se inicia el razonamiento como en el caso univariante por el modelo MCO. Para ambos periodos de tiempo, las dos componentes principales son significativas, y el modelo alcanza un R^2 ajustado de 0,64. Los correspondientes test de esfericidad de la matriz covarianza de los errores (ver resultados detallados Anexo 2) indican la correlación entre residuos rechazando la hipótesis nula de diagonalidad y por tanto es adecuada la estimación conjunta de ambas ecuaciones. Los test de dependencia espacial advierten también de la presencia de esta estructura, sugiriendo como mas adecuado un modelo tipo lag (al igual que ocurría en el caso uniecuacional)

Por tanto en siguiente paso se incluyen como factores exógenos del modelo retardos

espaciales de la endógena para las dos ecuaciones. Los resultados obtenidos por Máxima verosimilitud aparecen en la tercera columna de la Tabla 3. Los coeficientes de que acompañan a los dos retardos espaciales instantáneos son $\rho_{01}=0,57$ y $\rho_{96}=0,48$ en ambos casos son altamente significativos y el modelo tiene una importante ganancia en verosimilitud.

Como cabe sospechar que no toda la dependencia espacial sea de tipo instantáneo sería necesario plantear el modelo que incluya como factores exógenos retardos espacio temporales de la renta en periodos anteriores. Los resultados correspondientes a este modelo pueden verse en la segunda columna de la Tabla 2.

Como en el caso del primer modelo (a) todos los factores son significativos y no se puede asumir independencia en los errores y por tanto la matriz no es diagonal. Los correspondientes test de dependencia espacial advierten de la posible presencia de dependencia espacial de tipo lag, ya que el test de los Multiplicadores de Lagrange (lag) alcanza un valor de 4,63 con un p-valor de 0,09.

Por tanto, y al igual que ocurría en el caso uniecuacional se plantea el último modelo que recoge tanto dependencia espacial instantánea como retardada. Los resultados de la estimación de este modelo por ML aparecen en la cuarta columna (4).

Como puede observarse, efectivamente tiene sentido incluir dependencia espacial instantánea. Los coeficientes que acompañan a estos factores son ahora inferiores a los obtenidos en el modelo (c) $\rho_{01}=0,26$ (por $\rho_{01}=0,57$) y $\rho_{96}=0,36$ (por $\rho_{96}=0,48$) pero significativos en las dos ecuaciones.

6. Conclusiones

En este artículo presenta una alternativa en la modelización de procesos espacio temporales mediante las herramientas propias de la econometría espacial. Los procesos son dinámicos en el tiempo y también lo son en el espacio. Construir estructuras capaces de modelizar esta realidad ayudará a la comprensión y predicción de muchos fenómenos económicos.

La presencia de dependencia espacial retardada del tipo $Y=\rho WY_{t-1}$ en el tiempo debe estar presente en estos modelos y complementar la dependencia espacial contemporánea, $Y=\rho WY_t$.

La utilización de los modelos SSUR para la estimación de la renta supone una novedad

ya que no hay resultados con modelos espacio-temporales. La introducción de la doble dimensión espacio temporal es en sí mismo un avance. La existencia de heterogeneidad en los coeficientes del modelo en los dos años considerados es una clara indicación de que una especificación SUR (SSUR) es más adecuada que dos modelos espaciales diferentes para cada año.

En el caso de la renta, es natural plantear un modelo que recoja tanto la dependencia espacial instantánea como retardada. Este hecho se constata en la aplicación desarrollada en el apartado 4.1 y 5.1. con la presencia altamente significativa del coeficiente de dependencia espacial para ambos tipos de retardos. Es de destacar, que en el modelo seleccionado, que incluye ambos tipos de retardos los coeficientes disminuyen su valor. Esto constata el reparto de la dependencia espacial instantánea y retardada.

