



Universidad
Politécnica
de Cartagena



Trabajo Fin de Grado

Estudio del daño en edificios derivado de las vibraciones mediante simulación numérica usando el método de redes

AUTOR: José Pablo Casaú Sánchez.

DIRECTOR: Juan Francisco Sánchez Pérez.

CODIRECTOR: Manuel Conesa Valverde.

TITULACIÓN: Grado en Ingeniería de Edificación.

CENTRO: Escuela Técnica Superior de Arquitectura e Ingeniería de Edificación.

Cartagena, 15 de Abril de 2018.

Agradecimientos

Agradecimientos

Quiero agradecer:

En primer lugar,
a Don Juan Francisco Sánchez Pérez
su gran apoyo y disponibilidad durante
la realización de este proyecto porque sin su
ayuda no hubiese sido posible finalizarlo.

En segundo lugar,
A toda mi familia por haber estado
apoyándome y ayudándome en
el transcurso de la carrera
y haber estado a mi lado
en todo momento.

Índice

Índice

1. Introducción	1
2. Objetivos	3
3. Fundamentos teóricos	5
3.1 Causas que generan los terremotos	6
3.2 Conceptos básicos de dinámica de estructuras	7
3.2.1 Acciones y fuerzas dinámicas	8
3.2.2 Importancia de la masa en el problema dinámico	9
3.2.3 Velocidad de reacción de una estructura	10
3.3 Modelos dinámicos característicos	12
3.3.1 Métodos de modelización dinámica	14
3.3.2 Ecuaciones de movimiento	15
3.4 Respuesta dinámica de una estructura con múltiples grados de libertad (GLD)	19
3.4.1 Ecuaciones de equilibrio dinámico o ecuaciones de movimiento	19
3.4.2 Obtención de los grados de libertad dinámicos (GLD)	20
3.4.3 Resolución de las ecuaciones de movimiento en estructuras con múltiples GLD	21
3.5 Análisis de construcciones con efectos dinámicos del viento	22
3.5.1 Acciones paralelas a la dirección del viento	24
3.5.2 Acciones perpendiculares a la dirección del viento	26
3.6 Análisis de construcciones con efectos sísmicos	27
3.7 Criterios de confort	29
4. Modelización por el método de simulación por redes	34
4.1 Método de simulación por redes	35
4.2 NgSpice	35
4.3 Matlab	35
5. Simulaciones y resultados	37
5.1 CASO de estudio 1	38
5.1.1 Parámetros de entrada	38
5.1.2 Criterios de solución	38
5.1.3 Parámetros de salida	41
5.1.4 Estudio de percepción humana y del estado de la estructura del edificio	42
5.2 CASO de estudio 2	42
5.2.1 Parámetros de entrada	42
5.2.2 Criterios de solución	43
5.2.3 Parámetros de salida	45
5.2.4 Estudio de percepción humana y del estado de la estructura del edificio	46
5.3 CASO de estudio 3	46
5.3.2 Criterios de solución	46
5.3.3 Parámetros de salida	49

5.3.4 Estudio de percepción humana y del estado de la estructura del edificio	50
5.4 CASO de estudio 4	50
5.4.1 Parámetros de entrada	50
5.4.2 Criterios de solución	51
5.4.3 Parámetros de salida	53
5.4.4 Estudio de percepción humana y del estado de la estructura del edificio	54
5.5 CASO de estudio 5	54
5.5.1 Parámetros de entrada	54
5.5.2 Criterios de solución	55
5.5.3 Parámetros de salida	57
5.5.4 Estudio de percepción humana y del estado de la estructura del edificio	58
5.6 Comparación global entre los 5 casos	58
6. Conclusiones	65
6.1 Sobre el programa de simulaciones de terremotos en edificios	66
6.2 Sobre las ecuaciones utilizadas para obtener los resultados	66
6.3 Sobre los resultados obtenidos de las simulaciones de los casos	66
6.4 Sobre los resultados obtenidos del estudio de las gráficas de las tablas de confort	70
8. Bibliografía	71

Capítulo 1:

INTRODUCCIÓN

1. Introducción.

Este Proyecto Final de Carrera, realizado en el departamento de Física Aplicada de la Universidad Politécnica de Cartagena para la obtención del título de Ingeniero de la Edificación trata de estudiar los daños en estructuras de edificación producidos por vibraciones. Para ello se ha utilizado el método de redes.

El cual consiste en una simulación de lo que ocurriría ante un sismo o terremoto basándose en:

- Unos datos iniciales o parámetros de entrada.
- Seguidos de unos resultados plasmados en unas gráficas.
- Y de unos datos finales o parámetros de salida que serian el resultado leído de las graficas.

La finalidad de este estudio es obtener una serie de conclusiones y resultados que servirán para realizar un diseño más optimo de las estructura de edificación, de la propia edificación y de las personas que habitan en ellas.

En primer lugar, se recopilará toda la información anterior a este proyecto facilitada por (Arturo M. Cassano, 2009), el cual estudió el análisis de estructuras bajo acciones dinámicas aplicada en construcciones de obras civiles.

En segundo lugar, a las expresiones desarrolladas anteriormente se les implementará el método de redes mediante el desarrollo de un modelo en red. Posteriormente, se simularán utilizando un software adecuado.

En tercer lugar, se realizarán diferentes casos y se obtendrán los resultados de donde se compararan y se llegarán a las debidas conclusiones para saber en el grado de oscilación en que nos encontramos mediante unas tablas comparativas y poder mejorar así tanto la edificación como la habitabilidad y confortabilidad de las personas.

En cuarto lugar, se realizará una conclusión final que recopila la información de todos los casos y así poder estudiar en futuras construcciones cual sería la mejor opción para que un edificio esté preparado con las mejores condiciones frente a un sismo.

Finalmente se añadirá un último capítulo de bibliografías, de donde se ha recopilado parte de la información que ha hecho posible una mejor realización de este proyecto.

Capítulo 2:

OBJETIVOS

2. Objetivos.

El objetivo principal es el estudio del daño en edificios derivado de las vibraciones producidas por seísmos, que será alcanzado a través de la consecución de los siguientes objetivos parciales:

- 1.- Simulación de la vibración de un edificio de varias plantas
- 2.- Desarrollo de las expresiones de daño debidas a vibraciones
- 3.- Estudio varios casos de seísmos y cálculo del daño estructural

Para poder alcanzar los objetivos planteados anteriormente el proyecto ha sido dividido en las siguientes fases:

- 1.- Estudio del método de redes
- 2.- Estudio de las expresiones de vibraciones en edificios
- 3.- Revisión bibliográfica de las expresiones de daño en edificios debido a vibraciones
- 4.- Desarrollo de las expresiones óptimas para el cálculo del daño en edificios
- 5.- Estudio de varios casos variando la intensidad del seísmo
- 6.- Desarrollo de la memoria técnica

Capítulo 3:

FUNDAMENTOS

TEÓRICOS

3. Fundamentos teóricos.

3.1 Causas que generan los terremotos.

Se puede definir sismo o terremoto como movimiento de la corteza terrestre con amplitudes (A) y frecuencias (f) dependientes del tiempo (t).

Según las causas que lo generan existen diferentes tipos de terremotos, siendo los más importantes, fuertes y frecuentes los tectónicos causados por la rotura brusca de las capas rocosas a lo largo de superficies de fractura (fallas).

Desde el punto de vista de la ingeniería, lo que se tiene en cuenta es la intensidad sísmica debido a los efectos que produce sobre las estructuras. Un sismo se caracteriza por su intensidad (parámetro subjetivo) y su magnitud (parámetro objetivo).

Una escala que mide dicha intensidad es la de Mercalli, dónde refleja los efectos producidos. Se explica mediante la tabla 1 aquí abajo citada dónde en una columna tenemos la magnitud y en otra la percepción:

Magnitud de Mercalli	Percepción
1	Imperceptible por el ser humano
2	Las lámparas oscilan
3	Los coches se mueven ligeramente
4	Vibran las ventanas
5	Caen cornisas y se rompen cristales
6	Inquietud en la población. Caen chimeneas
7	Daños en las estructuras de los edificios
8	Alarma general. Caída de muros y estatuas
9	Cunde el pánico. Grietas en el suelo
10	Torsión de raíles de ferrocarril
11	Pocos edificios en pie. Fallas en terreno
12	Destrucción total. Las rocas saltan por los aires

Tabla 1: Escala de Mercalli [Cuadros comparativos, 2018].

Otra es la de Richter, que es una escala logarítmica arbitraria que asigna un número para cuantificar la energía que libera un terremoto. Dónde la magnitud M mide la energía del terremoto y es el logaritmo decimal de la amplitud A (en micrones) está relacionada con la energía del terremoto (en ergios).

$$\log E = 11,8 + 1,5 M \quad (1)$$

Existen también otras relaciones empíricas que relacionan la intensidad (I_{MM}) y la magnitud (M):

- Esteva y Rosenblueth:

$$I_{MM} = 8.16 + 1.45 M - 2.46 \log R \quad (2)$$

- Donovan:

$$a_m = \frac{1080 e^{0.5 M}}{(R + 25)^{1.25}} \quad (3)$$

- Esteva y Villaverde:

$$\frac{a_m}{g} = \frac{5.7 e^{0.8M}}{(R + 40)^2} \quad (4)$$

$$v_m = \frac{32 e^M}{(R + 25)^{1.7}} \quad (5)$$

- Esteva:

$$a_m = 1230 e^{0.8M} (R + 25)^{-2} \quad (6)$$

$$v_m = 15 e^M (R + 0.17 e^{0.59M})^{-1.7} \quad (7)$$

Existen también un registro de ondas sísmicas y mapas de riesgo sísmico de los lugares más frecuentes dónde han ocurrido, en dónde se representan los datos sismológicos, geotécnicos y geológicos de un país. Un ejemplo fue el de Lorca ocurrido en el año 2011, [La Sexta, 2018] y otros terremotos.

3.2 Conceptos básicos de dinámica de estructuras.

Un sistema dinámico es cuando sus variables experimentan variaciones en el tiempo (t) debido o producido por movimiento y se puede predecirse su comportamiento si se conocen las influencias externas que actúan sobre él.

Nosotros estudiaremos sistemas estructurales dónde las variaciones en el tiempo serán vibraciones producidas por cargas dinámicas. Lo que haremos nosotros será plantear unas ecuaciones diferenciales para gobernar el comportamiento de estas vibraciones y su posterior resolución.

Este tipo de variaciones suelen ser rápidas en el tiempo dando lugar a que las fuerzas de inercia sean de magnitud similar a las estáticas. Las vibraciones más comunes son: Los sismos, el viento, las olas y corrientes de mar, las explosiones e impactos y las cargas móviles.

Las fuerzas externas pueden clasificarse en determinista o no determinista. Determinista, cuando se conoce la variación en el tiempo y no determinista, por medio de parámetros calculados estadísticamente.

Respuesta dinámica es cuando cualquier fuerza externa en forma de carga produce un efecto en una estructura, lo que es lo mismo, cuando se produce una excitación dinámica sobre la construcción. Por ejemplo, la carga que produce el viento sobre un edificio o la fuerza de un sismo, las cuales generan desplazamientos, aceleraciones, tensiones o esfuerzos. Esquema:

EXCITACIÓN SISMICA → CARACTERISTICAS DEL MODELO → RESPUESTA SISMICA

Figura 1: Esquema de cómo se llega a una respuesta

3.2.1 Acciones y fuerzas dinámicas.

Son funciones que en cada instante del tiempo son conocidas si utilizamos representaciones deterministas, las cuales se utilizan para conocer y evaluar posteriormente el comportamiento de una estructura una vez haya ocurrido el acontecimiento. Pero esto no nos asegura que la acción pueda volver a repetirse, obviamente, y por tanto el diseño de la estructura no se puede dejar en manos de acciones deterministas dado que nada nos asegura que pueda volver a repetirse.

Aquí tenemos una **estructura** con rigidez K y una masa M que no se considera como carga sino como parte de ella, un ejemplo gráfico:

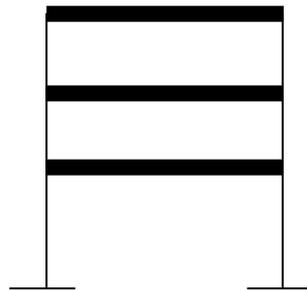


Figura 2: Representación de una estructura [Cassano, 2009]

La **acción** da origen a fuerzas de inercia y una representación gráfica es el de una gráfica en dónde la componente del tiempo está en el eje de abscisas y la componente de la fuerza en el eje de ordenadas.

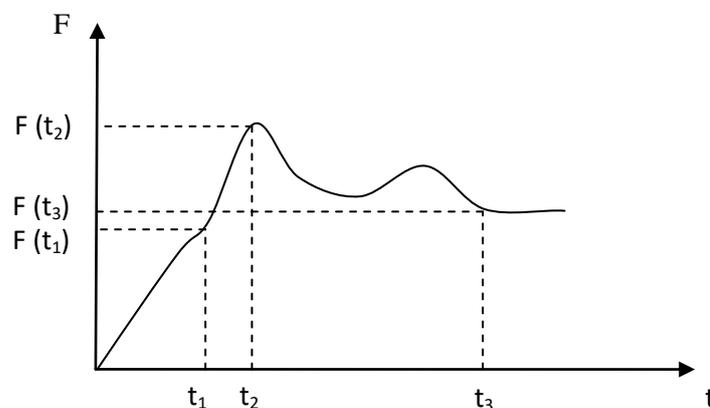


Figura 3: Representación de la acción [Cassano, 2009]

La acción es lo que genera una **respuesta**, un ejemplo gráfico son los diagramas de esfuerzos en forma de dibujo y esquema.

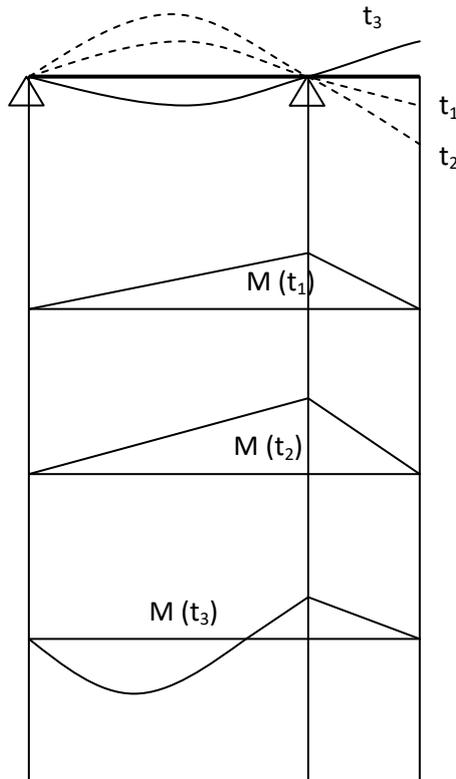


Figura 4: Representación de la respuesta [Cassano, 2009]

3.2.2 Importancia de la masa en el problema dinámico.

La vibración está ligada directamente con la masa con lo que influirá considerablemente en su respuesta, aunque la carga varíe con el tiempo. Una forma de ver esto es exponiendo dos casos diferentes pero con la misma carga:

a) Una estructura **SIN masa** no tiene inercia con lo que la respuesta seguirá idénticamente la forma de la carga:

$$K x (t) = F (t) \quad y \quad m = 0 \quad (8)$$

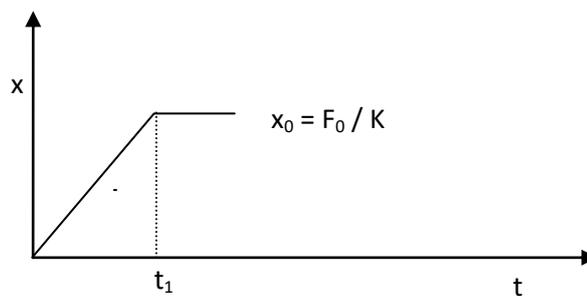


Figura 5: Representación de una respuesta sin masa [Cassano, 2009]

b) Una estructura **CON masa** si tiene inercia y por tanto movimiento y esto es lo que hace que modifique su respuesta y por tanto, dejar vibraciones remanentes:

$$m \ddot{x}(t) + k x(t) = F(t) \quad (9)$$

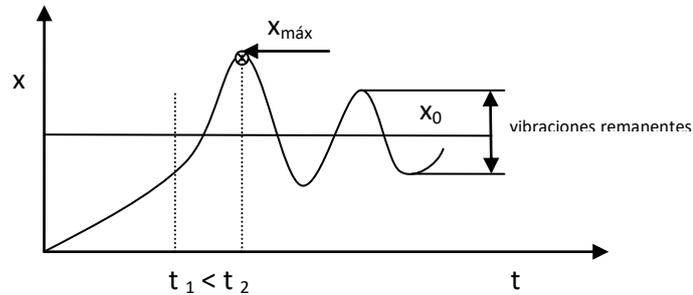


Figura 6: Representación de una respuesta con masa [Cassano, 2009]

Dónde:

- k = Rigidez [N/m]
- m = Masa [kg]
- F = Fuerza externa [N]

3.2.3 Velocidad de reacción de una estructura.

La velocidad de reacción de una estructura se define a través de los periodos naturales de vibración. La capacidad de responder a una acción externa (inercia) de alguna forma se puede expresar a través de los llamados "periodos naturales de vibración de la estructura".

Distintas estructuras reaccionan de forma diferente ante una carga exterior. Esta respuesta dependerá de las formas, los modos de vibrar, las frecuencias y los periodos.

Cuando se trata de un oscilador de 1 grado de libertad el periodo se obtiene fácilmente, sin embargo para estructuras con múltiples grados de libertad GLD no es así.

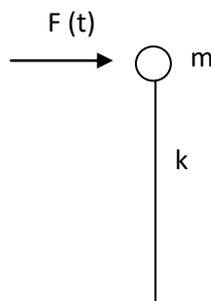


Figura 7: Representación de una estructura con 1 GLD [Cassano, 2009]

- Si $t_d \gg T \rightarrow$ PROBLEMA ESTÁTICO
- Si $t_d \approx T \rightarrow$ PROBLEMA DINÁMICO

Dónde:

- T = Periodo [s]
- t_d = Periodo máximo [s]

3.3 Modelos dinámicos característicos.

El modelo dinámico lo que hace es caracterizar lo mejor posible el comportamiento real de la estructura para que posteriormente pueda describir su respuesta sísmica lo más correctamente posible. Pero no se calcula la estructura real, sino el modelo mecánico adaptado a ella.

