



industriales
etsii

Escuela Técnica
Superior
de Ingeniería
Industrial

UNIVERSIDAD POLITÉCNICA DE CARTAGENA

Escuela Técnica Superior de Ingeniería Industrial

Simulación numérica del flujo convectivo en cavidades 2D. Influencia de la geometría y de la variación de propiedades

TRABAJO FIN DE GRADO

GRADO EN INGENIERÍA EN TECNOLOGÍAS INDUSTRIALES



Universidad
Politécnica
de Cartagena

Autor: Germán Sancho Carrasco
Director: Blas Zamora Parra

Cartagena 9 de diciembre de 2014

Índice

Lista de símbolos	3
Capítulo 1. Introducción y objetivos	5
1.1 Motivación del estudio	5
1.2 Descripción de algunos dispositivos con flujos convectivos	5
1.3 Breve revisión bibliográfica	12
1.4 Objetivos	14
Capítulo 2. Descripción geométrica y definición del problema	15
2.1 Geometría y condiciones de calentamiento	15
2.2 Parámetros adimensionales	14
Capítulo 3. Modelización matemático	23
3.1 Ecuaciones generales de la mecánica de fluidos	23
3.1.1 Principio de conservación de la masa	23
3.1.2 Principio de conservación de la cantidad de movimiento	24
3.1.3 Principio de conservación de la energía	26
3.1.4 Sistema de ecuaciones de Navier-Stokes	27
3.2 Flujo de convección natural. Aproximación de Boussinesq	28
3.3 Modelización del flujo turbulento	29
3.3.1 Ecuaciones generales de Reynolds del flujo turbulento	29
3.3.2 Modelo de ecuaciones promediadas de Navier-Stokes (RANS)	31
3.3.3 Ecuaciones generales con variación de propiedades	35
3.3.4 Ecuaciones generales asumiendo propiedades constantes.	36
Aproximación de Boussinesq	
3.4 Flujo turbulento en presencia de paredes	36
3.5 Condiciones de contorno	39
Capítulo 4. Modelización numérico	41
4.1 Proceso de discretización de las ecuaciones diferenciales	41
4.2 Método de las diferencias finitas	42
4.3 Método de los volúmenes finitos	45
4.4 Técnicas de discretización	47
4.4.1 Técnica de Diferencias Centrales	48
4.4.2 Técnica Upwin	49
4.4.3 Técnica Híbrida	51
4.5 Introducción al código Phoenics	52
4.6 Descripción del fichero q1	53
4.7 Mallado	60
4.7.1 Creación del mallado en Phoenics	61
4.7.2 Mallado en la cavidad	61
4.8 Simulaciones en presencia de paredes	62
Capítulo 5. Validación de los resultados	63
5.1 Convección natural en un canal vertical	63
5.2 Convección natural en una cavidad	65
Capítulo 6. Cavidad simple con pared isoterma	67

6.1 Introducción y motivación	67
6.2 Resultados obtenidos para el número de Nusselt y el flujo másico	67
Capítulo 7. Cavidad simple con flujo de calor constante	73
7.1 Introducción y motivación	73
7.2 Resultados obtenidos para el número de Nusselt y el flujo másico	73
Capítulo 8. Cavidad con geometría variable	87
8.1 Introducción y motivación	87
8.2 Resultados obtenidos para el número de Nusselt y el flujo másico	88
Capítulo 9. Conclusiones	109
9.1 Condición de calentamiento isoterma. Conclusiones	109
9.2 Condición de calentamiento de flujo de calor constante. Conclusiones	110
9.3 Variación de geometría. Conclusiones	111
9.4 Futuras líneas de continuación del proyecto	113
Bibliografía	115