6. Bibliografía.

1. Anselin, L. (1988) *“Spatial Econometrics: Methods and Models”*. Dordrecht: Kluwer
2. Anselin, L. (2001A) *“Spatial econometrics”*. En *“A companion to theoretical econometrics”*, ed. Baltagi, Oxford: Basil Blackwell; pp. 310-330.
3. Anselin, L. (2001B), *“Spatial effects in econometric practice in environmental and resource economics”*. *American Journal of Agricultural Economics*, 83 (3), pp. 705-710.
4. Anselin, L. (2002) *“Under the hood. Issues in the specification and interpretation of spatial regression models”*. *Agricultural Economics* 27; pp. 247–267.
5. Anselin, L., I. Syabri y O. Smirnov (2002). Visualizing multivariate spatial correlation with dynamically linked windows. In L. Anselin and S. Rey (Eds.), *New Tools in Spatial Data Analysis, Proceedings of a Workshop*. Center for Spatially Integrated Social Science, University of California, Santa Barbara (CD-ROM).
6. Arora, S. y M. Brown (1977) *“Alternative approaches to spatial autocorrelation: An improvement over current practice”*. *International Regional Science Review* 2; 67-78.
7. Baltagi, B.H. (1995) *“Econometric analysis of panel data”*. John-Wiley & Sons.

8. Baltagi, B.H. y D. Li (2003) "*Prediction in the panel data model with spatial correlation*". En: Anselin, L., R. Florax y S. Rey (Eds.), *New Advances in Spatial Econometrics*, Springer-Verlag (próxima publicación).
9. Baltagi, B.H., S.H. Song y W. Koh (2003) "*Testing panel data regression models with spatial error correlation*". *Journal of Econometrics* (próxima publicación).
10. Buettner, T. y M. Zew (1999) "*Local Capital Income Taxation and Competition for Capital: The Choice of the Tax Rate*". Actas del 39º Congreso de la European Regional Science Association. Dublín (CDROM).
11. Case, A. (1991) "*Spatial patterns in household demand*". *Econometrica* 59, 953–965.
12. Chasco, C. (2003) "*Econometría espacial aplicada a la predicción-extrapolación de datos microterritoriales*". Consejería de Economía e Innovación Tecnológica, Comunidad de Madrid. Madrid.
13. Elhorst, J.P. (2001) "*Dynamic models in space and time*". *Geographical Analysis* 33; pp. 119-140.
14. Elhorst J.P. (2003) "*Specification and Estimation of Spatial Panel Data Models*". *International Regional Science Review*. 26(3). pp 244-68
15. Hsiao, C. (1986) "*Analysis of Panel Data*", Cambridge University Press, Cambridge.
16. "La Caixa" (2003) "*Anuario Económico de España 2003*". Servicio de Estudios e Instituto Lawrence R. Klein. Barcelona.
17. López, F., J.A. García y M. Ruiz (2003) "*Modelos de regresión espacio temporales en la estimación municipal de la renta. Estimación de la RFBDpc municipal en la Región de Murcia*". Actas de la XVII Reunión Asepelt-España, Almería (CDROM).
18. Mobley, L.R. (2003) "*Estimating hospital market pricing: An equilibrium approach using spatial econometrics*". *Regional Science and Urban Economics* 33; pp. 489–516.
19. Pace R.K., R. Barry, O.W. Gilley y C.F. Sirmans (2000) "*A method for spatial-temporal forecasting with an application to real estate prices International*". *Journal of Forecasting*, 16; pp. 229-246.
20. Upton, G. y B. Fingleton (1985) "*Spatial data analysis by example*". Volumen 1.

Wiley, Chichester.

21. Wartenberg D. 1985. Multivariate spatial correlation: A method for exploratory geographical analysis, *Geographical Analysis*, 17: 263–283.

22. Yilmaz, S., K.E. Haynes and M. Dinc (2002), “*Geographic and network neighbors: Spillover effects of telecommunications infrastructure*”. *Journal of Regional Science*, 42 (2); pp. 339-360.

23. Zellner, A. (1962) “*An Efficient Method of Estimating Seemingly Unrelated Regressions and Test of Aggregation Bias*”. *Journal of the American Statistical Association*, 57, pp. 348-68.