Lo que se pretende con un modelo dinámico es "filtrar" la señal de excitación a través de la estructura para obtener su respuesta y las variaciones de las magnitudes (desplazamientos, velocidades, aceleraciones, momentos, tensiones, etc.). La estructura actúa como un filtro entre el movimiento sísmico y su propio movimiento de respuesta, a modo de esquema:



Figura 11: Esquema del modelo dinámico

Pero para **obtener** esta **respuesta** se necesita saber previamente:

- El movimiento del terreno
- Las características del terreno
- La estructura propiamente dicha

En cuanto al **análisis** se aplicará a un modelo mecánico de la estructura, no a la estructura en sí y habrá que tener en cuenta si tenemos:

- Grados de libertad (GL): Que son los puntos de la estructura en que se identifican los desplazamientos y permiten una deformada de la estructura.
- Grados de libertad dinámicos (GLD): Que son los puntos que tienen asociada una masa y pueden conocerse las vibraciones y movimientos en el tiempo, es decir, el número mínimo de desplazamientos que se tiene que conocer para definir la posición de la estructura en cada instante durante su vibración.

La definición del modelo dependerá del tipo de estructura analizado y pretenderá relacionar las acciones y respuestas del modelo matemático del problema para su posterior solución mediante el método numérico de análisis.

La precisión de la respuesta dependerá de la certeza en que fueron formulados los modelos y los procedimientos.

A continuación representaremos la **modelización de una estructura**, que son los pasos a seguir para hallar la respuesta a partir de una estructura real dada mediante los modelos característicos. A modo de esquema quedarían de la siguiente forma:

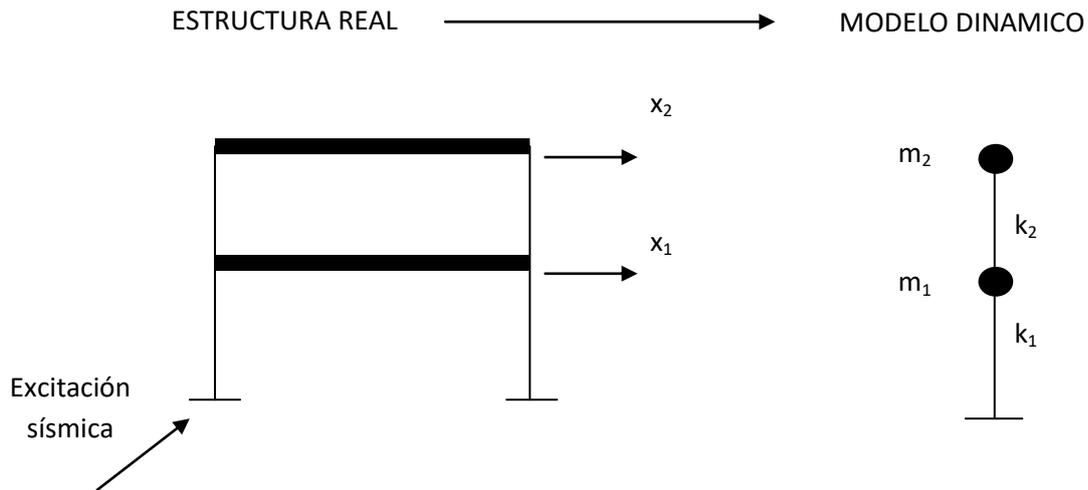


Figura 12: Esquema de cómo se pasa de una estructura real a un modelo dinámico [Cassano, 2009]

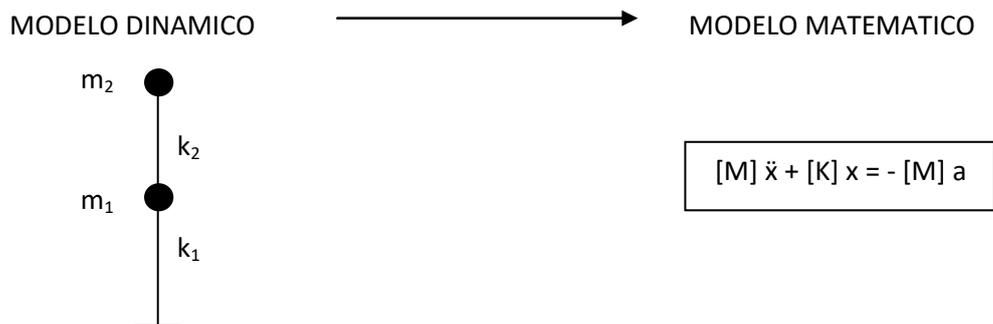


Figura 13: Esquema de cómo se pasa de un modelo dinámico a un modelo matemático [Cassano, 2009]

Y una vez tengamos el modelo matemático resolviendo mediante los procedimientos numéricos hallaremos la respuesta.

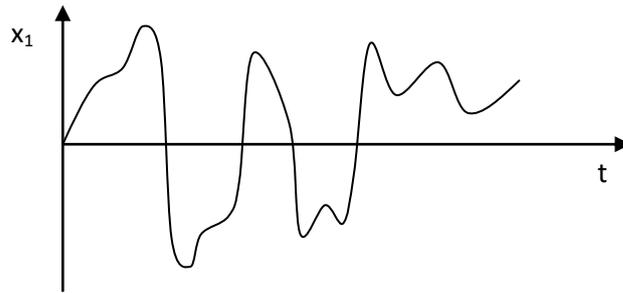


Figura 14: Esquema de una respuesta [Cassano, 2009]

3.3.1 Métodos de modelización dinámica.

Podemos diferenciar dos tipos, los exactos y los discretos:

- Modelos dinámicos **exactos**: Son modelos en los que se conoce la respuesta en cada punto de la estructura y en cada instante de tiempo por eso presentan tanto un número infinito de puntos espaciales como de temporales. Su utilidad es escasa y cuando se usan es solo para casos que no presentan mucha complejidad.
- Modelos dinámicos **discretos**: Son modelos que presentan un número finito de puntos en el espacio, lo que se conoce como discretización espacial y corresponde a los GLD, y los que también presentan un número finito de instantes de tiempo que es donde se calcula la respuesta para cada GLD y es lo que se conoce como discretización temporal.

Un modelo exacto presenta más inconvenientes que un modelo discreto a la hora de obtener mejores resultados tanto matemáticos como en la precisión del cálculo de estructuras.

Pero nosotros nos centraremos en la discretización mediante la concentración de masas y fuerzas usando el **METODO DE LAS MASAS CONCENTRADAS** ya que es el que más se utiliza tanto en estructuras para edificación como para estructuras en ingeniería civil (nuestro sector).

Este método **consiste en** definir una serie de puntos en el sistema continuo y suponer que toda la masa y las fuerzas aplicadas al sistema están concentradas en dichos puntos. El cuerpo mantiene sus características de rigidez, pero la masa y la fuerza distribuida se aproximan mediante masas y fuerzas concentradas que produzcan aproximadamente el mismo efecto.

Este método **consiste en** suponer que la masa de la estructura está concentrada en una serie de puntos elegidos de tal manera que el modelo que resulta aproxime lo mejor posible el comportamiento de la estructura real.

Los desplazamientos en la dirección donde se concentran las masas durante su vibración son los grados de libertad dinámica GLD.

Una vez que se conoce la posición de la deformada en cada instante se puede calcular las deformaciones y tensiones en cada instante por medio del principio de cálculo estático.

Podemos distinguir modelos de 1 GLD y modelos de múltiples GLD en las estructuras.

- La estructura con 1 GLD es cuando se puede definir la posición de la misma durante su vibración utilizando un solo parámetro, el desplazamiento. Y existen tres tipos de modelos. El modelo conservativo, el modelo con amortiguamiento y el modelo sísmico.
- La estructura con múltiples GLD es lo mismo que la de 1 GLD pero con varias plantas. Y los tipos de modelos son los mismos pero con más plantas donde en cada punto o **nudo** debe haber una masa (m) y un desplazamiento (x) y en cada pilar una constante k de rigidez.

3.3.2 Ecuaciones de movimiento.

Son las expresiones matemáticas que definen las características de la respuesta dinámica de una estructura. Se pueden calcular utilizando los siguientes principios:

- **Principio de D'Alembert:**

Es el procedimiento más directo para establecer las ecuaciones de movimiento. Se puede formular de la siguiente forma:

$$F_i^n(t) = -m_n * \ddot{x}_n(t) \quad [10]$$

Dónde:

- m_n = Masa [kg]
- $\ddot{x}_n(t)$ = Aceleración [m/s²]

- **Principio de Hamilton:**

Se llama funcional de Hamilton a la cantidad:

$$\pi_H = \int_{t_1}^{t_2} (E_p - E_c) dt + \int_{t_1}^{t_2} E_d dt \quad [11]$$

Dónde el principio afirma que un sistema se halla en equilibrio dinámico si:

$$d \pi_H = 0 \quad [12]$$

Dónde:

- E_p = Energía potencial [J]
- E_c = Energía cinética [J]
- E_d = Energía dinámica [J]
- d = Variación del funcional en el intervalo de tiempo
- t_1 = Tiempo [s]
- t_2 = Tiempo [s]

Formulación de la ecuación de movimiento del sistema con 1 grado de GLD.

Para explicarlo se usaremos el principio de D'Alembert y el ejemplo del modelo dinámico del péndulo invertido, el cual se caracteriza solamente por su masa (m) y su rigidez (k) y en estos dos casos también con la constante (c) por tener amortiguamiento.

Tenemos dos casos o modelos:

1) Aplicando una fuerza exterior, por ejemplo el **viento** (carga dinámica) con amortiguamiento.

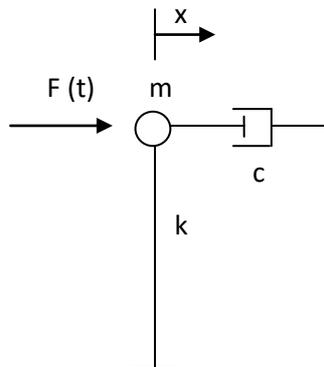


Figura 15: Esquema de un péndulo invertido con fuerza aplicada (viento) y amortiguamiento [Cassano, 2009]

Dónde:

- m = Masa [kg]
- k = Constante de rigidez [N/m]
- c = Coeficiente de amortiguamiento
- x = Desplazamiento [m]

Todas las estructuras se comportan en la realidad física dinámicamente cuando sufren la acción de fuerzas externas.

Al aplicar estas fuerzas se puede producir aceleración, velocidad o desplazamiento. Y para un instante de tiempo "t" el tipo de fuerza será:

a) **Fuerza de inercia** cuando se produce aceleración:

$$F_i(t) = m \ddot{x}(t) \quad [13]$$

b) **Fuerza de amortiguamiento** cuando se produce velocidad:

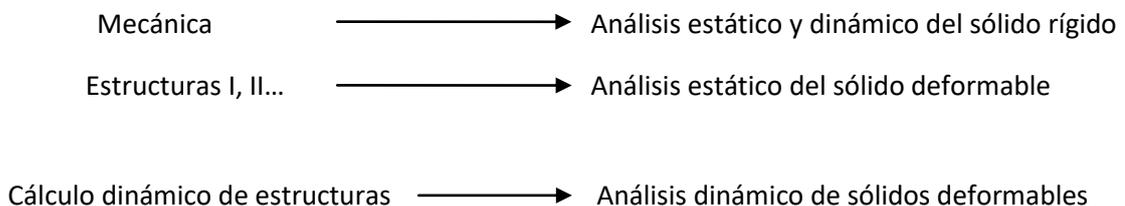
$$F_a(t) = c \dot{x}(t) \quad [14]$$

c) **Fuerza elástica** cuando se produce desplazamiento:

$$F_e(t) = k x(t) \quad [15]$$

Si las cargas o desplazamientos se aplican de forma lenta, las fuerzas de inercia y de amortiguamiento serán despreciables frente a las elásticas y el análisis elástico estará justificado.

Si las fuerzas o desplazamientos no son lentos, el análisis dinámico es necesario y se plantea como una extensión del análisis estático mediante la aplicación de equilibrios de fuerzas.



Aplicando el **equilibrio** en el instante "t" de la fuerza exterior sobre las fuerzas de inercia, de amortiguamiento y elásticas. Donde la fuerza exterior es igual a la suma de las otras tres:

$$F_{ext}(t) = F_i(t) + F_a(t) + F_e(t) \quad [16]$$

Obtendremos la **Ecuación de movimiento** con 1 GLD con carga exterior y amortiguamiento:

$$F = m \ddot{x} + c \dot{x} + k x \quad [17]$$

2) **Aplicando una aceleración**, por ejemplo un **terremoto** (carga sísmica) con amortiguamiento.

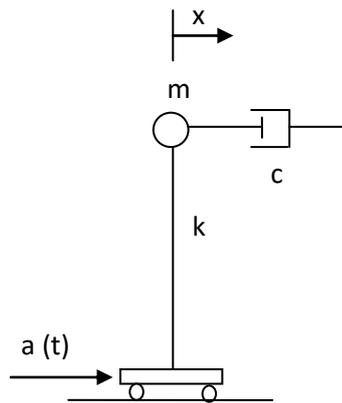


Figura 16: Esquema de un péndulo invertido con aceleración aplicada y amortiguamiento [Cassano, 2009]

Dónde:

- m = Masa [kg]
- k = Constante de rigidez [N/m]
- c = Coeficiente de amortiguamiento
- x = Desplazamiento [m]

En este caso el planteamiento es parecido, lo único que cambia es que en vez de aplicar una fuerza externa se aplica una fuerza de inercia afectada por la aceleración. En este caso tendremos que:

$$F_i = m [a + \ddot{x}] \quad [18]$$

Y la ecuación de movimiento sería:

$$m \ddot{x} + c \dot{x} + k x = - m a \quad [19]$$

Y aplicando la fuerza exterior obtendremos la **Ecuación de movimiento con aceleración y amortiguamiento**:

$$\mathbf{F} - \mathbf{m} \mathbf{a} = \mathbf{m} \ddot{\mathbf{x}} + \mathbf{c} \dot{\mathbf{x}} + \mathbf{k} \mathbf{x} \quad [20]$$

3.4 Respuesta dinámica de una estructura con múltiples grados de libertad (GLD).

3.4.1 Ecuaciones de equilibrio dinámico o ecuaciones de movimiento.

En los problemas dinámicos no sólo hay que representar las fuerzas elásticas a través de la matriz de rigidez sino que también hay que representar correctamente la distribución de la masa.

Entonces a través de la propiedad de inercia que caracteriza a las masas, se generan las fuerzas de inercia que deben ser tenidas en cuenta en las **ecuaciones de equilibrio dinámico**.

Por tanto en el problema dinámico se deben agregar las fuerzas de inercia y las fuerzas disipativas.

Y el sistema de ecuaciones diferenciales sería del tipo:

$$\mathbf{M} \ddot{\mathbf{U}}(t) + \mathbf{C} \dot{\mathbf{U}}(t) + \mathbf{K} \mathbf{U}(t) = \mathbf{F}(t) \quad [21]$$

Y para el caso de ecuaciones sísmicas sería:

$$\mathbf{M} \ddot{\mathbf{U}}(t) + \mathbf{C} \dot{\mathbf{U}}(t) + \mathbf{K} \mathbf{U}(t) = - \mathbf{M} \{\mathbf{J} \mathbf{a}\} \quad [22]$$

Dónde:

- \mathbf{M} = Matriz de masas (kg)
- \mathbf{C} = Matriz de amortiguamiento
- \mathbf{K} = Matriz de rigidez (N/m)
- $\ddot{\mathbf{U}}(t)$ = Vector de aceleración (m^2/s)
- $\dot{\mathbf{U}}(t)$ = Vector de velocidad (m/s)
- $\mathbf{U}(t)$ = Vector de desplazamiento (m) (respuesta)
- \mathbf{F} = Vector de fuerzas externas (N)
- \mathbf{J} = Vector con todos sus componentes igual a 1
- $\mathbf{a}(t)$ = aceleración de apoyo (m^2/s)

- El vector $M*\ddot{U}(t)$ son las fuerzas de inercia
- El vector $C*\dot{U}(t)$ son las fuerzas disipativas
- El vector $K*U(t)$ son las fuerzas elásticas

La suma de estas fuerzas y las fuerzas exteriores $F(t)$ deben permanecer **en equilibrio** en todo instante y K , C y M son constantes que no varían en el tiempo.

3.4.2 Obtención de los grados de libertad dinámicos (GLD).

En primer vamos a definir lo que es un GLD. Son aquellos grados de libertad geométricos que tienen asociado al mismo una cierta masa, es decir la propiedad de generar fuerzas de inercia.

Pero no en todos los casos es así y por eso no es necesario el análisis dinámico.

En segundo lugar decir que el número de **grados de libertad** de una estructura no depende del número de barras sino del número de **nudos** que se adopte para representar su deformada.

La solución de problemas dinámicos es más compleja que la de problemas estáticos, por lo que se intentará reducir a medida de lo posible el número de GLD.

La forma más simple de hacerlo sin perder la precisión es mediante la:

Condensación estática de la matriz de rigidez K .