Lista de símbolos

Símbolos latinos

b	Longitud de la apertura de ventilación
$c_{p,\infty}$	calor específico bajo presión constante ambiente
E	energía total
F	fuerza
f_s	fuerza superficial
f_m	fuerza gravitatoria
Gr_H	Número de Grashof basado en H
g	Aceleración de la gravedad
H	altura de la cavidad
I	matriz identidad
k	energía cinética turbulenta
L_c	longitud característica
L	longitud de la cavidad
M	flujo másico adimensional
m, \dot{m}	flujo másico
Nu	número de Nusselt
Nu_H	número de Nusselt basado en H
Nu_x	número de Nusselt local
n	coordenada perpendicular al plano
Pr_∞	número de Prandtl
p	presión
p'	componente fluctuante de la presión
Q	calor
q	flujo de calor en la pared
R	constante universal de los gases ideales
Ra_H	número de Rayleigh basado en H
S_c	superficie de control
S_{ij}	tensor de deformación de flujo turbulento
T	temperatura
T'	componente fluctuante de la temperatura
T_w	temperatura en la pared caliente

T_∞	temperatura de referencia
U	componente media de la velocidad
u, v	componentes de la velocidad en las direcciones x e y
u'	componente fluctuante de la velocidad
u^+	u/u_τ
u_τ	velocidad de agitación turbulenta
V	volumen
V_c	volumen de control
V_f	volumen fluido
v	velocidad
W	energía externa
x, y, z	coordenadas cartesianas
y^+	$u_\tau y/\nu$.

Símbolos griegos

α	difusividad térmica
β	coeficiente de expansión térmica
γ	tensor de deformaciones
δ_T	espesor de la capa térmica límite
ε	ritmo de disipación de la energía cinética turbulenta
Φ	magnitud fluida
Φ_v	función de disipación de Rayleigh
κ	conductividad térmica
Λ	parámetro de calentamiento
μ	viscosidad
μ_t	viscosidad turbulenta
ρ	densidad
τ	tensor de esfuerzos
τ_p	esfuerzo cortante en la pared
τ'	tensor de esfuerzos viscosos
ω	ritmo de disipación específica de k .

Subíndices

c	de control
t	turbulento
v	viscoso
∞	de referencia.

Abreviaturas

CFD Computational Fluid Dynamics
RANS Reynolds Averaged Navier-Stokes.

Capítulo 1. Introducción y objetivos

1.1 Motivación del estudio

El estudio del comportamiento de un fluido al que se le aporta calor en el interior de cavidades o recintos total o parcialmente cerrados ha sido motivo de muchos y variados estudios, dado el amplio abanico de posibilidades que tiene este fenómeno en el mundo de la Ingeniería, como por ejemplo ventilación, climatización o evacuación de calor. Muchos de estos estudios servirán como apoyo en la elaboración de este trabajo, como posteriormente se irá indicando. En general, los dispositivos en los que tienen lugar procesos con transmisión de calor por convección natural reciben la denominación de pasivos, por el hecho de que no intervienen sistemas electromecánicos para generación o transmisión de energía.

La motivación por la cual se llevó a cabo este trabajo radica en lo llamativo que resulta la aparente sencillez de los dispositivos mediante los cuales se aprovechan las propiedades de los flujos convectivos naturales, dispositivos que se emplean desde para sistemas de climatización pasiva, sistemas cada vez más presentes en las denominadas casas inteligentes; hasta para su uso en las energías renovables, como las chimeneas solares para generación de energía. Por lo que se pretende llevar a cabo un estudio del comportamiento de un flujo de convección natural para llegar a comprender mejor las propiedades de dicho flujo.

1.2 Descripción de algunos dispositivos con flujos convectivos

Como se acaba de comentar, este tipo de flujos convectivos (siempre libre o natural, no forzado) son de gran interés en el mundo de la Ingeniería por sus particulares características. Entre los dispositivos más empleados, que aprovechan este tipo de flujo, pueden citarse los termosifones, los sistemas pasivos de climatización tales como chimeneas solares o las paredes trombe, sistemas de enfriamiento pasivo, como es el caso de los sistemas de enfriamiento de emergencia en las centrales nucleares, o los sistemas de refrigeración de dispositivos electrónicos. Otra clase de dispositivos empleados son los sistemas de generación eléctrica llamadas torres solares.