ANEXO 1.

Especificación MCO : $y_i = X_i\beta + \varepsilon_i$				
ORDINARY LEAST SQUARES ESTIMATION				
DATA SET RE				
DEPENDENT VARIABLE	R01	OBS	50	VARS 3 DF 47
R2	0.7199	R2-adj	0.7080	
LIK	-407.027	AIC	820.054	SC 825.790
RSS	3.44569e+007	F-test	60.3989	Prob 1.02759e-013
SIG-SQ	733126. (856.228)	SIG-SQ (ML)	689138. (830.144)
VARIABLE	COEFF	S.D.	t-value	Prob
CONSTANT	10015.2	121.089	82.709393	0.000000
F101	764.205	122.318	6.247675	0.000000
F201	1106.05	122.319	9.042339	0.000000
REGRESSION DIAGNOSTICS				
MULTICOLLINEARITY CONDITION NUMBER		1.000010		
TEST ON NORMALITY OF ERRORS				
TEST	DF	VALUE	PROB	
Jarque-Bera	2	0.608121	0.737816	
DIAGNOSTICS FOR HETEROSKEDASTICITY				
RANDOM COEFFICIENTS				
TEST	DF	VALUE	PROB	
Breusch-Pagan test	2	0.951882	0.621300	
SPECIFICATION ROBUST TEST				
TEST	DF	VALUE	PROB	
White	5	13.258865	0.021070	
DIAGNOSTICS FOR SPATIAL DEPENDENCE				
FOR WEIGHTS MATRIX WCT50NC (row-standardized weights)				
TEST		MI/DF	VALUE	PROB
Moran's I (error)		0.319627	3.857383	0.000115
Lagrange Multiplier (error)		1	10.189011	0.001413
Robust LM (error)		1	1.217968	0.269760
Kelejian-Robinson (error)		3	16.049991	0.001108
Lagrange Multiplier (lag)		1	28.458724	0.000000
Robust LM (lag)		1	19.487681	0.000010
Lagrange Multiplier (SARMA)		2	29.676692	0.000000

Especificación $y_t = \alpha_k W y_{t-k} + X_t \beta + \varepsilon_t$

ORDINARY LEAST SQUARES ESTIMATION

DATA SET	RE				
DEPENDENT VARIABLE	R01	OBS	50	VARS	4
R2	0.8497	R2-adj	0.8399	DF	46
LIK	-391.464	AIC	790.927	SC	798.575
RSS	1.84890e+007	F-test	86.6873	Prob	5.97509e-019
SIG-SQ	401935. (633.983)	SIG-SQ(ML)	369780. (608.096)
VARIABLE	COEFF	S.D.	t-value	Prob	
CONSTANT	3209.74	1083.44	2.962554	0.004816	
F101	462.147	102.466	4.510233	0.000045	
F201	398.659	144.217	2.764294	0.008179	
WCS95	0.908625	0.144158	6.302982	0.000000	

REGRESSION DIAGNOSTICS

MULTICOLLINEARITY CONDITION NUMBER 24.276580

TEST ON NORMALITY OF ERRORS

TEST	DF	VALUE	PROB
Jarque-Bera	2	0.846004	0.655077

DIAGNOSTICS FOR HETEROSKEDASTICITY

RANDOM COEFFICIENTS

TEST	DF	VALUE	PROB
Breusch-Pagan test	3	3.070593	0.380869

SPECIFICATION ROBUST TEST

TEST	DF	VALUE	PROB
White	9	8.081470	0.525957

DIAGNOSTICS FOR SPATIAL DEPENDENCE

FOR WEIGHTS MATRIX WCT50NC (row-standardized weights)

TEST	MI/DF	VALUE	PROB
Moran's I (error)	-0.126315	-0.844588	0.398341
Lagrange Multiplier (error)	1	1.591299	0.207141
Robust LM (error)	1	18.896207	0.000014
Kelejian-Robinson (error)	4	4.443032	0.349356
Lagrange Multiplier (lag)	1	0.680103	0.409551
Robust LM (lag)	1	17.985011	0.000022
Lagrange Multiplier (SARMA)	2	19.576310	0.000056