Que dada una estructura y su modelo estático puede subdividirse la matriz de rigidez así como el vector desplazamiento de manera que se pueda separar las ecuaciones que tengan masa (GLD) de las que no la tengan (GLE). A modo de esquema :

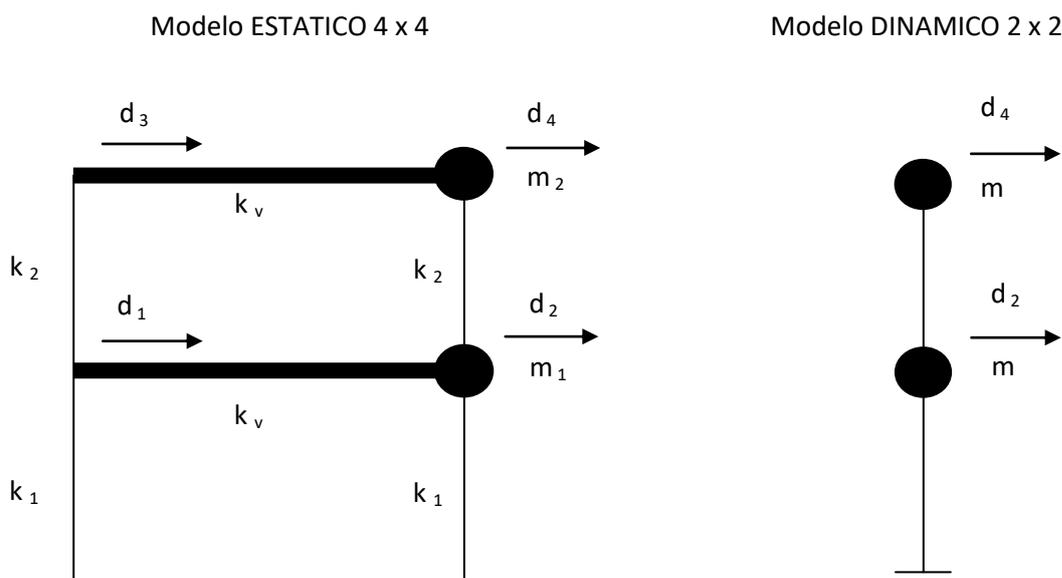


Figura 17: Condensación estática de la matriz de rigidez [Cassano, 2009]

3.4.3 Resolución de las ecuaciones de movimiento en estructuras con múltiples GLD

Descomposición y superposición modal

Las características dinámicas de los modelos con múltiples grados de libertad se definen analizando sus vibraciones libres no amortiguadas gobernadas por la siguiente ecuación:

$$\mathbf{M} \ddot{\mathbf{U}} + \mathbf{K} \mathbf{U} = \mathbf{0} \quad [23]$$

En el caso sísmico sería:

$$\mathbf{M} \ddot{\mathbf{U}} + \mathbf{C} \dot{\mathbf{U}} + \mathbf{K} \mathbf{U} = -\mathbf{M} \{\mathbf{J} \mathbf{a}\} \quad [24]$$

Esta ecuación tiene soluciones particulares del tipo:

$$\mathbf{D}(\mathbf{t}) = \mathbf{A} e^{i\psi t} \quad [25]$$

Sustituyendo,

$$\mathbf{D}(\mathbf{t}) = \mathbf{A} e^{i\psi t} \quad [26]$$

en

$$\mathbf{M} \ddot{\mathbf{U}} + \mathbf{K} \mathbf{U} = \mathbf{0} \quad [27]$$

Se obtiene:

$$[\mathbf{K} - \omega^2 \mathbf{M}] \mathbf{A} = \mathbf{0} \quad [28]$$

Este sistema de ecuaciones algebraicas lineales y homogéneas constituye un problema de autovalores. Dicho sistema tiene soluciones "A" distintas de la trivial, es decir que el modelo vibra solamente si el determinante de la matriz de coeficientes es igual a cero.

$$|\mathbf{K} - \omega^2 \mathbf{M}| \phi_i = 0 \quad [29]$$

Los autovectores " ϕ_i " son ortogonales respecto a las matrices de masa y de rigidez, es por eso que pueden formar una base completa para el espacio de los desplazamientos estructurales y por lo tanto podremos escribir:

$$\mathbf{D} = \sum \phi_i * y_i(\mathbf{t}) \quad [30]$$

Y:

$$\phi_i = \frac{A_i}{A_i \mathbf{1}} \quad [31]$$

Dónde:

- A = Vector que contiene las amplitudes del desplazamiento (m)
- ψ = Ángulo de fase (grados)
- \ddot{U} = Vector de aceleración (m^2/s)
- \dot{U} = Vector de velocidad (m/s)
- U = Vector de desplazamiento (m)
- M = Matriz de masas (kg)
- K = Matriz de rigidez (N/m)
- ω^2 = Pulsación o frecuencia circular (rad/s)²
- ϕ_i = Autovector
- D = Desplazamientos estructurales (m)
- $y_i(t)$ = Respuesta generalizada

3.5 Análisis de construcciones con efectos dinámicos del viento

El viento es un efecto meteorológico que se debe tener en cuenta en el diseño de estructuras de edificios debido a que es una acción accidental que intervienen en ellos en forma de combinaciones de carga y por ello se deben adoptar unas medidas de seguridad o factores a tener en cuenta.

Toda estructura está destinada a soportar su propio peso y la presencia de acciones exteriores sin perder las condiciones de funcionalidad para las que fue concebida. Una estructura tiene un número de grados de libertad negativo o cero, por lo que los únicos desplazamientos que puede sufrir son las deformaciones internas.

La presión que ejerce el viento a la estructura es proporcional al cuadrado de la velocidad y debe ser calculada, principalmente en las superficies expuestas de una estructura. La **velocidad del viento** es variable y presenta turbulencias debido a la rugosidad de la tierra. Sin embargo, la edificación asume una posición deformada debido a una velocidad constante y que vibra a partir de esta posición debido a la turbulencia.

El **procedimiento analítico** para evaluar los efectos producidos por el viento involucra:

El análisis simple, si los efectos producidos por el viento no son fundamentales en el diseño.

O el análisis completo si por el contrario las fuerzas de viento en algún sentido resultan determinantes en el diseño.

A su vez éstas cargas dependen de la ubicación de la estructura, su altura, el área expuesta y de la posición.

Por ejemplo, para un terreno muy liso donde el campo es abierto y con escasa vegetación, el viento mantiene una velocidad muy alta aún dependiendo de que esté cerca de la superficie, mientras que en el centro de ciudades con edificaciones altas, la velocidad disminuye muy rápidamente bastante alta hasta la superficie del terreno.

La **velocidad gradiente** se alcanza sobre una altura de 250 m en campo abierto, mientras que en el centro de una ciudad se alcanza sobre los 500 m.

Cuando el flujo del viento se ve obstaculizado por un objeto fijo, tiene que desviarse para rodearlo y es por lo que produce presiones sobre el objeto. Si las partículas de viento golpean en la cara expuesta directamente al viento se produce un **empuje** y si se producen en la cara opuesta se produce una **succión**.

Los dos efectos se suman dando lugar a una fuerza de arrastre sobre el objeto y en las caras laterales se presenta una distribución de presiones que varía de empuje a succión.

La **fuerza** llamada de **sustentable** es importante en el diseño de secciones ligeras y pequeñas como los ángulos que forman las torres y armaduras.

La forma de la **distribución de presiones** resulta compleja dependiendo de la geometría del objeto. Los componentes de **fluctuación de la velocidad** pueden entrar en sincronía con la vibración del edificio y producir amplitudes de deformación perjudiciales, suelen presentarse en casos donde las estructuras tienen bajo amortiguamiento como torres, edificios muy esbeltos, etc. [Efectos del viento en las estructuras, 2018].

El **efecto del viento** sobre una estructura **depende** de:

- La densidad y velocidad del aire
- Del ángulo de incidencia del viento
- De la forma y rigidez de la estructura
- De la rugosidad de la superficie.
- De la carga de viento (w)

Las **fuerzas aerodinámicas del viento** son dos:

- **T (z)** que es **de empuje** y es paralela a la dirección del flujo.
- **L (z)** que es **de deriva** y es perpendicular a la dirección del flujo.

Mayormente predominan las fuerzas de "empuje", pero para algunas estructuras con

- Bajo amortiguamiento
- Poca flexibilidad o poca rigidez
- O construcciones ligeras con poca masa

Hay que tener en cuenta las perpendiculares de "deriva" y su validez será:

- En construcciones prismáticas o cuasiprismáticas
- Primer modo dominante
- Cuando el periodo fundamental sea $T_1 > 1$ seg
- Cuando el amortiguamiento sea $\xi < 0.01$

3.5.1 Acciones paralelas a la dirección del viento

Para calcular la fuerza que debe resistir una estructura frente a la acción paralela a la dirección del viento se usará el procedimiento basado en el "factor de ráfaga".

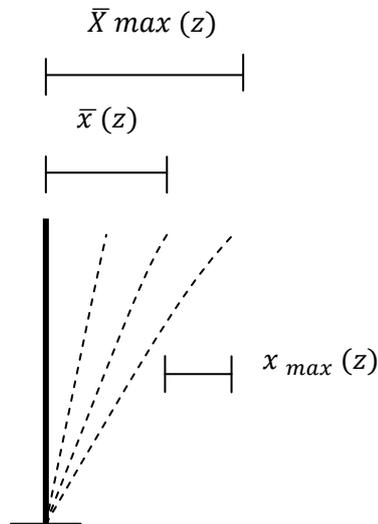


Figura 18: Estructura con efecto de viento [Cassano, 2009]

Lo que se pretende es calcular el desplazamiento que le provocará a una estructura. Para ello se calculará mediante la fórmula:

$$\bar{X}_{max}(z) = \bar{x}(z) + x_{max}(z) \quad (32)$$

Donde:

- $\bar{x}(z)$ = desplazamiento medio (m)
- $x_{max}(z)$ = desplazamiento fluctuante debido a la turbulencia variable con el tiempo (m)

Se tendrán en cuenta unas **hipótesis básicas** para reemplazar la acción dinámica del viento turbulento por un procedimiento estático equivalente.

1. El comportamiento elástico lineal
2. El modo de vibrar
3. La contribución de los modos por lo que $G(z) = G = \text{cte.}$
4. La velocidad del viento en intervalos de una hora
5. La variación de la velocidad del viento

$$V(z) = V_0 * \frac{\ln \frac{z}{z_{0,i}}}{\ln \frac{10}{z_{0,i}}} * \frac{z_{0,i}^{0.0706}}{z_{0,i}} \quad (33)$$

Donde:

- V_0 = velocidad básica de diseño [m/s]
- $z_{0,i}$ = parámetro que depende de la rugosidad
- $z_{0,1}$ = rugosidad

El procedimiento de cálculo.

1. Presiones

La presión dinámica que incluye el efecto de la turbulencia del viento se determina mediante:

$$q'_z = G * c_z * c_2 * q_0 \quad (34)$$

$$G = 1 + 1.234 * K * \frac{\sqrt{B+r}}{J} \quad (35)$$

Donde:

- G = factor de ráfaga que se calcula mediante ábacos y tablas
- c_z = variación por rugosidad
- c_2 = factor por cambio de tiempo en velocidad media
- q_0 = presión dinámica básica

En cada nivel se comparará:

$$q'_z > q_z \quad (36)$$

- SI se cumple \longrightarrow Se adopta q'_z para los esfuerzos
- NO se cumple \longrightarrow Se adopta q_z para los esfuerzos

$$q'_z = G * c_z * c_d * q_0 \quad (37)$$

2. Aceleraciones

$$\ddot{X}_{max}(z) = K * \varphi_{\dot{X}}(z) \quad (38)$$

3. Verificaciones

- El dimensionado estructural
- De confort con gráficos y tablas en función de $X_{max} \ddot{X}_{max} T$
- De deformaciones admisibles

$$\frac{H}{500} < X_{max} < \frac{H}{350} \quad (39)$$

3.5.2 Acciones perpendiculares a la dirección del viento

4. Resonancia

La velocidad crítica del viento que produce el fenómeno de resonancia es:

$$V_{cr} = \frac{d}{S * T} \quad (40)$$

Donde:

- d = ancho de la superficie maestra (m)
- S = nº de Strouhal { *cilindros* = 0.20 ; *prismas* = 0.25 a 0.30 }
- T = Periodo propio (s)

Si $V_{cr} > 25$ m/s entonces puede prescindirse del cálculo de la resonancia.

5. Fuerzas de deriva

$$L(z) = \frac{0.08}{\xi} * q_{cr} * \frac{z}{h} * d \quad (41)$$

$$q_{cr} = 0.000613 * V_{cr} \quad (42)$$

- ξ = fracción del amortiguamiento

6. Fuerzas de deriva

$$T(z) = Tz = 0.8 * C_e * G * q_{cr} * d \quad (43)$$

Donde:

- C_e = coeficiente global de empuje
- G = factor de ráfaga correspondiente a V_{cr}

Las fuerzas $L(z)$ y T_z obtenidas para V_{cr} (correspondientes al periodo perpendicular y paralelo respectivamente) se suman mediante:

$$F(z) = \sqrt{L(z)^2 + T_z^2} \quad (44)$$

Y se deben comparar con las correspondientes obtenidas con q'_z o q_z dadas para la velocidad de diseño. [Cassano, 2009], Análisis de estructuras bajo acciones dinámicas.

3.6 Análisis de construcciones con efectos sísmicos

El sismo es un temblor en forma de vibraciones de la causado por un movimiento brusco y repentino en las capa internas de la tierra (corteza y manto). Estos movimientos se producen por el choque de las placas tectónicas, donde la colisión libera energía mientras los componentes de la corteza terrestre se reconstruyen para volver a alcanzar su equilibrio mecánico. Un ejemplo sería como las ondas que genera el agua cuando tiras una piedra en un estanque de agua.

La principal causa que generan los sismos es la deformación de las rocas próximas a una falla activa, la cual libera su energía acumulada y provocan las grandes vibraciones o temblores. Algunos ejemplos que provocan los sismos son:

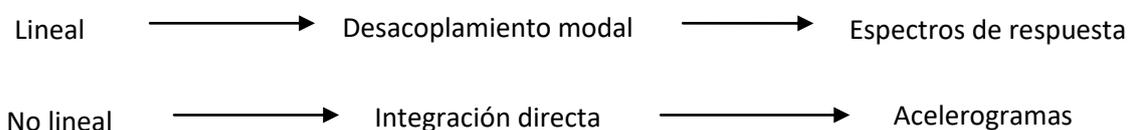
- El hundimiento de cavidades
- Los movimientos de laderas
- Los volcanes
- Variaciones de la presión atmosférica

Definición numérica del sismo:

Desde el punto de vista constructivo y en nuestro sector de edificación lo más importante es tener en cuenta el análisis estructural. Para ello una buena solución es recolectar datos e información de terremotos anteriores y seguir sus parámetros, para así predecir mejor el momento en el cual se pueda volver a repetir.

También es muy importantes tener en cuenta una serie de características como: La fuerza (expresada en función de la aceleración del terreno), la duración, la intensidad, las frecuencias y la secuencia de choques.

Existen dos **tipos de análisis estructural** según la acción del sismo:



Espectros de respuesta:

Es lo que mejor define y caracteriza a una acción sísmica obteniendo los mejores resultados de las características de la estructura. Tiene también la ventaja de que puede modificarse.

El procedimiento para calcularlo sería sacando los máximos de respuesta de desplazamiento de la masa con respecto al suelo para sistemas con el mismo amortiguamiento y diferentes periodos.

Para sistemas con 1 grado de libertad el máximo valor de desplazamiento para un espectro de una respuesta sería:

$$S_d(T, \check{\xi}) = |u|_{max} \quad (45)$$

$$S_v(T, \check{\xi}) = \omega * S_d(T, \check{\xi}) \quad (46)$$

$$S_a(T, \check{\xi}) = \omega^2 * S_d(T, \check{\xi}) \quad (47)$$

Dónde:

- S_d = Curva de desplazamiento (m)
- S_v = Curva de velocidad (m/s)
- S_a = Curva de aceleración (m^2/s)
- T = Periodo (s)
- $\check{\xi}$ = Amortiguamiento (m)
- ω = Pulsación o frecuencia circular (rad/s)²

En donde podemos hacer el análisis de las variaciones de las curvas S_d , S_v , S_a en función del tipo de estructura. [Cassano, 2009].

Existen diferentes FUNCIONES DE CARGA:

De las que nos interesan las **EXCITACIONES PERIÓDICAS**:

- Carga Armónica
- Carga Periódica
- Carga Cuasi Periódica
- Cargas Impulsivas
- Carga Dinámica General
- Carga de Aceleración Sísmica del Terreno

Y para calcular las **EXCITACIONES ARMÓNICAS** las ecuaciones que se aplicarán para resolverlas serán:

$$P = P_0 * \text{sen}(\Omega t) \quad (48)$$

$$P = \frac{P_0}{\omega} * (1 - \cos(\omega * t)) \quad (49)$$

$$P = \frac{b}{\omega} * \left(t^2 + \frac{2 * \cos(\omega * t)}{\omega^2} - \frac{2}{\omega^2} \right) \quad (51)$$

$$P = P_0 * \text{sen} \left(2 * \Pi * \frac{t}{t_0} \right) \quad (52)$$

Entonces la **ecuación de movimiento** será:

$$m\ddot{x} + c\dot{x} + kx = P_0 * \text{sen} (\Omega t) \quad (53)$$

Dónde:

- P = Carga Exterior o Amplitud (m)
- P₀ = Carga Exterior Máxima o Amplitud Máxima (m)
- ω = Pulsación o frecuencia circular (rad/s)²
- Ω = Frecuencia de la excitación (Hz)
- t = Tiempo (s)
- m = Masa (kg)
- c = Amortiguamiento (m)
- k = Rigidez (N/m)
- \ddot{x} (t) = Aceleración (m²/s)
- \dot{x} (t) = Velocidad (m/s)
- x (t) = Desplazamiento (m)

3.7 Criterios de confort

Para estudiar los diferentes grados o niveles de confort de todo el conjunto de una edificación, ocupantes que serian las personas, edificio en sí y estructuras se presenta una tabla (figura 19).

En esta tabla se obtienen unos parámetros en función de la aceleración (a), el periodo (T) y la amplitud (Δf) para obtener:

La respuesta humana y como afectan los sismos en sus efectos fisiológicos y psicológicos frente a ellos, dado que las oscilaciones excesivas incide negativamente en ellas.

Se obtienen distintas zonas (A, B, C, D, E, F y G) en donde podemos clasificar el daño según el grado de oscilación.