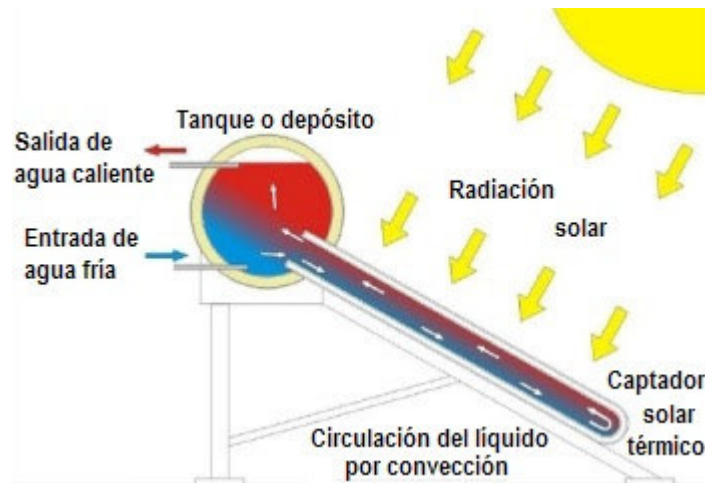


Figura 1.1: Esquema del funcionamiento de un termosifón solar.

Los termosifones [1] son sistemas que aprovechan el movimiento producido por la diferencia de temperatura, y el calor transmitido por convección al calentar un fluido. Como se aprecia en la Figura 1.1, la radiación solar actúa como fuente de calor sobre el captador solar provocando el aumento de temperatura del agua en contacto con el mismo y en consecuencia el movimiento ascendente del fluido a mayor temperatura debido a su menor densidad (flotación), así mismo se consigue el calentamiento del resto del agua por convección.

El muro trombe [2] toma su nombre del autor de la primera idea, el francés Felix Trombe, quien, junto con el arquitecto Jacques Michel, realizó en 1967 en Odeillo, Pirineo francés, una vivienda experimental. Este sistema, que es básicamente un invernadero de dimensiones diminutas, consta de una pequeña masa de aire confinada entre un vidrio exterior y una pared interior. Esta pared, que en un invernadero convencional puede llegar a ser también de vidrio y no tiene una excesiva importancia en cuanto a sus características, en un muro trombe resulta fundamental. En este caso es un muro de gran espesor y gran densidad. El muro trombe cumple con tres funciones, la captación directa de radiación solar a través del vidrio, su acumulación en el muro y la distribución del aire caliente generado con esa energía a través de los huecos dispuestos en el muro. Una vez que la radiación ha atravesado el vidrio, incide sobre el muro calentándolo, cediendo, posteriormente, el calor por convección al aire que ocupa la pequeña cámara confinada por el vidrio. Si esa cámara permaneciera estanca, el aire se calentaría excesivamente y su energía se perdería hacía el exterior a través del vidrio. Para evitarlo, el muro dispone de dos conjuntos de orificios, unos situados en la parte alta del mismo, y otros en la parte inferior. El aire, al calentarse, asciende por convección natural y, atravesando el muro por los huecos superiores, pasa al interior del local. El pequeño vacío que se crea en la cámara es suficiente para arrastrar, a través de los orificios inferiores, el aire frío de la habitación que se encuentra estratificado a nivel del suelo. De este modo se crea una circulación de aire frío de la habitación al muro y, una vez caliente, del muro a la habitación (Figura 1.2).