Especificación $y_t = \rho W y_t + X_t \beta + \varepsilon_t$

SPATIAL LAG MODEL - MAXIMUM LIKELIHOOD ESTIMATION

DATA SET	RE				
DEPENDENT VARIABLE	R01	OBS	50	VARS	4
R2	0.8229	Sq. Corr.	0.8605	DF	46
LIK	-392.414	AIC	792.828	SC	800.476
SIG-SQ	344229. (586.710)			
VARIABLE	COEFF	S.D.	z-value	Prob	
W R01	0.599681	0.0917029	6.539393	0.000000	
CONSTANT	4024.16	923.088	4.359460	0.000013	
F101	482.527	90.3598	5.340060	0.000000	
F201	523.583	118.04	4.435639	0.000009	

REGRESSION DIAGNOSTICS

DIAGNOSTICS FOR HETEROSKEDASTICITY

RANDOM COEFFICIENTS

TEST	DF	VALUE	PROB
Breusch-Pagan test	2	0.526977	0.768367
Spatial B-P test	2	0.527032	0.768345

DIAGNOSTICS FOR SPATIAL DEPENDENCE

SPATIAL LAG DEPENDENCE FOR WEIGHTS MATRIX WCT50NC (row-standardized weights)

TEST	DF	VALUE	PROB
Likelihood Ratio Test	1	29.225413	0.000000

LAGRANGE MULTIPLIER TEST ON SPATIAL ERROR DEPENDENCE

WEIGHT	STAND	ZERO	DF	VALUE	PROB
WCT50NC	yes	no	1	2.324009	0.127391

Especificación $y_t = \rho W y_t + \alpha_k W y_{t-k} + X_t \beta + \varepsilon_t$

SPATIAL LAG MODEL - MAXIMUM LIKELIHOOD ESTIMATION

DATA SET	RE	SPATIAL WEIGHTS MATRIX WCT50NC					
DEPENDENT VARIABLE	R01	OBS	50	VARS	5	DF	45
R2	0.8506	Sq. Corr.	0.8565				
LIK	-390.797	AIC	791.594	SC	801.154		
SIG-SQ	353061. (594.189)					

VARIABLE	COEFF	S.D.	z-value	Prob
W_R01	0.275285	0.161828	1.701092	0.088926
CONSTANT	3184.24	1069.93	2.976122	0.002919
F101	453.777	96.6092	4.697039	0.000003
F201	414.495	137.053	3.024336	0.002492
WCS95	0.544839	0.218147	2.497575	0.012505

REGRESSION DIAGNOSTICS
DIAGNOSTICS FOR HETEROSKEDASTICITY
RANDOM COEFFICIENTS

TEST	DF	VALUE	PROB
Breusch-Pagan test	3	3.205000	0.361085
Spatial B-P test	3	3.205428	0.361024

DIAGNOSTICS FOR SPATIAL DEPENDENCE
SPATIAL LAG DEPENDENCE FOR WEIGHTS MATRIX WCT50NC (row-standardized weights)

TEST	DF	VALUE	PROB
Likelihood Ratio Test	1	1.332714	0.248323

LAGRANGE MULTIPLIER TEST ON SPATIAL ERROR DEPENDENCE

WEIGHT	STAND	ZERO	DF	VALUE	PROB
WCT50NC	yes	no	1	13.149674	0.000288

ANEXO 2.