La **tabla** se presenta aquí abajo:

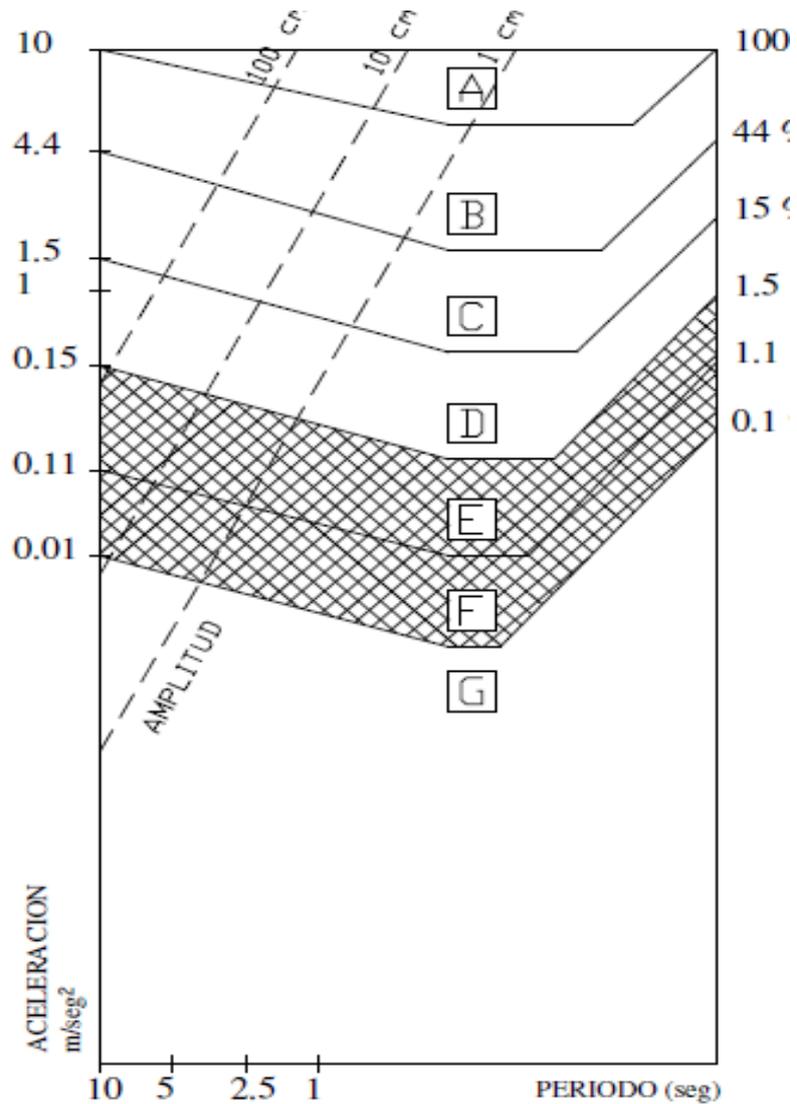


Figura 19. Grafico de confort [Cassano, 2009]

De la gráfica citada aquí arriba hemos obtenido los siguientes **parámetros**:

- Si $\Delta f \leq 1 \text{ cm}$:

$$\ddot{U} \geq 10 \longrightarrow \text{zona A}$$

$$\ddot{U} < 10 \text{ y } \ddot{U} \geq 4.4 \longrightarrow \text{zona B}$$

$\ddot{U} < 4.4$ y $\ddot{U} \geq 1.5$ —————> zona C
 $\ddot{U} < 1.5$ y $\ddot{U} \geq 0.15$ —————> zona D
 $\ddot{U} < 0.15$ y $\ddot{U} \geq 0.11$ —————> zona E
 $\ddot{U} < 0.11$ y $\ddot{U} \geq 0.01$ —————> zona F
 $\ddot{U} < 0.01$ —————> zona G

- Si $\Delta f > 1$ cm y $\Delta f \leq 10$ cm:

$\ddot{U} \geq 10$ —————> zona A
 $\ddot{U} < 10$ y $\ddot{U} \geq 4.4$ —————> zona B
 $\ddot{U} < 4.4$ y $\ddot{U} \geq 1.5$ —————> zona C
 $\ddot{U} < 1.5$ y $\ddot{U} \geq 0.15$ —————> zona D
 $\ddot{U} < 0.15$ y $\ddot{U} \geq 0.11$ —————> zona E
 $\ddot{U} < 0.11$ y $\ddot{U} \geq 0.01$ —————> zona F
 $\ddot{U} < 0.01$ —————> zona G

- Si $\Delta f > 10$ cm y $\Delta f \leq 100$ cm:

$\ddot{U} \geq 10$ —————> zona A
 $\ddot{U} < 10$ y $\ddot{U} \geq 4.4$ —————> zona B
 $\ddot{U} < 4.4$ y $\ddot{U} \geq 1.5$ —————> zona C
 $\ddot{U} < 1.5$ y $\ddot{U} \geq 0.15$ —————> zona D
 $\ddot{U} < 0.15$ y $\ddot{U} \geq 0.11$ —————> zona E
 $\ddot{U} < 0.11$ y $\ddot{U} \geq 0.01$ —————> zona F
 $\ddot{U} < 0.01$ —————> zona G

- Si $\Delta f > 100$ cm

$\ddot{U} \geq 10$ —————> zona A
 $\ddot{U} < 10$ y $\ddot{U} \geq 4.4$ —————> zona B
 $\ddot{U} < 4.4$ y $\ddot{U} \geq 1.5$ —————> zona C

$\ddot{U} < 1.5$ y $\ddot{U} \geq 0.15$ \longrightarrow zona D

$\ddot{U} < 0.15$ y $\ddot{U} \geq 0.11$ \longrightarrow zona E

En cuanto a la **percepción humana** según los parámetros antes citados y la aceleración podemos clasificarla en diferentes rangos según esta tabla:

Percepción humana	Aceleración \ddot{U} (m/s ²)	Rango
Intolerable	$9.8 < \ddot{U}$	A
Muy poco tolerable	$4.312 < \ddot{U} \leq 9.8$	B
Demasiado perceptible	$1.47 < \ddot{U} \leq 4.312$	C
Muy perceptible	$0.147 < \ddot{U} \leq 1.47$	D
Perceptible	$0.1078 < \ddot{U} \leq 0.147$	E
Escasamente perceptible	$0.0098 < \ddot{U} \leq 0.1078$	F
No perceptible	$\ddot{U} < 0.0098$	G

Tabla 2. Percepción humana según la aceleración sísmica [Cassano, 2009]

En cuanto a la **percepción en edificios** según los parámetros antes citados y la aceleración podemos clasificarlos en diferentes rangos según esta tabla:

Percepción humana	Aceleración \ddot{U} (m/s ²)	Rango
No tolerable	$9.8 < \ddot{U}$	A
No tolerable	$4.312 < \ddot{U} \leq 9.8$	B
Situación límite	$1.47 < \ddot{U} \leq 4.312$	C
En tareas industriales pesadas	$0.147 < \ddot{U} \leq 1.47$	D
En periodos breves de viviendas	$0.1078 < \ddot{U} \leq 0.147$	E
En periodos largos de viviendas	$0.0098 < \ddot{U} \leq 0.1078$	F
En periodos largos de viviendas	$\ddot{U} < 0.0098$	G

Tabla 3. Percepción en edificios según la aceleración sísmica [Cassano, 2009]

En cuanto a la **percepción en estructuras** según los parámetros antes citados y la aceleración podemos clasificarlos en diferentes rangos según esta tabla:

Estado de la estructura	Aceleración \ddot{U} (m/s ²)	Rango
Colapso	$9.8 < \ddot{U}$	A
Daños locales	$4.312 < \ddot{U} \leq 9.8$	B
Formación de grietas	$1.47 < \ddot{U} \leq 4.312$	C
Formación de fisuras	$0.147 < \ddot{U} \leq 1.47$	D
Sin influencia en estructuras corrientes	$0.1078 < \ddot{U} \leq 0.147$	E
Sin influencia	$0.0098 < \ddot{U} \leq 0.1078$	F
Sin influencia	$\ddot{U} < 0.0098$	G

Tabla 4. Percepción en estructuras según la aceleración sísmica [Cassano, 2009]

- Tablas de **magnitudes de percepción humana con respecto a la aceleración sísmica:**

Tabla según Khan y Parmelec:

Percepción humana	Aceleración \ddot{U} (m/s ²)
No perceptible	$\ddot{U} \leq 0.0392$
Levemente perceptible	$0.0392 < \ddot{U} \leq 0.0735$
Perceptible	$0.0735 < \ddot{U} \leq 0.196$
Molesta	$0.196 < \ddot{U}$

Tabla 5. Percepción humana según Khan y Parmelec. [Cassano, 2009]

Tabla según Chang:

Percepción humana	Aceleración \ddot{U} (m/s ²)
No perceptible	$\ddot{U} \leq 0.049$
Perceptible	$0.049 < \ddot{U} \leq 0.147$
Desagradable	$0.147 < \ddot{U} \leq 0.49$
Muy desagradable	$0.49 < \ddot{U} \leq 1.47$
Intolerable	$1.47 < \ddot{U}$

Tabla 6. Percepción humana según Chang. [Cassano, 2009]

Tabla según Yamada y Goto:

Rango	Efecto	Aceleración \ddot{U} (m/s ²)
1	Las personas no perciben movimiento	$\ddot{U} < 0.05$
2	Los objetos colgantes pueden moverse	$0.05 < \ddot{U} \leq 0.10$
3	Las personas perciben el movimiento	$0.10 < \ddot{U} \leq 0.25$
4	El trabajo de oficina se vuelve difícil. Aun se puede caminar	$0.25 < \ddot{U} \leq 0.40$
5	Se percibe fuertemente el movimiento. Hay dificultad para caminar	$0.40 < \ddot{U} \leq 0.50$
6	No se tolera el movimiento. No se puede caminar	$0.50 < \ddot{U} \leq 0.70$
7-8	Los objetos caen y pueden dañar a las personas	$0.85 < \ddot{U}$

Tabla 7. Percepción humana según Yamada y Goto. [Cassano, 2009]

Capítulo 4:

MODELIZACIÓN POR EL MÉTODO DE SIMULACIÓN POR REDES

4. Modelización por el método de simulación por redes.

4.1 Método de simulación por redes.

Las expresiones mostradas en el capítulo anterior serán programadas y simuladas por el método de simulación por redes. González-Fernández et al. [2001] muestra en su texto una descripción detallada de sus fundamentos y las aplicaciones iniciales en los distintos ámbitos de la ciencia e ingeniería: transporte a través de membranas, procesos electroquímicos, transmisión de calor, etc. Con posterioridad, este método se ha aplicado a nuevos problemas no lineales de la ciencia y la ingeniería Alarcón et al. [2002], Zueco et al. [2006], Castro et al. [2005], Soto et al. [2007], del Cerro et al. [2008], Luna et al [2010] y Sanchez-Pérez et al [2012]. Además, el método ha sido utilizado para su aplicación docente para distintos problemas físicos, Sanchez-Pérez et al [2016].

En su inicio, el Método de Simulación por Redes (MESIR) es una técnica para el estudio y simulación de procesos físicos que pueden definirse mediante un modelo matemático compuesto por un conjunto de ecuaciones. Partiendo de este modelo, el procedimiento consiste en dos etapas bien diferenciadas: en primer lugar, elaborar un modelo en red o circuito eléctrico equivalente al proceso, y en segundo lugar, simular dicho modelo mediante un programa adecuado de resolución de circuitos eléctricos.

En primer lugar, debe establecerse la equivalencia formal entre el modelo en red y el proceso físico que reside en que ambos se rigen por las mismas ecuaciones diferenciales en diferencias finitas en el espacio, referidas tanto al volumen elemental o celda como a las condiciones de contorno, siendo el tiempo una variable continua. Una vez establecida la correspondencia entre variables dependientes del problema físico y las variables eléctricas (desplazamiento y voltajes) y simulado el modelo con un software adecuado pueden representarse gráficamente los resultados obtenidos. Las condiciones de contorno e iniciales se incorporan al modelo de manera simple utilizando los componentes eléctricos adecuados.

4.2 NgSpice.

El software libre utilizado para la simulación del modelo en red es NgSpice [NgSpice, 2018], que pertenece a la familia de programas de simulación de circuitos SPICE2, Nagel [1977]. El uso extendido de NgSpice ilustra su capacidad para el tratamiento de una extensa variedad de problemas en simulación de circuitos, obteniendo la respuesta en régimen estacionario, la respuesta en régimen transitorio, la transformada de Fourier, y análisis de pequeña señal en corriente alterna.

4.3 Matlab.

La necesidad de realizar numerosas simulaciones de los modelos obliga a elaborar rutinas en Matlab [Matlab, 2018] para automatizar la generación de modelos en red. Además, permite acceder directamente a los archivos de datos de simulación y manipularlos con toda su potencia gráfica y numérica. De esta forma, Matlab nos permite representar gráficamente los resultados obtenidos, y combinaciones de ellos, de distintas formas, figura 20.

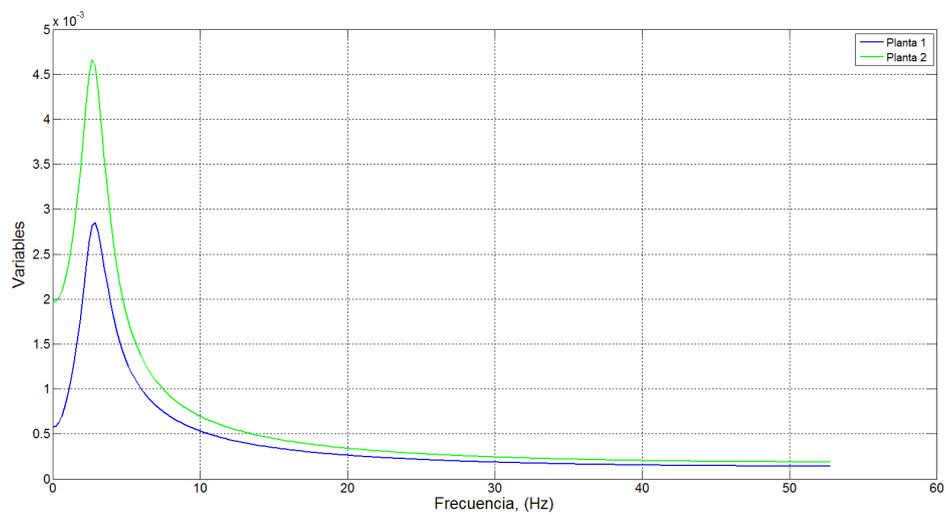


Figura 20 Representación en Matlab

Capítulo 5:

SIMULACIONES

Y

RESULTADOS

5. Simulación y resultados de cada caso:

Utilizaremos la **expresión (49)**, mencionada anteriormente, para simular una onda sísmica

$$P = \frac{P_0}{\omega} * (1 - \cos(\omega * t)) \quad (49)$$

5.1 CASO de estudio 1.

5.1.1 Parámetros de entrada.

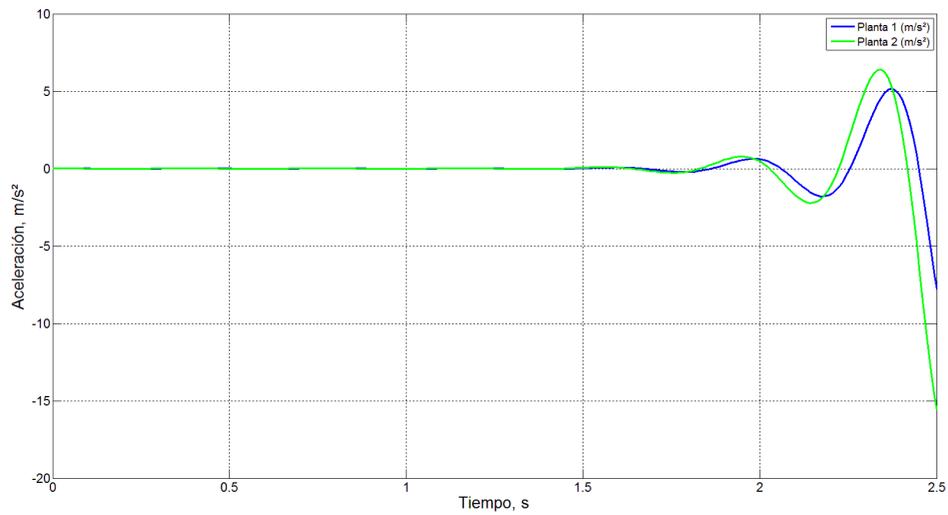
Edificio de 2 plantas:

- Peso (**Planta 1**) = 23.400 kg
- Peso (**Planta 2**) = 23.400 kg
- Rigidez = K (**P1**) = 6.436.539,3 N/m
- Rigidez = K (**P2**) = 5.869.819,5 N/m
- Amortiguamiento = $\xi = 5 \%$
- **Frecuencia angular = $\omega = 6 \text{ rad/s}$**
- Duración del terremoto = $t = 2,3 \text{ s}$
- Carga máxima exterior = $P_0 = 1 \text{ N}$

5.1.2 Criterios de solución.

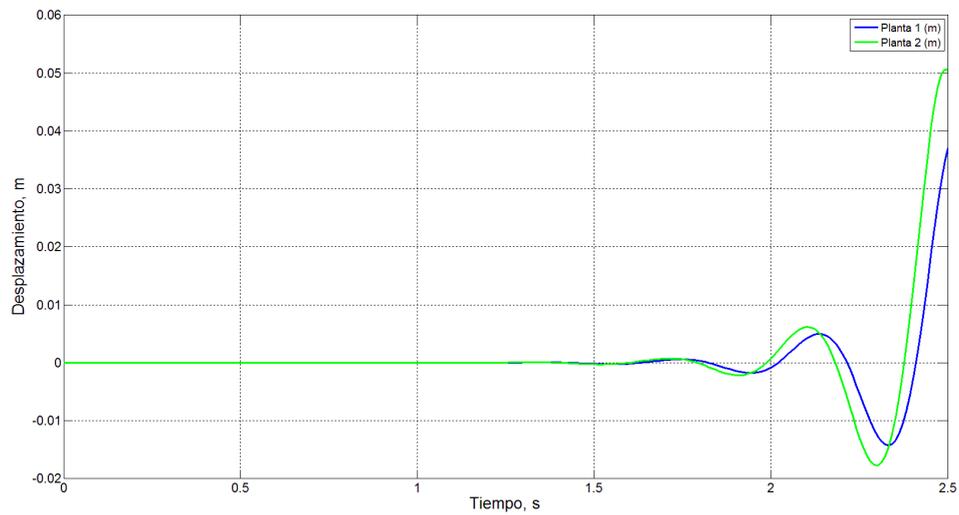
De la introducción de los parámetros anteriores en el software se obtienen como resultado las siguientes figuras:

- Gráfica de la Aceleración (\ddot{U}):



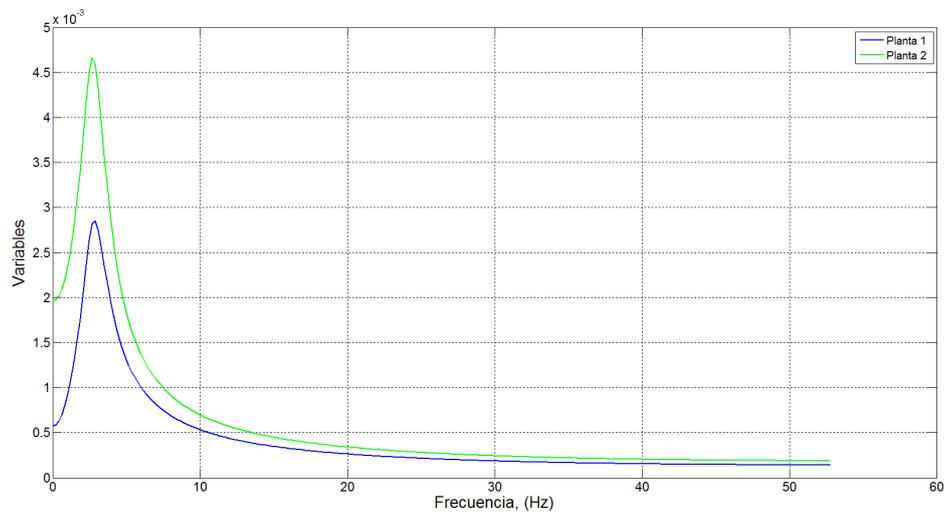
Gráfica 1.1 Gráfica de la Aceleración

- Gráfica del Desplazamiento (d):



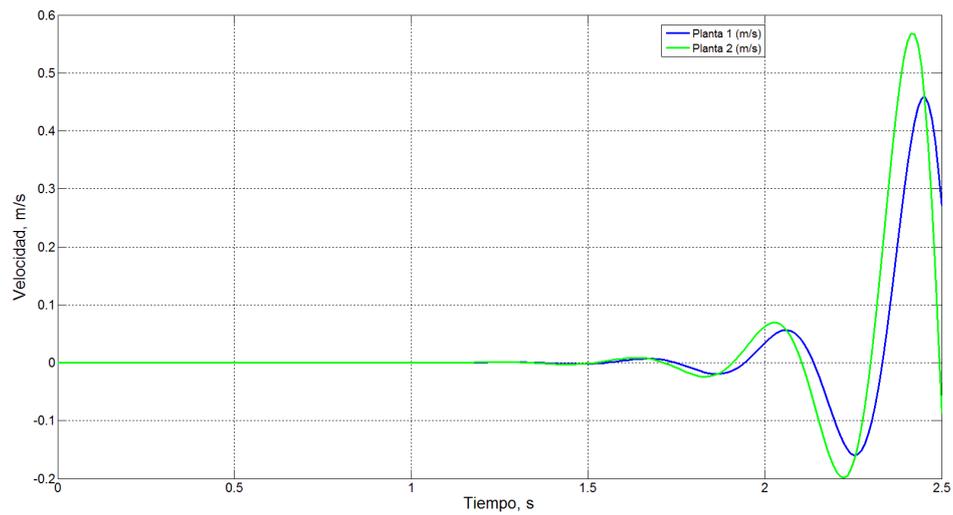
Gráfica 1.2 Gráfica del Desplazamiento

- Gráfica de la Frecuencia (f):



Gráfica 1.3 Gráfica de la Frecuencia

- Gráfica de la Velocidad (\dot{U}):



Gráfica 1.4 Gráfica de la Velocidad

5.1.3 Parámetros de salida.

En primer lugar, cogemos la aceleración " \ddot{u} " máxima de cada curva de la gráfica de aceleración (1.1).