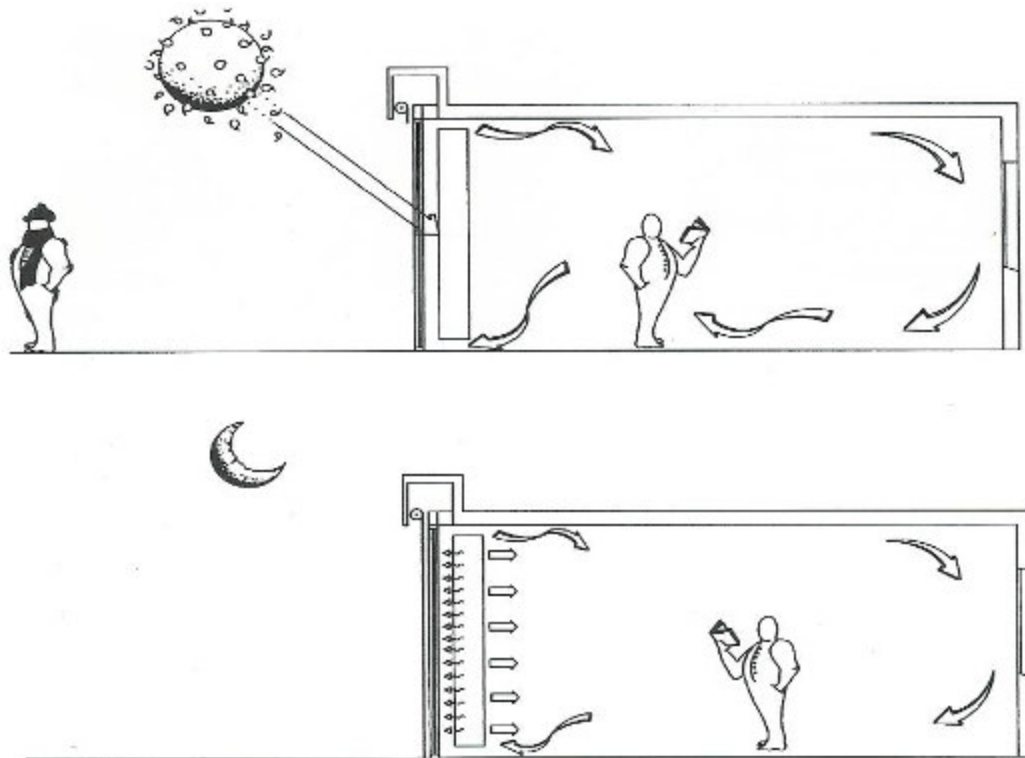


Figura 1.2: Diferentes funcionamientos del muro trombe (F. J. Neila González, 2004).

La captación directa es función de la superficie y orientación del acristalamiento, que debe ser lógicamente a sur. La superficie exterior del muro debe ser de color oscuro para evitar las pérdidas por reflexión y permitir que absorba el máximo de energía. El efecto de la captación directa con lazo convectivo del muro trombe coincide con los momentos de incidencia de la radiación solar. Por tanto, dado que cesaría la circulación del aire a la misma hora en la que dejase de incidir el sol sobre el muro, no se cubrirían las necesidades de energía del resto de las horas del día y de la noche si no hubiera una parte de acción retardada. Esta acción la realiza el muro con la energía que tiene acumulada. Por todo ello, el dimensionado del espesor del muro es muy importante. La energía almacenada en el muro se empleará de dos formas distintas. En primer lugar, mientras reciba radiación solar y se mantenga más caliente que el aire que penetra frío de la habitación por las rejillas inferiores, lo seguirá calentando y permitiendo su salida y circulación por las rejillas superiores. En segundo lugar, cuando ha acumulado suficiente calor, al cabo del tiempo, la energía habrá atravesado el muro y aflorará por la cara interior, calentando la habitación directamente por convección y radiación. Para optimizar este doble funcionamiento conviene que este segundo fenómeno no comience hasta que haya cesado la máxima intensidad del primero, es decir cuando cese de recibir radiación solar. Para ello es necesario dimensionar su espesor, de tal modo que coincida el momento en el que deja de dar el sol sobre el muro, con el momento en el que la onda de calor lo ha atravesado en su totalidad. Dado que la energía empieza a atravesar el muro en el mismo momento en el que comienza a recibir la radiación solar, el desfase de la onda térmica, es decir, el número de horas que tarda el calor en atravesarlo, debe coincidir con el número de hora de asoleamiento del muro. Suponiendo que en un día de marzo el sol comienza a incidir sobre un muro de trombe orientado al sur a las 6:30 y deja de incidir a las 17:30, el número de horas que hay entre esos dos momentos, que es de 11 horas, debe coincidir con el desfase de la onda térmica. Si el muro es de hormigón, piedra o ladrillo macizo el espesor debe ser aproximadamente de unos 40 cm.

Sin embargo, un muro de ese espesor pone tales dificultades al paso del calor que la mayor parte de él no llega a atravesarlo nunca y rebota hacia el exterior. El amortiguamiento de la onda térmica en el muro del ejemplo es altísimo, de más del 94%, lo que indica que poco más del 5% de la energía llega a la cara interior del muro y que el resto vuelve a la cara exterior. Sin embargo, este calor no

se pierde como lo haría en un cerramiento convencional, ya que se invierte en seguir calentando el aire de la cámara y seguir forzando su circulación a través de la habitación.