Especificación $y_t = X_t \beta_t + \varepsilon_t$
 $y_{t-k} = X_{t-k} \beta_{t-k} + \varepsilon_{t-k}$

SEEMINGLY UNRELATED REGRESSIONS
ORDINARY LEAST SQUARES ESTIMATION FOR EQUATION 1

DATA SET	re	SPATIAL WEIGHTS MATRIX WCT50NC					
DEPENDENT VARIABLE	R01	OBS	50	VARS	3	DF	47
R2	0.7199	R2-adj	0.7080				
LIK	-407.027	AIC	820.054	SC	825.790		
RSS	3.44569e+07	F-test	60.3989	Prob	1.02759e-13		
SIG-SQ	733126. (856.228)	SIG-SQ(ML)	689138. (830.144)		

VARIABLE	COEFF	S.D.	t-value	Prob
CONSTANT	10015.2	121.089	82.709393	0.000000
F101	764.205	122.318	6.247675	0.000000
F201	1106.05	122.319	9.042339	0.000000

SEEMINGLY UNRELATED REGRESSIONS
ORDINARY LEAST SQUARES ESTIMATION FOR EQUATION 2

DATA SET	re	SPATIAL WEIGHTS MATRIX WCT50NC					
DEPENDENT VARIABLE	R96	OBS	50	VARS	3	DF	47
R2	0.7861	R2-adj	0.7770				
LIK	-389.614	AIC	785.229	SC	790.965		
RSS	1.71707e+07	F-test	86.3820	Prob	1.81269e-16		
SIG-SQ	365335. (604.430)	SIG-SQ(ML)	343415. (586.016)		

VARIABLE	COEFF	S.D.	t-value	Prob
CONSTANT	7930.06	85.4792	92.771777	0.000000
F196	593.592	86.3472	6.874483	0.000000
F296	967.338	86.3468	11.202940	0.000000

SEEMINGLY UNRELATED REGRESSIONS (SUR)
FEASIBLE GENERAL LEAST SQUARES ESTIMATION
DATA SET re

EQUATIONS	2	OBS	100	VARS	6	DF	94
R2	0.7597	R2-adj	0.6462				
LIK	-770.515	LIK OLS	-796.641				
F-test	42.9177	Prob	0.00107366				
EQUATION	1	DEPENDENT VARIABLE		R01			
OBS	50	VARS	3	DF	47	VAR PROP	0.6265
VARIABLE	COEFF	S.D.	z-value	Prob			
CONSTANT	10015.2	117.4	85.308234	0.000000			
F101	810.775	112.183	7.227228	0.000000			
F201	956.872	105.966	9.030032	0.000000			
EQUATION	2	DEPENDENT VARIABLE		R96			
OBS	50	VARS	3	DF	47	VAR PROP	0.6382
VARIABLE	COEFF	S.D.	z-value	Prob			
CONSTANT	7930.06	82.8752	95.686791	0.000000			
F196	650.726	80.7657	8.056959	0.000000			
F296	788.882	73.1017	10.791566	0.000000			
ERROR COVARIANCE MATRIX							
	713072.	448075.					
	448075.	377824.					
ERROR CORRELATION MATRIX							
	1.0000	0.8633					
	0.8633	1.0000					
REGRESSION DIAGNOSTICS							
TEST ON DIAGONALITY OF ERROR COVARIANCE MATRIX							
TEST	DF	VALUE	PROB				
Lagrange Multiplier	1	32.416504	0.000000				
Likelihood Ratio	1	61.884035	0.000000				
TEST ON COEFFICIENT HOMOGENEITY ACROSS EQUATIONS							
TEST	DF	VALUE	PROB				
Wald test on slopes	2	10.234495	0.005992				
Wald on F101	1	5.074902	0.024275				
Wald on F201	1	5.352653	0.020691				
SPATIAL DEPENDENCE (row-standardized spatial weights)							
WEIGHT	TEST	MI/DF	VALUE	PROB			
wct50x	Lagrange Multiplier (error)	2	7.536194	0.023096			
wct50x	Lagrange Multiplier (lag)	2	25.654803	0.000003			