- Aceleración = $\ddot{u} = 5 \text{ m/s}^2$ (para la [planta 1](#))
- Aceleración = $\ddot{u} = 6.6 \text{ m/s}^2$ (para la [planta 2](#))

Y la introducimos en las tablas de:

- Khan y Parmelec (tabla 5)
- Chang (tabla 6)
- Yamada y Goto (tabla 7)

Para comprobar en qué grado de oscilación nos encontramos y así obtener a su vez el rango de la percepción humana en que nos encontramos.

En segundo lugar, cogemos la frecuencia " f " máxima de cada curva de la gráfica de frecuencia (1.3).

- Frecuencia = $f = 3.5 \text{ hz}$ (para la [planta 1](#))
- Frecuencia = $f = 3.5 \text{ hz}$ (para la [planta 2](#))

Y la introducimos en la fórmula:

$$T = \frac{1}{f}$$

Para obtener el periodo (T) de cada planta.

- Periodo = $T = 0.286 \text{ s}$ (para la [planta 1](#))
- Periodo = $T = 0.286 \text{ s}$ (para la [planta 2](#))

Una vez que tenemos el periodo (T) junto con la aceleración (\ddot{u}), nos vamos a la tabla de confort e introducimos los datos para así poder obtener la ZONA en que nos encontramos. Y de ahí saber el grado de efecto que tenemos:

- Sobre las Personas
- En los Edificios
- De la Estructura

5.1.4 Estudio de percepción humana y del estado de la estructura del edificio.

Según **Khan y Parmelec** para las 2 plantas, la percepción humana es **molesta**:

$$0.196 < \ddot{U} = (5 \text{ m/s}^2)$$

$$0.196 < \ddot{U} = (6.6 \text{ m/s}^2)$$

Según **Chang** para las 2 plantas, la percepción humana es **intolerable**:

$$1.47 < \ddot{U} = (5 \text{ m/s}^2)$$

$$1.47 < \ddot{U} = (6.6 \text{ m/s}^2)$$

Según **Yamada y Goto** para las 2 plantas, los objetos se caen y **pueden dañar** a las personas:

$$0.85 < \ddot{U} (5 \text{ m/s}^2)$$

$$0.85 < \ddot{U} (6.6 \text{ m/s}^2)$$

Según la **gráfica de confort** para las 2 plantas, nos encontramos en la **zona B**, en dónde:

- Para las **personas** es **muy poco tolerable**.
- Para los **edificios** se producirán **daños locales**.
- Para las **estructuras** se producirán **daños locales**.

5.2 CASO de estudio 2.

5.2.1 Parámetros de entrada.

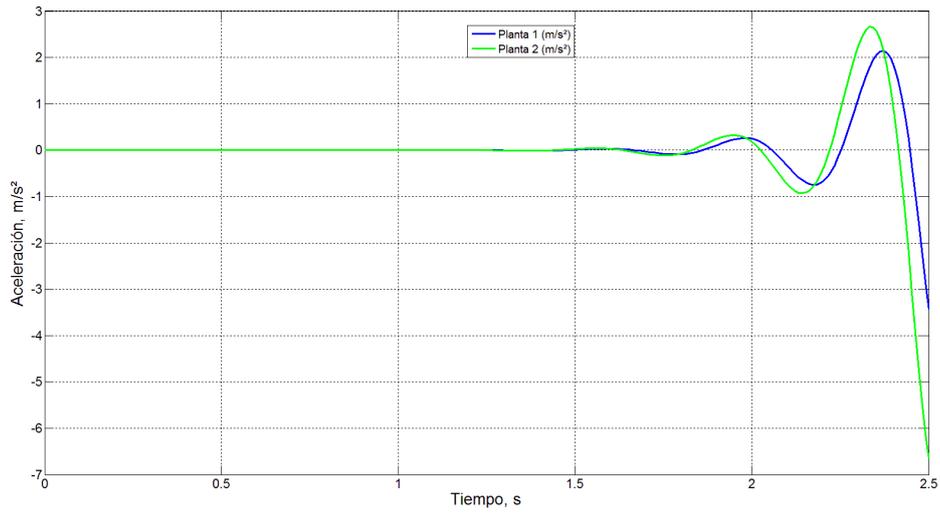
Edificio de 2 plantas:

- Peso (**Planta 1**) = 23.400 kg
- Peso (**Planta 2**) = 23.400 kg
- Rigidez = K (**P1**) = 6.436.539,3 N/m
- Rigidez = K (**P2**) = 5.869.819,5 N/m
- Amortiguamiento = $\xi = 5 \%$
- **Frecuencia angular = $\omega = 8 \text{ rad/s}$**
- Duración del terremoto = $t = 2,3 \text{ s}$
- Carga máxima exterior = $P_0 = 1 \text{ N}$

5.2.2 Criterios de solución.

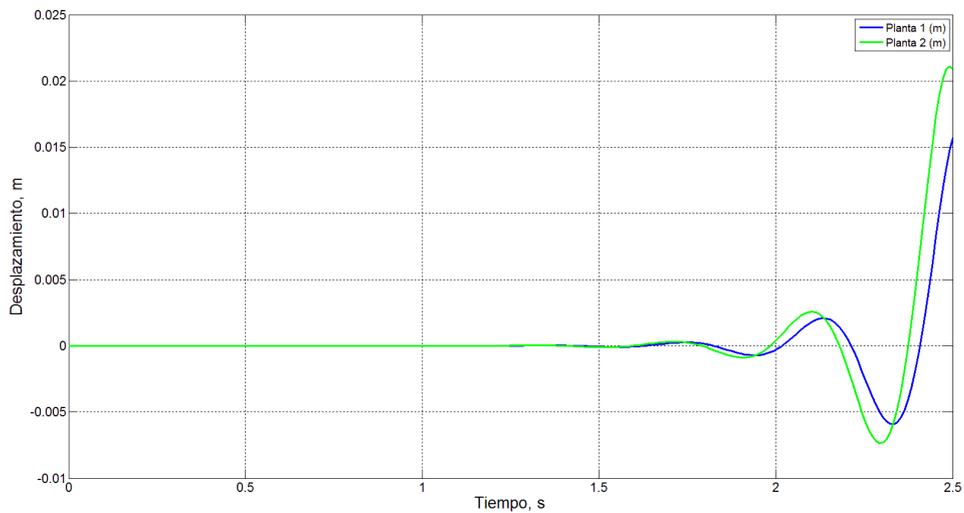
De la introducción de los parámetros anteriores en el software se obtienen como resultado las siguientes figuras:

- Gráfica de la Aceleración (\ddot{U}):



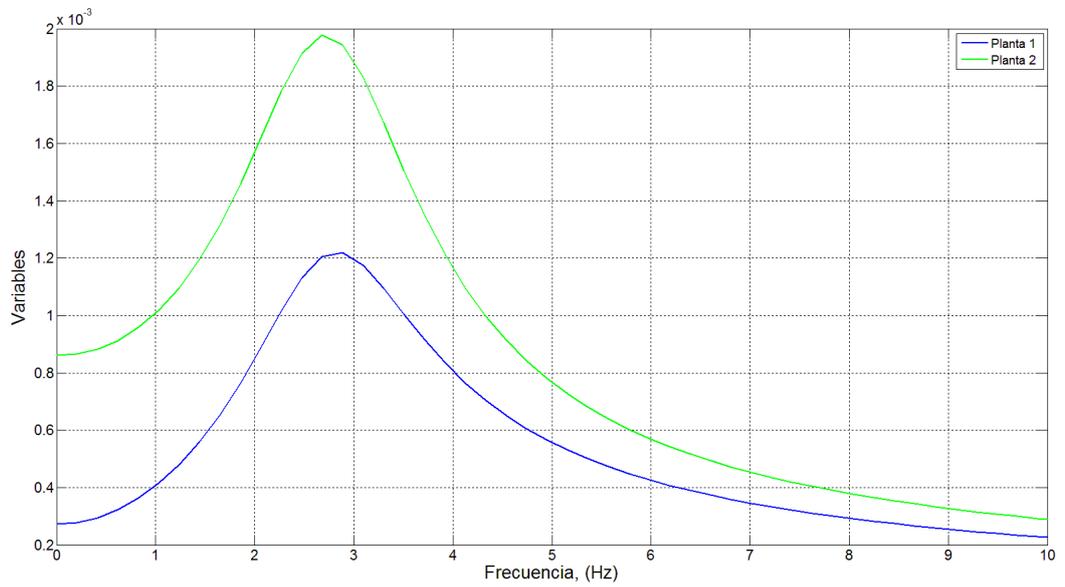
Gráfica 2.1 Gráfica de la Aceleración

- Gráfica del Desplazamiento (d):



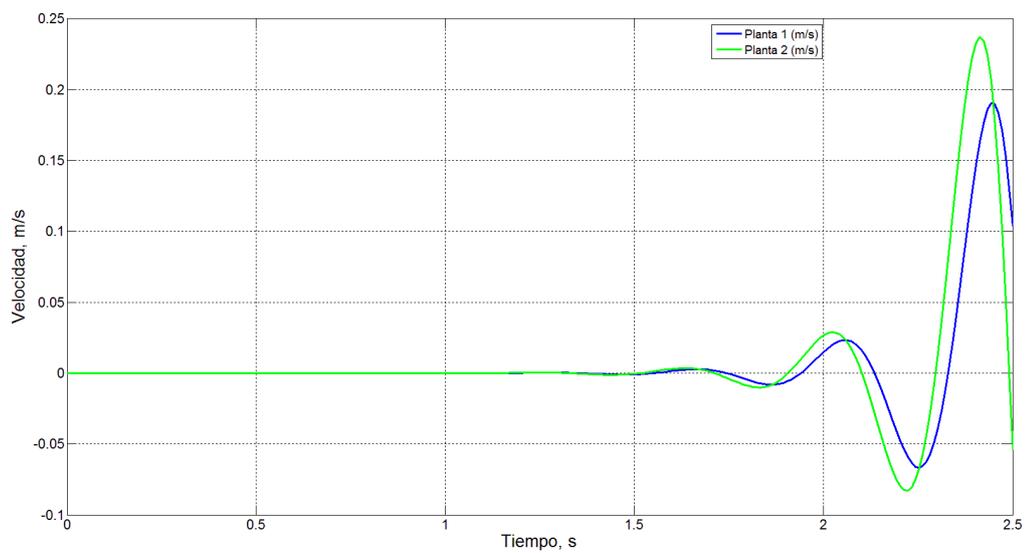
Gráfica 2.2 Gráfica del Desplazamiento

- Gráfica de la Frecuencia (f):



Gráfica 2.3 Gráfica de la Frecuencia

- Gráfica de la Velocidad (\dot{U}):



Gráfica 2.4 Gráfica de la Velocidad

5.2.3 Parámetros de salida.

En primer lugar, cogemos la aceleración " \ddot{u} " máxima de cada curva de la gráfica de aceleración (2.1).

- Aceleración = $\ddot{u} = 2.15 \text{ m/s}^2$ (para la [planta 1](#))
- Aceleración = $\ddot{u} = 2.65 \text{ m/s}^2$ (para la [planta 2](#))

Y la introducimos en las tablas de:

- Khan y Parmelec (tabla 5)
- Chang (tabla 6)
- Yamada y Goto (tabla 7)

Para comprobar en qué grado de oscilación nos encontramos y así obtener a su vez el rango de la percepción humana en que nos encontramos.

En segundo lugar, cogemos la frecuencia " f " máxima de cada curva de la gráfica de frecuencia (2.3).

- Frecuencia = $f = 2.9 \text{ hz}$ (para la [planta 1](#))
- Frecuencia = $f = 2.6 \text{ hz}$ (para la [planta 2](#))

Y la introducimos en la fórmula:

$$T = \frac{1}{f}$$

Para obtener el periodo (T) de cada planta.

- Periodo = $T = 0.345 \text{ s}$ (para la [planta 1](#))
- Periodo = $T = 0.385 \text{ s}$ (para la [planta 2](#))

Una vez que tenemos el periodo (T) junto con la aceleración (\ddot{u}), nos vamos a la tabla de confort e introducimos los datos para así poder obtener la ZONA en que nos encontramos. Y de ahí saber el grado de efecto que tenemos:

- Sobre las Personas
- En los Edificios
- De la Estructura

5.2.4 Estudio de percepción humana y del estado de la estructura del edificio.

Según **Khan** y **Parmelec** para las 2 plantas, la percepción humana es **molesta**:

$$0.196 < \ddot{U} = (2.15 \text{ m/s}^2)$$

$$0.196 < \ddot{U} = (2.65 \text{ m/s}^2)$$

Según **Chang** para las 2 plantas, la percepción humana es **intolerable**:

$$1.47 < \ddot{U} = (2.15 \text{ m/s}^2)$$

$$1.47 < \ddot{U} = (2.65 \text{ m/s}^2)$$

Según **Yamada** y **Goto** para las 2 plantas, los objetos se caen y **pueden dañar** a las personas:

$$0.85 < \ddot{U} (2.15 \text{ m/s}^2)$$

$$0.85 < \ddot{U} (2.65 \text{ m/s}^2)$$

Según la **gráfica de confort** para las 2 plantas, nos encontramos en la **zona C**, en dónde:

- Para las **personas** es **demasiado perceptible**.
- Para los **edificios** es una **situación límite**.
- Para las **estructuras** se **formarán grietas**.

5.3 CASO de estudio 3.

5.3.1 Parámetros de entrada.

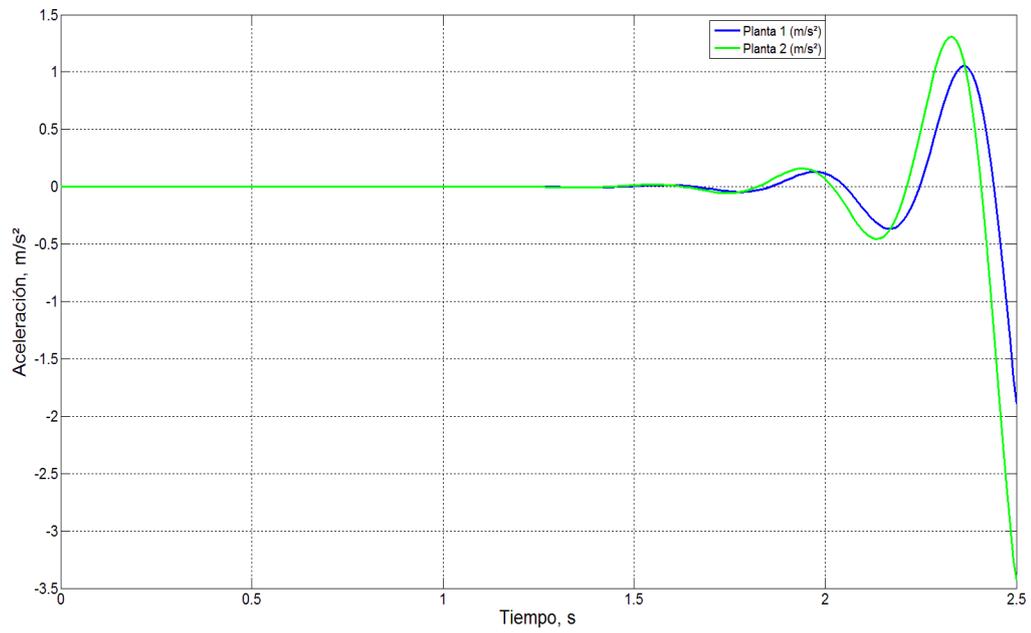
Edificio de 2 plantas:

- Peso (**Planta 1**) = 23.400 kg
- Peso (**Planta 2**) = 23.400 kg
- Rigidez = K (**P1**) = 6.436.539,3 N/m
- Rigidez = K (**P2**) = 5.869.819,5 N/m
- Amortiguamiento = $\xi = 5 \%$
- **Frecuencia angular = $\omega = 10 \text{ rad/s}$**
- Duración del terremoto = $t = 2,3 \text{ s}$
- Carga máxima exterior = $P_0 = 1 \text{ N}$