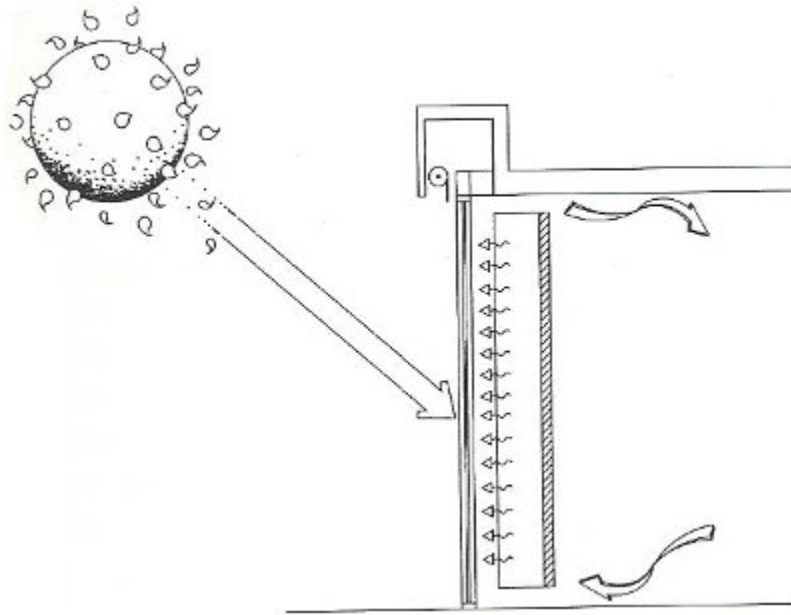


Figura 1.3: Muro trombe aislado, para evitar la emisión de calor por radiación (F. J. Neila González, 2004).

Para que realmente no se pierda, dado que aflorará durante las horas de la tarde y de la noche, habrá que proteger el vidrio exteriormente para que no se enfríe. Esa protección, que debe extenderse durante las horas en que no incide el sol sobre el muro y, sobre todo, en las horas frías de la noche, puede consistir en una persiana exterior, que será tanto mejor cuanto más aislada vaya. De este modo se evita que el vidrio se enfríe en exceso y robe calor por radiación y por convección al muro (Figura 1.3).

En ocasiones se prefiere que la distribución sea totalmente por convección, eliminando completamente la componente de radiación; esto suele ser necesario en locales grandes donde es imprescindible mover aire para llegar a puntos profundos.

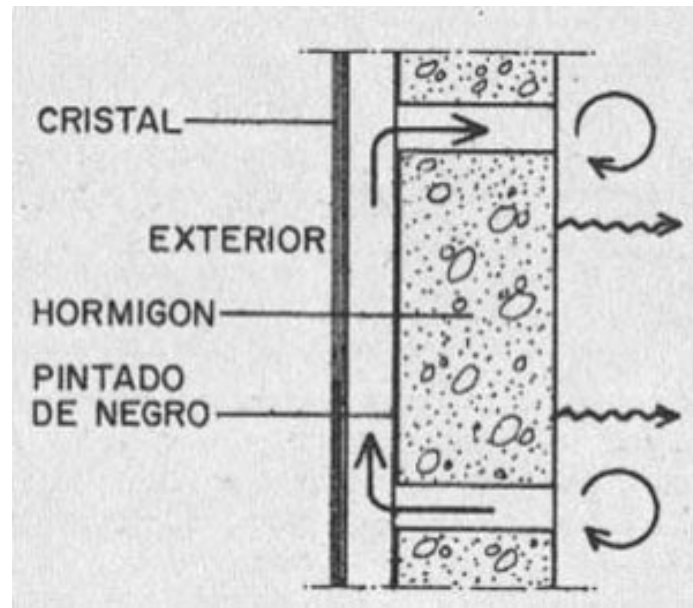


Figura 1.4: Esquema del funcionamiento de un muro Trombe en el que a partir del calor aportado por la radiación solar se consigue que fluya el aire en su interior climatizando así su interior.