Especificación :

$$y_t = \alpha_k W y_{t-k} + X_t \beta_t + \varepsilon_t$$

$$y_{t-k} = \alpha_{2k} W y_{t-2k} + X_{t-k} \beta_{t-k} + \varepsilon_{t-k}$$

SEEMINGLY UNRELATED REGRESSIONS							
ORDINARY LEAST SQUARES ESTIMATION FOR EQUATION 1							
DATA SET re							
DEPENDENT VARIABLE	R01	OBS	50	VARS	4	DF	46
R2	0.8529	R2-adj	0.8433				
LIK	-390.930	AIC	789.861	SC	797.509		
RSS	1.80988e+07	F-test	88.8868	Prob	3.66480e-19		
SIG-SQ	393452. (627.258)	SIG-SQ(ML)	361976. (601.645)		
VARIABLE	COEFF	S.D.	t-value	Prob			
CONSTANT	3149.47	1068.48	2.947616	0.005016			
F101	460.623	101.224	4.550514	0.000039			
F201	400.004	141.492	2.827053	0.006932			
WCS96	0.866309	0.134354	6.447932	0.000000			
SEEMINGLY UNRELATED REGRESSIONS							
ORDINARY LEAST SQUARES ESTIMATION FOR EQUATION 2							
DATA SET re							
DEPENDENT VARIABLE	R96	OBS	50	VARS	4	DF	46

R2	0.8471	R2-adj	0.8371		
LIK	-381.226	AIC	770.452	SC	778.100
RSS	1.22764e+07	F-test	84.9468	Prob	8.86317e-19
SIG-SQ	266877. (516.602)	SIG-SQ (ML)	245527. (495.507)
VARIABLE	COEFF	S.D.	t-value	Prob	
CONSTANT	4284.93	854.306	5.015684	0.000008	
F196	390.793	87.6873	4.456669	0.000053	
F296	598.334	113.451	5.273942	0.000003	
WCS91	0.616488	0.143956	4.282462	0.000093	
SEEMINGLY UNRELATED REGRESSIONS (SUR)					
FEASIBLE GENERAL LEAST SQUARES ESTIMATION					
DATA SET re					
EQUATIONS	2	OBS	100	VARS	8
		DF	92		
R2	0.8622	R2-adj	0.7645		
LIK	-750.065	LIK OLS	-772.156		
F-test	49.7724	Prob	3.70852e-05		
EQUATION	1	DEPENDENT VARIABLE		R01	
OBS	50	VARS	4	DF	46
				VAR PROP	0.7934
VARIABLE	COEFF	S.D.	z-value	Prob	
CONSTANT	3674.98	919.359	3.997328	0.000064	
F101	475.676	95.3184	4.990390	0.000001	
F201	413.664	113.595	3.641570	0.000271	
WCS96	0.800001	0.115506	6.926061	0.000000	
EQUATION	2	DEPENDENT VARIABLE		R96	
OBS	50	VARS	4	DF	46
				VAR PROP	0.7810
VARIABLE	COEFF	S.D.	z-value	Prob	
CONSTANT	4020.82	722.756	5.563170	0.000000	
F196	394.945	82.2913	4.799352	0.000002	
F296	492.881	89.3398	5.516926	0.000000	
WCS91	0.661156	0.121661	5.434403	0.000000	
ERROR COVARIANCE MATRIX					
	365556.	241009.			
	241009.	252461.			
ERROR CORRELATION MATRIX					
	1.0000	0.7933			
	0.7933	1.0000			
REGRESSION DIAGNOSTICS					
TEST ON DIAGONALITY OF ERROR COVARIANCE MATRIX					
TEST	DF	VALUE	PROB		
Lagrange Multiplier	1	29.336790	0.000000		
Likelihood Ratio	1	47.744935	0.000000		
TEST ON COEFFICIENT HOMOGENEITY ACROSS EQUATIONS					
TEST	DF	VALUE	PROB		
Wald test on slopes	3	7.367458	0.061064		
Wald on	F101	1	1.560398	0.211607	
Wald on	F201	1	0.746356	0.387633	
Wald on	WCS96	1	2.159613	0.141680	
SPATIAL DEPENDENCE (row-standardized spatial weights)					
WEIGHT	TEST	MI/DF	VALUE	PROB	
wct50x	Lagrange Multiplier (error)	2	0.061482	0.969727	
wct50x	Lagrange Multiplier (lag)	2	4.636894	0.098426	