5.3.2 Criterios de solución.

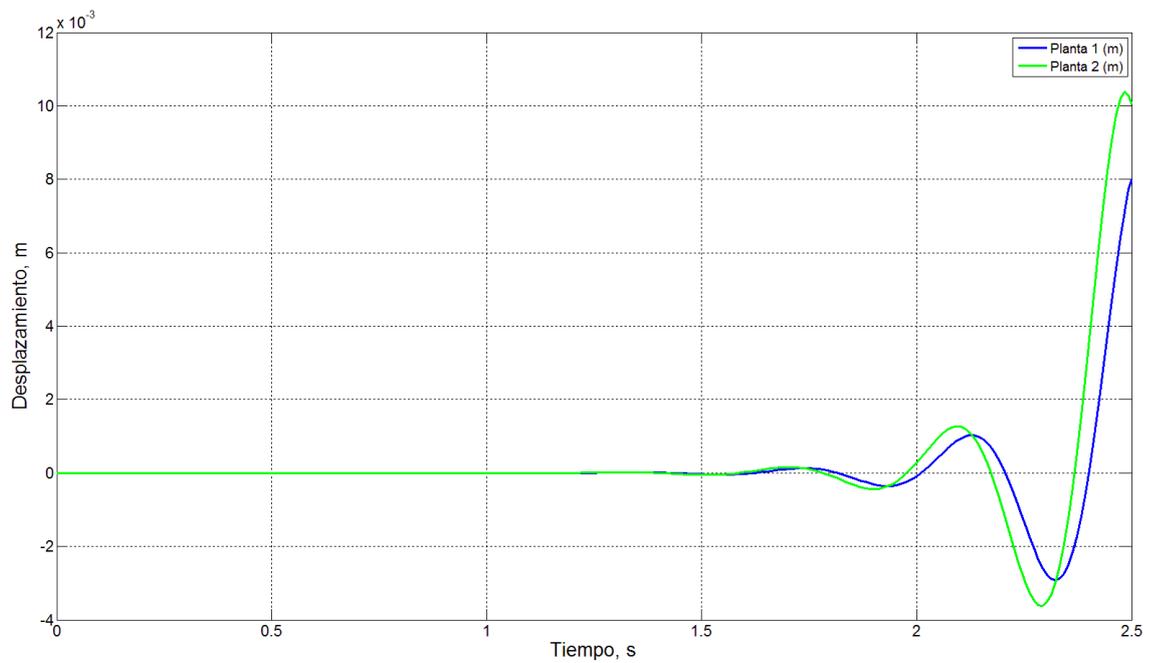
De la introducción de los parámetros anteriores en el software se obtienen como resultado las siguientes figuras:

- Gráfica de la Aceleración (\ddot{U}):



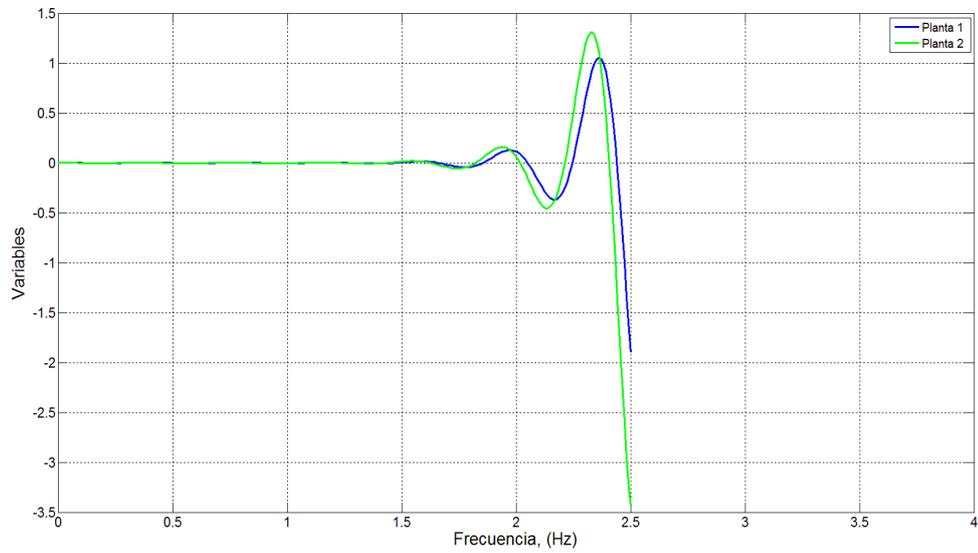
Gráfica 3.1 Gráfica de la Aceleración

- Gráfica del Desplazamiento (d):



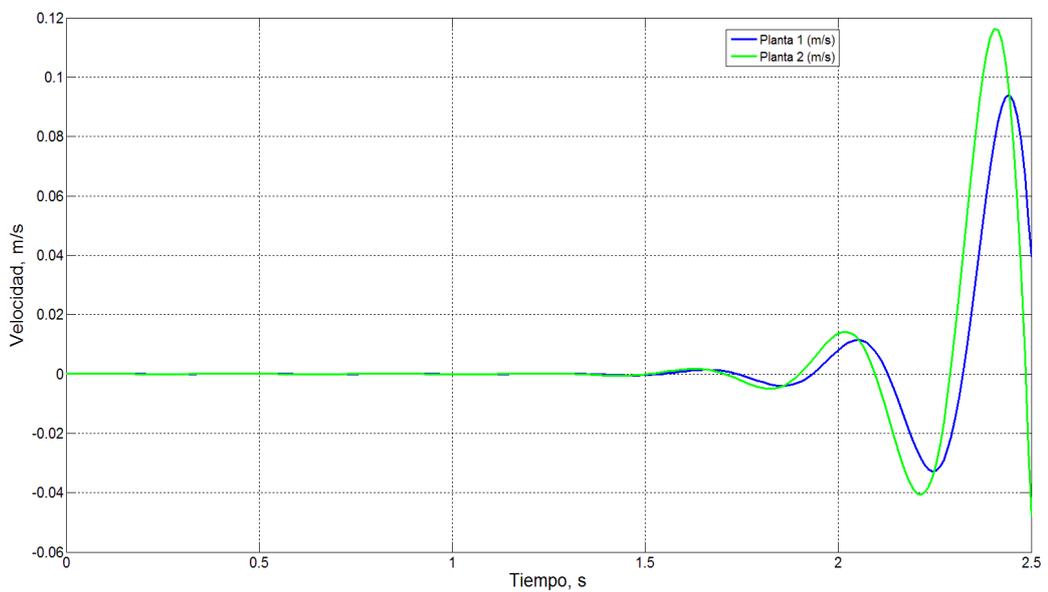
Gráfica 3.2 Gráfica del Desplazamiento

- Gráfica de la Frecuencia (f):



Gráfica 3.3 Gráfica de la Frecuencia

- Gráfica de la Velocidad (\dot{U}):



Gráfica 3.4 Gráfica de la Velocidad

5.3.3 Parámetros de salida.

En primer lugar, cogemos la aceleración " \ddot{u} " máxima de cada curva de la gráfica de aceleración (3.1).

- Aceleración = $\ddot{u} = 1.05 \text{ m/s}^2$ (para la [planta 1](#))
- Aceleración = $\ddot{u} = 1.3 \text{ m/s}^2$ (para la [planta 2](#))

Y la introducimos en las tablas de:

- Khan y Parmelec (tabla 5)
- Chang (tabla 6)
- Yamada y Goto (tabla 7)

Para comprobar en qué grado de oscilación nos encontramos y así obtener a su vez el rango de la percepción humana en que nos encontramos.

En segundo lugar, cogemos la frecuencia " f " máxima de cada curva de la gráfica de frecuencia (3.3).

- Frecuencia = $f = 2.35 \text{ hz}$ (para la [planta 1](#))
- Frecuencia = $f = 2.3 \text{ hz}$ (para la [planta 2](#))

Y la introducimos en la fórmula:

$$T = \frac{1}{f}$$

Para obtener el periodo (T) de cada planta.

- Periodo = $T = 0.425 \text{ s}$ (para la [planta 1](#))
- Periodo = $T = 0.434 \text{ s}$ (para la [planta 2](#))

Una vez que tenemos el periodo (T) junto con la aceleración (\ddot{u}), nos vamos a la tabla de confort e introducimos los datos para así poder obtener la ZONA en que nos encontramos. Y de ahí saber el grado de efecto que tenemos:

- Sobre las Personas
- En los Edificios
- De la Estructura

5.3.4 Estudio de percepción humana y del estado de la estructura del edificio.

Según **Khan y Parmelec** para las 2 plantas, la percepción humana es **molesta**:

$$0.196 < \ddot{U} = (1.05 \text{ m/s}^2)$$

$$0.196 < \ddot{U} = (1.3 \text{ m/s}^2)$$

Según **Chang** para las 2 plantas, la percepción humana es **muy desagradable**:

$$0.49 < \ddot{U} = (1.05 \text{ m/s}^2) \leq 1.47$$

$$0.49 < \ddot{U} = (1.3 \text{ m/s}^2) \leq 1.47$$

Según **Yamada y Goto** para las 2 plantas, los objetos se caen y **pueden dañar** a las personas:

$$0.85 < \ddot{U} (1.05 \text{ m/s}^2)$$

$$0.85 < \ddot{U} (1.3 \text{ m/s}^2)$$

Según la **gráfica de confort** para las 2 plantas, nos encontramos en la **zona D**, en dónde:

- Para las **personas** es **muy perceptible**.
- Para los **edificios** en **tareas industriales pesadas**.
- Para las **estructuras** se **formarán fisuras**.

5.4 CASO de estudio 4.

5.4.1 Parámetros de entrada.

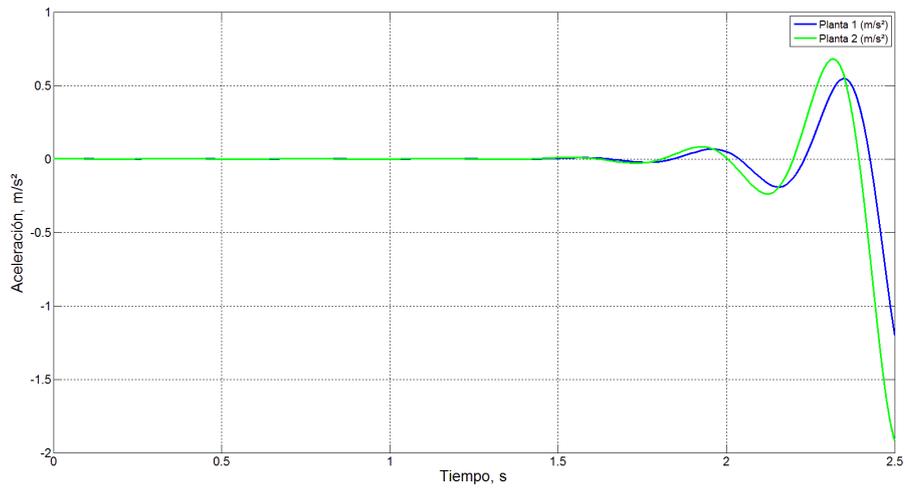
Edificio de 2 plantas:

- Peso (**Planta 1**) = 23.400 kg
- Peso (**Planta 2**) = 23.400 kg
- Rigidez = K (**P1**) = 6.436.539,3 N/m
- Rigidez = K (**P2**) = 5.869.819,5 N/m
- Amortiguamiento = $\xi = 5 \%$
- **Frecuencia angular = $\omega = 12 \text{ rad/s}$**
- Duración del terremoto = $t = 2,3 \text{ s}$
- Carga máxima exterior = $P_0 = 1 \text{ N}$

5.4.2 Criterios de solución.

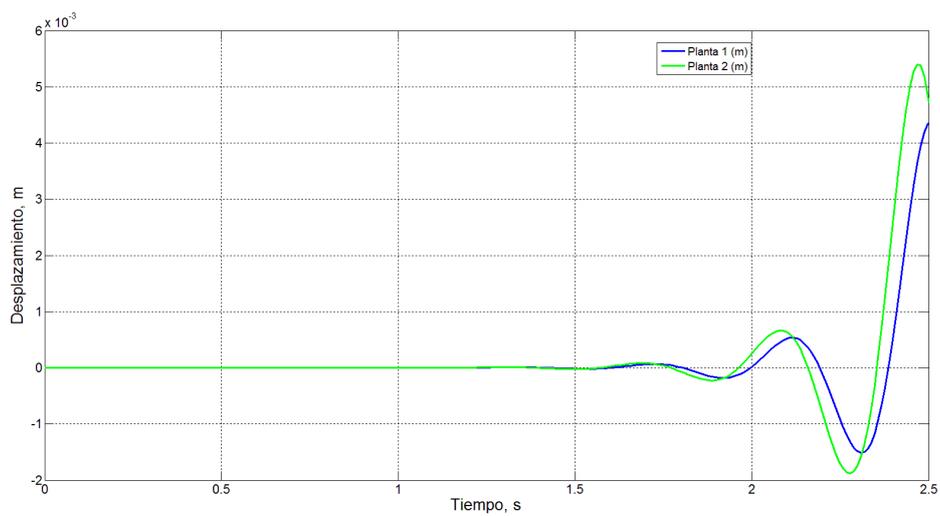
De la introducción de los parámetros anteriores en el software se obtienen como resultado las siguientes figuras:

- Gráfica de la Aceleración (\ddot{U}):



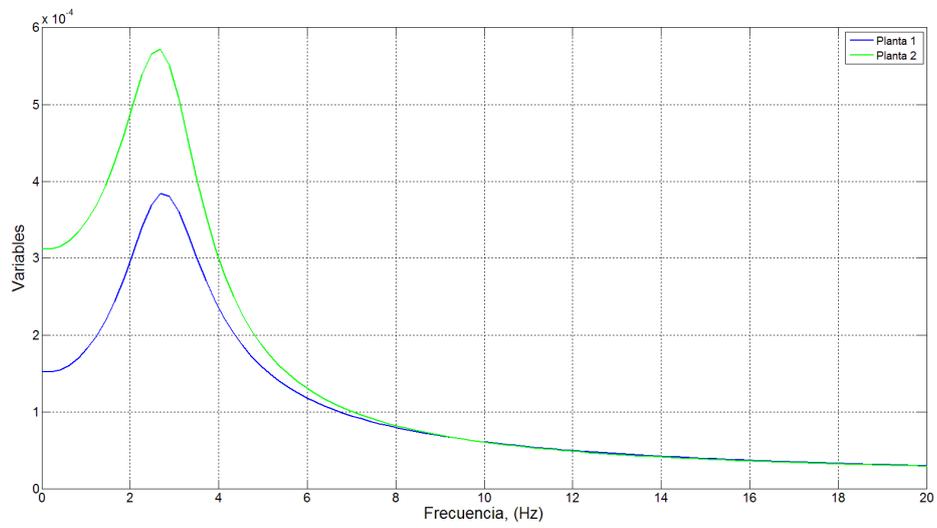
Gráfica 4.1 Gráfica de la Aceleración

- Gráfica del Desplazamiento (d):



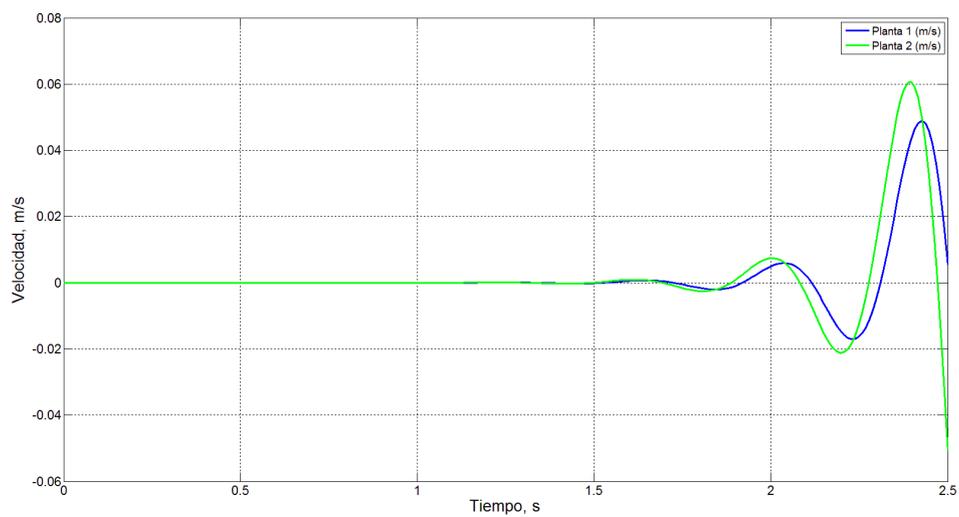
Gráfica 4.2 Gráfica del Desplazamiento

- Gráfica de la Frecuencia (f):



Gráfica 4.3 Gráfica de la Frecuencia

- Gráfica de la Velocidad (\dot{U}):



Gráfica 4.4 Gráfica de la Velocidad

5.4.3 Parámetros de salida.

En primer lugar, cogemos la aceleración " \ddot{u} " máxima de cada curva de la gráfica de aceleración (4.1).

- Aceleración = $\ddot{u} = 0.55 \text{ m/s}^2$ (para la [planta 1](#))
- Aceleración = $\ddot{u} = 0.7 \text{ m/s}^2$ (para la [planta 2](#))

Y la introducimos en las tablas de:

- Khan y Parmelec (tabla 5)
- Chang (tabla 6)
- Yamada y Goto (tabla 7)

Para comprobar en qué grado de oscilación nos encontramos y así obtener a su vez el rango de la percepción humana en que nos encontramos.

En segundo lugar, cogemos la frecuencia " f " máxima de cada curva de la gráfica de frecuencia (4.3).

- Frecuencia = $f = 2.8 \text{ hz}$ (para la [planta 1](#))
- Frecuencia = $f = 2.85 \text{ hz}$ (para la [planta 2](#))

Y la introducimos en la fórmula:

$$T = \frac{1}{f}$$

Para obtener el periodo (T) de cada planta.

- Periodo = $T = 0.36 \text{ s}$ (para la [planta 1](#))
- Periodo = $T = 0.35 \text{ s}$ (para la [planta 2](#))

Una vez que tenemos el periodo (T) junto con la aceleración (\ddot{u}), nos vamos a la tabla de confort e introducimos los datos para así poder obtener la ZONA en que nos encontramos. Y de ahí saber el grado de efecto que tenemos:

- Sobre las Personas
- En los Edificios
- De la Estructura

5.4.4 Estudio de percepción humana y del estado de la estructura del edificio.

Según **Khan y Parmelec** para las 2 plantas, la percepción humana es **molesta**:

$$0.196 < \ddot{U} = (0.55 \text{ m/s}^2)$$

$$0.196 < \ddot{U} = (0.7 \text{ m/s}^2)$$

Según **Chang** para las 2 plantas, la percepción humana es **muy desagradable**:

$$0.49 < \ddot{U} = (0.55 \text{ m/s}^2) \leq 1.47$$

$$0.49 < \ddot{U} = (0.7 \text{ m/s}^2) \leq 1.47$$

Según **Yamada y Goto** para las 2 plantas, **NO se tolera el movimiento** y no se puede caminar:

$$0.50 < \ddot{U} (0.55 \text{ m/s}^2) < 0.70$$

$$0.50 < \ddot{U} (0.7 \text{ m/s}^2) < 0.70$$

Según la **gráfica de confort** para las 2 plantas, nos encontramos en la **zona D**, en dónde:

- Para las **personas** es **muy perceptible**.
- Para los **edificios** en **tareas industriales pesadas**.
- Para las **estructuras** se **formarán fisuras**.

5.5 CASO de estudio 5.

5.5.1 Parámetros de entrada.

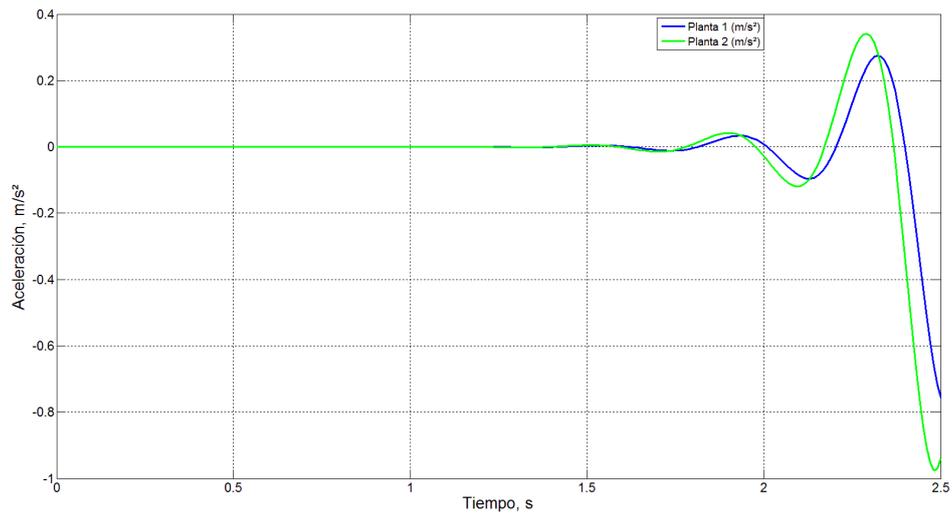
Edificio de 2 plantas:

- Peso (**Planta 1**) = 23.400 kg
- Peso (**Planta 2**) = 23.400 kg
- Rigidez = K (**P1**) = 6.436.539,3 N/m
- Rigidez = K (**P2**) = 5.869.819,5 N/m
- Amortiguamiento = $\xi = 5 \%$
- **Frecuencia angular = $\omega = 14 \text{ rad/s}$**
- Duración del terremoto = $t = 2,3 \text{ s}$
- Carga máxima exterior = $P_0 = 1 \text{ N}$

5.5.2 Criterios de solución.

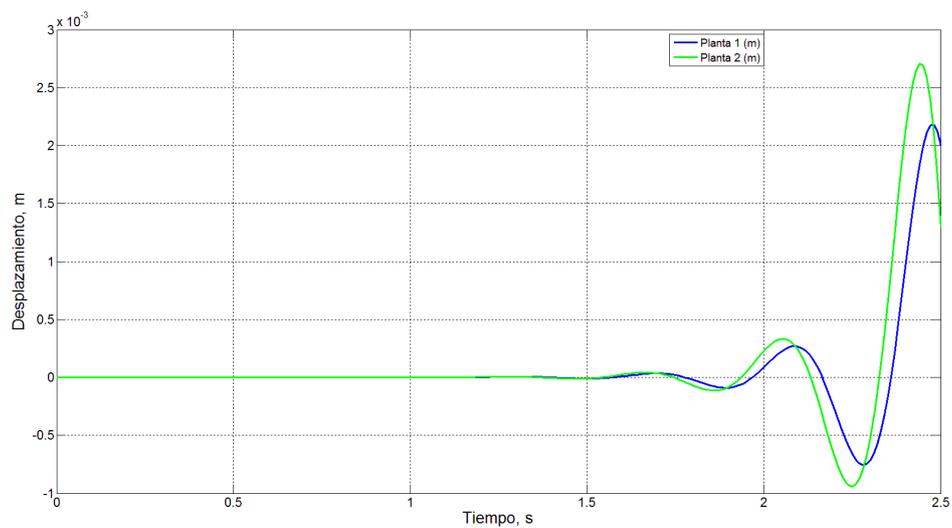
De la introducción de los parámetros anteriores en el software se obtienen como resultado las siguientes figuras:

- Gráfica de la Aceleración (\ddot{U}):



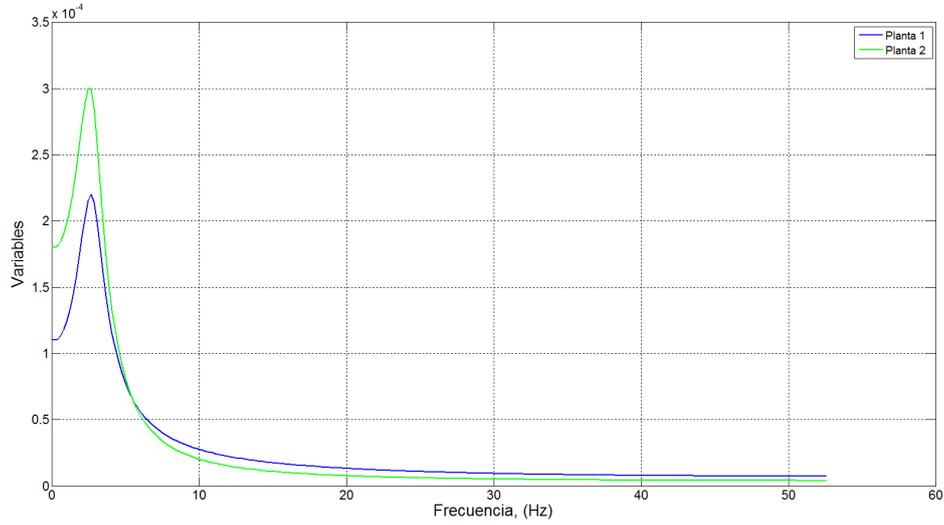
Gráfica 5.1 Gráfica de la Aceleración

- Gráfica del Desplazamiento (d):



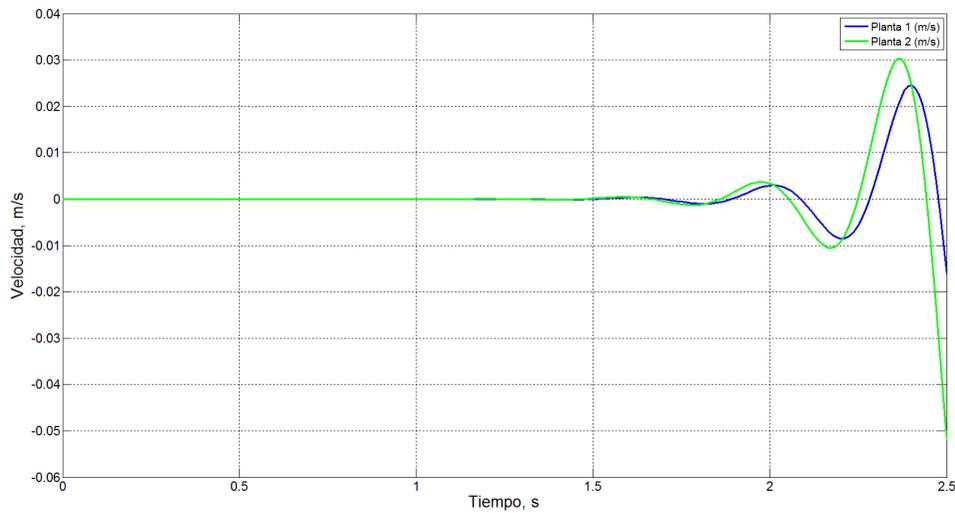
Gráfica 5.2 Gráfica del Desplazamiento

- Gráfica de la Frecuencia (f):



Gráfica 5.3 Gráfica de la Frecuencia

- Gráfica de la Velocidad (\dot{U}):



Gráfica 5.4 Gráfica de la Velocidad

5.5.3 Parámetros de salida.

En primer lugar, cogemos la aceleración " \ddot{u} " máxima de cada curva de la gráfica de aceleración (5.1).

- Aceleración = $\ddot{u} = 0.28 \text{ m/s}^2$ (para la [planta 1](#))
- Aceleración = $\ddot{u} = 0.35 \text{ m/s}^2$ (para la [planta 2](#))

Y la introducimos en las tablas de:

- Khan y Parmelec (tabla 5)
- Chang (tabla 6)
- Yamada y Goto (tabla 7)

Para comprobar en qué grado de oscilación nos encontramos y así obtener a su vez el rango de la percepción humana en que nos encontramos.

En segundo lugar, cogemos la frecuencia " f " máxima de cada curva de la gráfica de frecuencia (5.3).

- Frecuencia = $f = 3 \text{ hz}$ (para la [planta 1](#))
- Frecuencia = $f = 3 \text{ hz}$ (para la [planta 2](#))

Y la introducimos en la fórmula:

$$T = \frac{1}{f}$$

Para obtener el periodo (T) de cada planta.

- Periodo = $T = 0.333 \text{ s}$ (para la [planta 1](#))
- Periodo = $T = 0.333 \text{ s}$ (para la [planta 2](#))

Una vez que tenemos el periodo (T) junto con la aceleración (\ddot{u}), nos vamos a la tabla de confort e introducimos los datos para así poder obtener la ZONA en que nos encontramos. Y de ahí saber el grado de efecto que tenemos:

- Sobre las Personas
- En los Edificios
- De la Estructura

5.5.4 Estudio de percepción humana y del estado de la estructura del edificio.

Según **Khan** y **Parmelec** para las 2 plantas, la percepción humana es **molesta**:

$$0.196 < \ddot{U} = (0.28 \text{ m/s}^2)$$

$$0.196 < \ddot{U} = (0.35 \text{ m/s}^2)$$

Según **Chang** para las 2 plantas, la percepción humana es **desagradable**:

$$0.147 < \ddot{U} = (0.28 \text{ m/s}^2) \leq 0.49$$

$$0.147 < \ddot{U} = (0.35 \text{ m/s}^2) \leq 0.49$$

Según **Yamada** y **Goto** para las 2 plantas, el trabajo de oficina se vuelve difícil o casi imposible pero aún se puede caminar:

$$0.25 < \ddot{U} (0.28 \text{ m/s}^2) < 0.40$$

$$0.25 < \ddot{U} (0.35 \text{ m/s}^2) < 0.40$$

Según la **gráfica de confort** para las 2 plantas, nos encontramos en la **zona D**, en dónde:

- Para las **personas** es **muy perceptible**.
- Para los **edificios** en **tareas industriales pesadas**.
- Para las **estructuras** se **formarán fisuras**.

5.6 Comparación global entre los 5 casos

Ya hemos concluido con el estudio de los 5 casos diferentes que hemos realizado, con diferentes frecuencias angulares (ω). Todos los demás datos eran iguales.

Para ello, vamos a realizar una comparación entre los 5 casos mediante una **tabla resumen** (tabla 8), pero inicialmente hemos comparado los casos 2, 3 y 4.

Ahora posteriormente, hemos añadido 2 casos más que son el caso 1 y el caso 5 para tener un estudio más exhaustivo y completo de nuestro proyecto.

Estos 2 casos más (caso 1 y caso 5), reflejan una frecuencia angular superior e inferior a los casos 2, 3 y 4 inicialmente estudiados.

- Caso 1: $\omega = 6 \text{ rad/s}$
- Caso 2: $\omega = 8 \text{ rad/s}$
- Caso 3: $\omega = 10 \text{ rad/s}$
- Caso 4: $\omega = 12 \text{ rad/s}$
- Caso 5: $\omega = 14 \text{ rad/s}$

	Khan y Parmelec	Chang	Yamada y Goto	Tabla Confort Personas	Tabla Confort Edificios	Tabla Confort Estructura
Caso 1 $\omega = 6 \text{ rad/s}$	Molesta	Intolerable	Los objetos se caen y pueden dañar a las personas	Zona B Muy poco tolerable	Zona B Daños Locales	Zona B Daños Locales
Caso 2 $\omega = 8 \text{ rad/s}$	Molesta	Intolerable	Los objetos se caen y pueden dañar a las personas	Zona C Demasiado Perceptible	Zona C Situación Límite	Zona C Formación de Grietas
Caso 3 $\omega = 10 \text{ rad/s}$	Molesta	Muy desagradable	Los objetos se caen y pueden dañar a las personas	Zona D Muy Perceptible	Zona D En tareas industriales pesadas	Zona D Formación de Fisuras
Caso 4 $\omega = 12 \text{ rad/s}$	Molesta	Muy desagradable	NO se tolera el movimiento y NO se puede caminar	Zona D Muy Perceptible	Zona D En tareas industriales pesadas	Zona D Formación de Fisuras
Caso 5 $\omega = 14 \text{ rad/s}$	Molesta	Desagradable	El trabajo de oficina se vuelve difícil o casi imposible. Aún se puede caminar	Zona D Muy Perceptible	Zona D En tareas industriales pesadas	Zona D Formación de Fisuras

Tabla 8. Comparación de los 5 casos.

- **Entre el caso 2 y el caso 3.** (Comparación inicial):

Entre estos 2 casos observamos que cuando **aumentamos** la **frecuencia angular (ω)** las **condiciones se mejoran**.

Exactamente **aumentamos de 8 rad/s a 10 rad/s** y obtenemos resultados similares según Khan, Parmelec, Yamada y Goto en donde los resultados obtenidos se encuentran en el mismo rango.

- Según Khan y Parmelec se obtiene que es molesto.
- Según Yamada y Goto que los objetos se caen y pueden dañar a las personas.

Pero sin embargo, se aprecian cambios según Chang que pasamos de un estado intolerable a un estado muy desagradable, que no sería lo ideal pero se mejoran las condiciones.

Y también se aprecian cambios según la gráfica de confort en donde **pasamos** de una **zona C** a una **zona D** donde:

- Las personas pasan de percibirlo demasiado perceptible a muy perceptible.
- Las edificios pasan de estar en la situación límite a pasar en solo en tareas industriales pesadas.
- Las estructuras pasan de formarse grietas (gran tamaño) a formarse fisuras (menor tamaño).

En cuanto a la **aceleración (\ddot{U})** vemos que **disminuye**:

- En la **planta 1** pasamos de 2.15 m/s² a 1.05 m/s².
- En la **planta 2** pasamos de 2.65 m/s² a 1.3 m/s².

En cuanto a la **velocidad (\dot{U})** vemos que **disminuye** pero en sentido opuesto (-):

- En la **planta 1** pasamos de -0.07 m/s a -0.033 m/s.
- En la **planta 2** pasamos de -0.08 m/s a -0.040 m/s.

En cuanto al **desplazamiento (d)** vemos que también **disminuye**:

- En la **planta 1** pasamos de 6 mm a 3 mm.
- En la **planta 2** pasamos de 7.5 mm a 3.8 mm.

En cuanto a la **frecuencia (f)** vemos que también **disminuye**:

- En la **planta 1** pasamos de 2.9 Hz a 2.35 Hz.
- En la **planta 2** pasamos de 2.6 Hz a 2.3 Hz.

- **Entre el caso 3 y el caso 4.** (Comparación inicial):

Al igual que el comparación anterior, observamos que cuando **aumentamos** la frecuencia angular (ω) las condiciones se **mejoran**.

Pero sin embargo el cambio no es tan preocupante o alarmante, debido a que los cambios no son tan grandes.

Exactamente aumentamos **de 10 rad/s a 12 rad/s** y obtenemos resultados similares en todos los casos, excepto según Yamada y Goto.

- Según Khan y Parmelec se obtiene que es molesto.
- Según Chang sería muy desagradable.

En cuanto a la tabla de confort seguimos en la misma zona, la D donde:

- Las personas lo perciben mucho pero no demasiado.
- Las edificios solo lo perciben en tareas industriales pesadas.
- Las estructuras presentan formación de fisuras pero no de grietas.

El único caso en el que cambia es según Yamada y Goto, que se pasa de que los objetos se caigan y puedan dañar a las personas a que no se tolere el movimiento ni se pueda caminar.

En cuanto a la **aceleración (\ddot{U})** vemos que **disminuye**:

- En la **planta 1** pasamos de 1.05 m/s² a 0.55 m/s².
- En la **planta 2** pasamos de 2.65 m/s² a 1.3 m/s².

En cuanto a la **velocidad (\dot{U})** vemos que **disminuye** pero en sentido opuesto (-):

- En la **planta 1** pasamos de -0.033 m/s a -0.0017 m/s.
- En la **planta 2** pasamos de -0.040 m/s a -0.021 m/s.

En cuanto al **desplazamiento (d)** vemos que también **disminuye**:

- En la **planta 1** pasamos de 3 mm a 1.5 mm.
- En la **planta 2** pasamos de 3.8 mm a 1.9 mm.

En cuanto a la **frecuencia (f)** vemos que también **disminuye**:

- En la **planta 1** pasamos de 2.35 Hz a 2.70 Hz.
- En la **planta 2** pasamos de 2.30 Hz a 2.75 Hz.

- **Entre el caso 2 y el caso 4.** (Comparación inicial):

Entre estos casos, al observarse una mayor diferencia entre las frecuencias angulares, ya que existe una diferencia de 4 rad/s, (pasando **de 8 rad/s a 12 rad/s**), lo que es bastante considerable es prácticamente diferente en todo a excepción de Khan y Parmelec.

- Según Khan y Parmelec se obtiene que es molesto.

Todo lo demás es diferente:

- Según Chang se pasa de un nivel de percepción de intolerable a muy desagradable.

- Según Yamada y Goto, se pasa de que los objetos se caigan y puedan dañar a las personas a que no se tolere el movimiento ni se pueda caminar.

Y también se aprecian cambios según la gráfica de confort en donde pasamos de una zona C a una zona D, al igual que el primer apartado (entre el caso 2 y el caso 3) donde:

- Las personas pasan de percibirlo demasiado perceptible a muy perceptible.

- Las edificios pasan de estar en la situación límite a pasar en solo en tareas industriales pesadas.

- Las estructuras pasan de formarse grietas (gran tamaño) a formarse fisuras (menor tamaño).

En cuanto a la **aceleración (\ddot{U})** vemos que **disminuye**:

- En la **planta 1** pasamos de 2.15 m/s² a 0.55 m/s².
- En la **planta 2** pasamos de 2.65 m/s² a 0.70 m/s².

En cuanto a la **velocidad (\dot{U})** vemos que **disminuye** pero en sentido opuesto (-):

- En la **planta 1** pasamos de -0.07 m/s a -0.0017 m/s.
- En la **planta 2** pasamos de -0.08 m/s a -0.021 m/s.

En cuanto al **desplazamiento (d)** vemos que también **disminuye**:

- En la **planta 1** pasamos de 6 mm a 1.5 mm.
- En la **planta 2** pasamos de 7.5 mm a 1.9 mm.

En cuanto a la **frecuencia (f)** vemos que también **disminuye**:

- En la **planta 1** pasamos de 2.9 Hz a 2.70 Hz.
- En la **planta 2** pasamos de 2.6 Hz a 2.75 Hz.