Especificación :

$$y_t = \rho_k W y_t + \alpha_k W y_{t-k} + X_t \beta_t + \varepsilon_t$$

$$y_{t-k} = \rho_{k-k} W y_{t-k} + \alpha_{2k} W y_{t-2k} + X_{t-k} \beta_{t-k} + \varepsilon_{t-k}$$

```

MIXED REGRESSIVE SPATIAL AUTOREGRESSIVE MODEL - ML ESTIMATION FOR EQUATION 1
DATA SET re                SPATIAL WEIGHTS MATRIX  wct50x
DEPENDENT VARIABLE          R01          OBS 50          VARS 5          DF 45
R2                          0.8578
LIK                          -390.444      AIC          790.887      SC          800.447
SIG-SQ                      349974. ( 591.586 )
VARIABLE    COEFF          S.D.          z-value          Prob
  W R01      0.23619        0.16526        1.429197        0.152948
CONSTANT    3119.16        1061.53        2.938369        0.003299
  F101      452.676        96.0016        4.715301        0.000002
  F201      410.131        135.672        3.022967        0.002503
  WCS96     0.5724         0.209333        2.734405        0.006249
MIXED REGRESSIVE SPATIAL AUTOREGRESSIVE MODEL - ML ESTIMATION FOR EQUATION 2
DATA SET re                SPATIAL WEIGHTS MATRIX  wct50x
DEPENDENT VARIABLE          R96          OBS 50          VARS 5          DF 45
R2                          0.8554
LIK                          -380.369      AIC          770.738      SC          780.298
SIG-SQ                      232157. ( 481.826 )
VARIABLE    COEFF          S.D.          z-value          Prob
  W R96      0.28894        0.155471        1.858486        0.063100
CONSTANT    3965.24        922.967        4.296186        0.000017
  F196      372.541        83.6878        4.451561        0.000009
  F296      564.375        117.899        4.786947        0.000002
  WCS91     0.28327        0.186584        1.518188        0.128967
SEEMINGLY UNRELATED REGRESSIONS (SUR)
MODELS WITH SPATIALLY LAGGED DEPENDENT VARIABLE
MAXIMUM LIKELIHOOD ESTIMATION
DATA SET re                SPATIAL WEIGHTS MATRIX  wct50x
EQUATIONS 2                OBS 100          VARS 10          DF 90
R2                          0.8658
LIK                      -744.536      LIK MLY      -770.812
EQUATION 1  DEPENDENT VARIABLE          R01
OBS 50      VARS 5          DF 45          VAR PROP 0.8008

VARIABLE    COEFF          S.D.          z-value          Prob
  W R01      0.264335        0.128426        2.058266        0.039565
CONSTANT    3249.73        935.375        3.474250        0.000512
  F101      452.644        94.0572        4.812427        0.000001
  F201      373.179        107.244        3.479721        0.000502
  WCS96     0.520445        0.164876        3.156582        0.001596
EQUATION 2  DEPENDENT VARIABLE          R96
OBS 50      VARS 5          DF 45          VAR PROP 0.7837
VARIABLE    COEFF          S.D.          z-value          Prob
  W R96      0.36214         0.119689        3.025677        0.002481
CONSTANT    3377.72        793.787        4.255194        0.000021
  F196      357.908         82.1662        4.355902        0.000013
  F296      417.993         88.9707        4.698093        0.000003
  WCS91     0.28452         0.148788        1.912247        0.055845
ERROR COVARIANCE MATRIX
  351559.          237006.
  237006.          239194.
ERROR CORRELATION MATRIX
  1.0000          0.8173
  0.8173          1.0000
REGRESSION DIAGNOSTICS
TEST ON DIAGONALITY OF ERROR COVARIANCE MATRIX
TEST          DF          VALUE          PROB
Likelihood Ratio 1          52.553635        0.000000
TEST ON COEFFICIENT HOMOGENEITY ACROSS EQUATIONS
TEST          DF          VALUE          PROB
Wald test on slopes 4          11.807858        0.018839
Wald on          W_R01 1          0.622998        0.429935
Wald on          F101 1          2.690124        0.100972
Wald on          F201 1          0.278619        0.597608
Wald on          WCS96 1          2.866399        0.090447
SPATIAL DEPENDENCE (row-standardized spatial weights)
WEIGHT TEST          MI/DF          VALUE          PROB
wct50x Wald Test          2          9.539719        0.008482