- **Entre el caso 2 y el caso 1.** (Comparación posterior):

Entre estos 2 casos vemos lo que ocurre cuando se disminuye la frecuencia angular (ω) en 2 unidades, pasando de **de 8 rad/s a 6 rad/s**.

Lo que ocurre es que la situación según los casos de Khan y Parmelec, Chang, Yamada y Goto los resultados son los mismos.

- Según Khan y Parmelec se obtiene que es molesto.
- Según Chang se obtiene intolerable.
- Según Yamada y Goto se obtiene que los objetos se caen y pueden dañar a las personas.

Sin embargo, según la tabla de confort los **cambios** son bastante **notables** y la situación se agrava, debido a que pasamos **de una zona C a una zona B**, en donde:

- Las personas pasan de percibirlo de demasiado perceptible a muy poco tolerable.
- Las edificios pasan de estar en la situación límite a pasar daños locales (ruptura).
- Las estructuras pasan de formarse grietas (gran tamaño) a daños locales (ruptura).

En cuanto a la **aceleración (\ddot{U})** vemos que **aumenta**:

- En la **planta 1** pasamos de 2.15 m/s² a 5 m/s².
- En la **planta 2** pasamos de 2.65 m/s² a 6.6 m/s².

En cuanto a la **velocidad (\dot{U})** vemos que **aumenta** pero en sentido opuesto (-):

- En la **planta 1** pasamos de -0.07 m/s a -0.17 m/s.
- En la **planta 2** pasamos de -0.08 m/s a -0.20 m/s.

En cuanto al **desplazamiento (d)** vemos que también **aumenta** más del doble:

- En la **planta 1** pasamos de 6 mm a 15 mm.
- En la **planta 2** pasamos de 7.5 mm a 18 mm.

En cuanto a la **frecuencia (f)** vemos que también **disminuye**:

- En la **planta 1** pasamos de 2.9 Hz a 2.9 Hz.
- En la **planta 2** pasamos de 2.6 Hz a 2.7 Hz.

- **Entre el caso 4 y el caso 5.** (Comparación posterior):

Entre estos 2 casos vemos lo que ocurre cuando se **incrementa** la **frecuencia angular** en 2 unidades, pasando de **de 12 rad/s a 14 rad/s**.

Se ve una **mejora** del estado y lo que ocurre es que la situación según los casos de Khan y Parmelec son los mismos obteniéndose un grado molesto.

Lo mismo ocurre según la tabla de confort donde **seguimos en** la misma **zona**, la **D** la cual:

- Las personas lo perciben mucho pero no demasiado.
- Las edificios solo lo perciben en tareas industriales pesadas.
- Las estructuras presentan formación de fisuras pero no de grietas.

Pero sin embargo, se aprecian cambios según Chang que pasamos de un estado muy desagradable a un estado desagradable, mejorándose las condiciones.

Y también cambia según Yamada y Goto donde de no tolerarse el movimiento y no poder caminar se pasa a un estado donde el trabajo en la oficina se vuelve difícil pero se puede caminar.

En cuanto a la **aceleración (\ddot{U})** vemos que **disminuye**:

- En la **planta 1** pasamos de 0.55 m/s^2 a 0.28 m/s^2 .
- En la **planta 2** pasamos de 0.70 m/s^2 a 0.35 m/s^2 .

En cuanto a la **velocidad (\dot{U})** vemos que **disminuye** pero en sentido opuesto (-):

- En la **planta 1** pasamos de -0.0017 m/s a -0.0085 m/s .
- En la **planta 2** pasamos de -0.021 m/s a -0.0106 m/s .

En cuanto al **desplazamiento (d)** vemos que también **disminuye**:

- En la **planta 1** pasamos de 1.5 mm a 0.7 mm .
- En la **planta 2** pasamos de 1.9 mm a 0.9 mm .

En cuanto a la **frecuencia (f)** vemos que también **disminuye**:

- En la **planta 1** pasamos de 2.7 Hz a 2.7 Hz .
- En la **planta 2** pasamos de 2.75 Hz a 2.5 Hz .

Capítulo 6:

CONCLUSIONES

6. Conclusiones.

Como conclusiones de nuestro estudio realizado se pueden obtener las siguientes.

6.1 Sobre el programa de simulaciones de terremotos en edificios.

Con este proyecto se ha conseguido estudiar minuciosamente el funcionamiento del programa, el cual nos permite obtener datos muy precisos sobre las vibraciones que afectan en los edificios y de la estructura. Ha sido un programa de gran utilidad ya que nos ha proporcionado una exactitud, precisión, confianza y fiabilidad en los resultados obtenidos, además del escaso tiempo invertido en ellos debido a su gran velocidad de cálculo.

6.2 Sobre las ecuaciones utilizadas para obtener los resultados.

Las ecuaciones que hemos utilizado para la realización de nuestro estudio han sido las referidas al estudio anterior realizado por Cassano en donde principalmente se han llegado a los resultados con la fórmula de movimiento y la de las potencias en función de la frecuencia angular (ω), el tiempo (t), la amplitud (A) y carga máxima exterior (P_0).

6.3 Sobre los resultados obtenidos de las simulaciones de los casos.

El programa nos permitía obtener las gráficas de aceleración (\ddot{U}), desplazamiento (d), frecuencia (f) y velocidad (\dot{U}), las cuales son útiles para interpretar las tablas de confort en cada caso.

- Se va observando que a medida que **aumenta la frecuencia angular (ω) disminuye el desplazamiento (d)** en cada planta.

Para la planta 1, entre caso 1 y caso 2:

Observamos que en el caso 1 con una frecuencia angular de 6 rad/s, obtenemos un desplazamiento de 15 mm y en el caso 2 con una frecuencia angular de 8 rad/s, un desplazamiento de 6 mm. Es decir, **disminuye el desplazamiento 9 mm**.

Para la planta 2, entre caso 1 y caso 2:

Observamos que en el caso 1 con una frecuencia angular de 6 rad/s, obtenemos un desplazamiento de 18 mm y en el caso 2 con una frecuencia angular de 8 rad/s, un desplazamiento de 7.5 mm. Es decir, **disminuye el desplazamiento 10.5 mm**.

Para la planta 1, entre caso 2 y caso 3:

Observamos que en el caso 2 con una frecuencia angular de 8 rad/s, obtenemos un desplazamiento de 6 mm y en el caso 3 con una frecuencia angular de 10 rad/s, un desplazamiento de 3 mm. Es decir, **disminuye el desplazamiento 3 mm**.

Para la planta 2, entre caso 2 y caso 3:

Observamos que en el caso 2 con una frecuencia angular de 8 rad/s, obtenemos un desplazamiento de 7.5 mm y en el caso 3 con una frecuencia angular de 10 rad/s, un desplazamiento de 3.8 mm. Es decir, **disminuye el desplazamiento 3.7 mm**.

Para la planta 1, entre caso 3 y caso 4:

Observamos que en el caso 3 con una frecuencia angular de 10 rad/s, obtenemos un desplazamiento de 3 mm y en el caso 4 con una frecuencia angular de 12 rad/s, un desplazamiento de 1.5 mm. Es decir, **disminuye el desplazamiento 1.5 mm**.

Para la planta 2, entre caso 3 y caso 4:

Observamos que en el caso 3 con una frecuencia angular de 10 rad/s, obtenemos un desplazamiento de 3.8 mm y en el caso 4 con una frecuencia angular de 12 rad/s, un desplazamiento de 1.9 mm. Es decir, **disminuye el desplazamiento 1.9 mm**.

Para la planta 1, entre caso 4 y caso 5:

Observamos que en el caso 4 con una frecuencia angular de 12 rad/s, obtenemos un desplazamiento de 1.5 mm y en el caso 5 con una frecuencia angular de 14 rad/s, un desplazamiento de 0.7 mm. Es decir, **disminuye el desplazamiento 0.8 mm**.

Para la planta 2, entre caso 4 y caso 5:

Observamos que en el caso 4 con una frecuencia angular de 12 rad/s, obtenemos un desplazamiento de 1.9 mm y en el caso 5 con una frecuencia angular de 14 rad/s, un desplazamiento de 0.9 mm. Es decir, **disminuye el desplazamiento 1 mm**.

- Se va observando que a medida que **aumenta la frecuencia angular (ω) disminuye también la velocidad (u)** en cada planta.

Para la planta 1, entre caso 1 y caso 2:

Observamos que en el caso 1 con una frecuencia angular de 6 rad/s, obtenemos una velocidad de 0.17 m/s y en el caso 2 con una frecuencia angular de 8 rad/s, una velocidad de 0.07 m/s. Es decir, **disminuye la velocidad 0.10 m/s**.

Para la planta 2, entre caso 1 y caso 2:

Observamos que en el caso 1 con una frecuencia angular de 6 rad/s, obtenemos una velocidad de 0.20 m/s y en el caso 2 con una frecuencia angular de 8 rad/s, una velocidad de 0.08 m/s. Es decir, **disminuye la velocidad 0.12 m/s**.

Para la planta 1, entre caso 2 y caso 3:

Observamos que en el caso 2 con una frecuencia angular de 8 rad/s, obtenemos una velocidad de 0.070 m/s y en el caso 3 con una frecuencia angular de 10 rad/s, una velocidad de 0.033 m/s. Es decir, **disminuye la velocidad 0.037 m/s**.

Para la planta 2, entre caso 2 y caso 3:

Observamos que en el caso 2 con una frecuencia angular de 8 rad/s, obtenemos una velocidad de 0.080 m/s y en el caso 3 con una frecuencia angular de 10 rad/s, una velocidad de 0.040 m/s. Es decir, **disminuye la velocidad 0.040 m/s**.

Para la planta 1, entre caso 3 y caso 4:

Observamos que en el caso 3 con una frecuencia angular de 10 rad/s, obtenemos una velocidad de 0.033 m/s y en el caso 4 con una frecuencia angular de 12 rad/s, una velocidad de 0.017 m/s. Es decir, **disminuye la velocidad 0.016 m/s**.

Para la planta 2, entre caso 3 y caso 4:

Observamos que en el caso 3 con una frecuencia angular de 10 rad/s, obtenemos una velocidad de 0.040 m/s y en el caso 4 con una frecuencia angular de 12 rad/s, una velocidad de 0.021 m/s. Es decir, **disminuye la velocidad 0.019 m/s**.

Para la planta 1, entre caso 4 y caso 5:

Observamos que en el caso 4 con una frecuencia angular de 12 rad/s, obtenemos una velocidad de 0.017 m/s y en el caso 5 con una frecuencia angular de 14 rad/s, una velocidad de 0.0085 m/s. Es decir, **disminuye la velocidad 0.0085 m/s**.

Para la planta 2, entre caso 4 y caso 5:

Observamos que en el caso 4 con una frecuencia angular de 12 rad/s, obtenemos una velocidad de 0.021 m/s y en el caso 5 con una frecuencia angular de 14 rad/s, una velocidad de 0.0106 m/s. Es decir, **disminuye la velocidad 0.0104 m/s**.

- Se va observando que a medida que **aumenta la frecuencia angular (ω) disminuye también la aceleración (\ddot{u})** en cada planta.

Para la planta 1, entre caso 1 y caso 2:

Observamos que en el caso 1 con una frecuencia angular de 6 rad/s, obtenemos una aceleración de 5 m/s² y en el caso 2 con una frecuencia angular de 8 rad/s, una aceleración de 2.15 m/s². Es decir, **disminuye la aceleración 2.85 m/s²**.

Para la planta 2, entre caso 1 y caso 2:

Observamos que en el caso 1 con una frecuencia angular de 6 rad/s, obtenemos una aceleración de 6.60 m/s² y en el caso 2 con una frecuencia angular de 8 rad/s, una aceleración de 2.65 m/s². Es decir, **disminuye la aceleración 3.95 m/s²**.

Para la planta 1, entre caso 2 y caso 3:

Observamos que en el caso 2 con una frecuencia angular de 8 rad/s, obtenemos una aceleración de 2.15 m/s² y en el caso 3 con una frecuencia angular de 10 rad/s, una aceleración de 1.05 m/s². Es decir, **disminuye la aceleración 1.10 m/s²**.

Para la planta 2, entre caso 2 y caso 3:

Observamos que en el caso 2 con una frecuencia angular de 8 rad/s, obtenemos una aceleración de 2.65 m/s² y en el caso 3 con una frecuencia angular de 10 rad/s, una aceleración de 1.30 m/s². Es decir, **disminuye la aceleración 1.35 m/s²**.

Para la planta 1, entre caso 3 y caso 4:

Observamos que en el caso 3 con una frecuencia angular de 10 rad/s, obtenemos una aceleración de 1.05 m/s² y en el caso 4 con una frecuencia angular de 12 rad/s, una aceleración de 0.55 m/s². Es decir, **disminuye la aceleración 0.50 m/s²**.

Para la planta 2, entre caso 3 y caso 4:

Observamos que en el caso 3 con una frecuencia angular de 10 rad/s, obtenemos una aceleración de 1.30 m/s² y en el caso 4 con una frecuencia angular de 12 rad/s, una aceleración de 0.70 m/s². Es decir, **disminuye la aceleración 0.60 m/s²**.

Para la planta 1, entre caso 4 y caso 5:

Observamos que en el caso 4 con una frecuencia angular de 12 rad/s, obtenemos una aceleración de 0.55 m/s² y en el caso 5 con una frecuencia angular de 14 rad/s, una aceleración de 0.28 m/s². Es decir, **disminuye la aceleración 0.27 m/s²**.

Para la planta 2, entre caso 4 y caso 5:

Observamos que en el caso 4 con una frecuencia angular de 12 rad/s, obtenemos una aceleración de 0.70 m/s² y en el caso 5 con una frecuencia angular de 14 rad/s, una aceleración de 0.35 m/s². Es decir, **disminuye la aceleración 0.35 m/s²**.

- Sin embargo, en cuanto a la frecuencia (f) se observa que disminuye y aumenta uniformemente, siguiendo un movimiento al de una onda con sus máximos y mínimos.

Los datos obtenidos son variables pero con resultados muy parecidos:

En el caso 1 ($\omega = 6$ rad/s) obtenemos una frecuencia de 2.9 Hz para la planta 1 y una frecuencia de 2.7 Hz para la planta 2.

En el caso 2 ($\omega = 8$ rad/s) obtenemos una frecuencia de 2.9 Hz para la planta 1 y una frecuencia de 2.6 Hz para la planta 2.

En el caso 3 ($\omega = 10$ rad/s) obtenemos una frecuencia de 2.35 Hz para la planta 1 y una frecuencia de 2.30 Hz para la planta 2.

En el caso 4 ($\omega = 12$ rad/s) obtenemos una frecuencia de 2.70 Hz para la planta 1 y una frecuencia de 2.75 Hz para la planta 2.

En el caso 5 ($\omega = 14$ rad/s) obtenemos una frecuencia de 2.7 Hz para la planta 1 y una frecuencia de 2.3 Hz para la planta 2.

6.4 Sobre los resultados obtenidos del estudio de las gráficas de las tablas de confort.

Estos resultados han dado lugar a poder obtener datos muy precisos sobre las vibraciones que afectan en los edificios, personas que habitan en ellos y de la estructura.

Según el estudio realizado con los diferentes casos, hemos podido llegar a obtener una conclusión muy ajustada para saber en qué zonas de confort podemos encontrarnos.

La **conclusión principal** que hemos observado entre los 5 casos es que **conforme se va disminuyendo la frecuencia angular la situación se va agravando**. Por tanto ante un sismo cuanto mayor sea la frecuencia angular mejor será el comportamiento del edificio y de la estructura.

La frecuencia angular según nuestro estudio realizado y los resultados obtenidos, debería ser obviamente, uno mayor de los 14 rad/s para un mejor confort tanto de personas, edificios y estructuras.

Y el rango óptimo sería cuando hubiera una frecuencia angular superior a los 18 rad/s o 20 rad/s para conseguir estar en una zona D o una zona E en donde la situación de confort sería la ideal.

Capítulo 7:

BIBLIOGRAFÍA

7. Bibliografía

Alarcón M., Alhama F. y González-Fernández C.F. (2002) Transient conduction in a fin-wall assembly with harmonic excitation, Network thermal admittance Heat Transfer Engineering, 23, pp. 31-43

Cassano, A.M. (2009). Análisis de estructuras bajo acciones dinámicas.

Castro E. (2005) Simulación de ondas elásticas en vigas mediante el método de redes y detección de daño mediante la transformada wavelet. Tesis doctoral, UGR

Del Cerro Velázquez F., Gómez-Lopera S. y Alhama F. (2008). A powerful and versatile educational software to simulate transient heat transfer processes in simple fins, Comput. Appl. Eng. Educ., 16, pp. 72-82

Cuadro comparativo. Diferencias entre Escala Mercalli y Escala Richter: Cuadros comparativos. [Citado en enero 2018]. Disponible on-line: <https://cuadrocomparativo.org/diferencias-entre-escala-mercalli-y-escala-ritcher-cuadros-comparativos/>

Efectos del viento en las estructuras. [Citado en enero 2018]. Disponible on-line: <https://es.slideshare.net/profejaramillo/efectos-del-viento-en-las-estructuras>.

González-Fernández, C.F. and Alhama, F. (2001) Heat Transfer and the Network Simulation Method. J. Horno (ed.) Transworld Research Network, Trivandrum

La Sexta. Explicación Terremoto de Lorca. [Citado en enero 2018]. Disponible on-line: <https://www.youtube.com/watch?v=RUpLETrxOws>

Luna Abad J.P., Alhama, F. y Campo, A. (2010) Optimization of longitudinal rectangular fins through the concept of relative inverse admittance, Heat Transfer Engineering, 31, 5, pp. 395-401

Nagel L.W. (1977). SPICE (Simulation program with integrated circuit emphasis). Berkeley, CA, University of California, Electronics Res. Lab., ERL-M382

NgSpice software (2018). [Citado en enero 2018]. Disponible on-line: <http://ngspice.sourceforge.net/index.html>

Matlab software (2018). [Citado en enero 2018]. Disponible on-line: <https://es.mathworks.com/>

Sánchez J.F, Alhama F. y Moreno J.A. (2012) An efficient and reliable model based on network method to simulate CO₂ corrosion with protective iron carbonate films. Computers and Chemical Engineering 39, pp.57– 64

Sánchez-Pérez J.F., Conesa M. and Alhama F. Solving ordinary differential equations by electrical analogy: a multidisciplinary teaching tool. European Journal Physics 37 (2016)

Soto Meca A., Alhama F., González-Fernández C.F. (2007) An efficient model for solving density driven groundwater flow problems based on the network simulation method, *J. Hidrology*, 339, pp. 39-53

Zueco, J., Alhama F. y González-Fernández, C.F. (2006) Inverse determination of heat generation sources on two dimensional homogeneous solids. Application to orthotropic medium. *Int. Comms. Heat Mass Transfer*, 32, pp. 49-55