```

Especificación : $y_t = \rho_k W y_t + X_t \beta_t + \varepsilon_t$
 $y_{t-k} = \rho_{k-k} W y_{t-k} + X_{t-k} \beta_{t-k} + \varepsilon_{t-k}$

MIXED REGRESSIVE SPATIAL AUTOREGRESSIVE MODEL - ML ESTIMATION FOR EQUATION 2						
DATA SET re		SPATIAL WEIGHTS MATRIX wct50x				
DEPENDENT VARIABLE	R96	OBS	50	VARS	4	DF 46
R2	0.8582					
LIK	-380.932	AIC	769.864	SC	777.512	
SIG-SQ	227942. (477.433)					
VARIABLE	COEFF	S.D.	z-value	Prob		
W R96	0.471187	0.107057	4.401290	0.000011		
CONSTANT	4195.78	850.74	4.931925	0.000001		
F196	385.074	78.5316	4.903426	0.000001		
F296	586.708	111.984	5.239208	0.000000		
SEEMINGLY UNRELATED REGRESSIONS (SUR)						
MODELS WITH SPATIALLY LAGGED DEPENDENT VARIABLE						
MAXIMUM LIKELIHOOD ESTIMATION						
DATA SET re		SPATIAL WEIGHTS MATRIX wct50x				
EQUATIONS	2	OBS	100	VARS	8	DF 92
R2	0.8410					
LIK	-748.260	LIK MLY	-773.346			
EQUATION	1	DEPENDENT VARIABLE	R01			
OBS	50	VARS	4	DF	46	VAR PROP 0.7622
VARIABLE	COEFF	S.D.	z-value	Prob		
W R01	0.574737	0.0805239	7.137470	0.000000		
CONSTANT	4273.37	811.363	5.266896	0.000000		
F101	501.235	87.2901	5.742170	0.000000		
F201	481.643	93.7155	5.139417	0.000000		
EQUATION	2	DEPENDENT VARIABLE	R96			
OBS	50	VARS	4	DF	46	VAR PROP 0.7463
VARIABLE	COEFF	S.D.	z-value	Prob		
W R96	0.484766	0.0914548	5.300602	0.000000		
CONSTANT	4088.17	727.642	5.618386	0.000000		
F196	406.176	75.5974	5.372888	0.000000		
F296	472.995	84.0719	5.626081	0.000000		
ERROR COVARIANCE MATRIX						
	352813.	234668.				
	234668.	238152.				
ERROR CORRELATION MATRIX						
	1.0000	0.8096				
	0.8096	1.0000				
REGRESSION DIAGNOSTICS						
TEST ON DIAGONALITY OF ERROR COVARIANCE MATRIX						
TEST	DF	VALUE	PROB			
Likelihood Ratio	1	50.171543	0.000000			
TEST ON COEFFICIENT HOMOGENEITY ACROSS EQUATIONS						
TEST	DF	VALUE	PROB			
Wald test on slopes	3	9.765373	0.020670			
Wald on	W R01	1	1.351940	0.244939		
Wald on	F101	1	2.794855	0.094567		
Wald on	F201	1	0.011987	0.912817		
SPATIAL DEPENDENCE (row-standardized spatial weights)						
WEIGHT	TEST	MI/DF	VALUE	PROB		
wct50x	Wald Test	2	52.531986	0.000000		