Las chimeneas solares [2] son sistemas de ventilación cuya función es la misma que la de las chimeneas de humos pero eliminando aire caliente. Situadas en los puntos correctos, el aire caliente estaticado en los techos tendrá una tendencia natural a escapar por ellas. Para facilitar y acelerar este efecto las chimeneas solares tiene expuesto su tramo exterior al sol para provocar un recalentamiento de esa zona. Ese aire no plantea ningún problema, pues al generarse por encima de la zona habitable nunca podrá entrar en el edificio.

Para que el efecto sea mayor puede pintarse exteriormente de negro o recubrirse con una cámara de aire y un vidrio para provocar el efecto invernadero. El efecto más rápido lo tendremos en las chimeneas metálicas, debido a la alta conductividad del metal, pero aunque su capacidad de acumulación es alta lo sería más si la chimenea fuera un muro de fábrica suficientemente grueso; en esos casos los efectos de succión por el recalentamiento en el remate se mantienen horas después de que deje de dar el sol Figura 1.5.

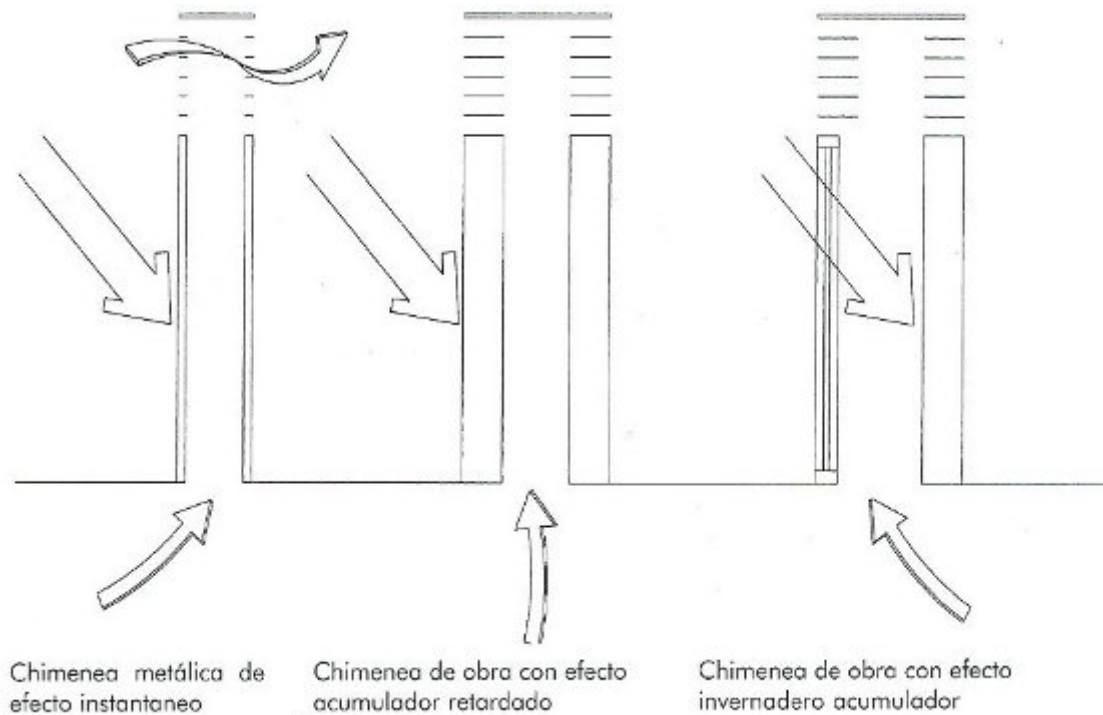


Figura 1.5: Distintas configuraciones de chimeneas solares (F. J. Neila González, 2004).

La Figura 1.6 [3] es un ejemplo de como emplear una chimenea solar para ventilar un edificio; se consigue la entrada de aire a menor temperatura gracias al aporte de calor producido de forma natural por el Sol, éste se produce una diferencia de temperatura y la consecuente diferencia de densidad dentro del fluido provocando así el movimiento del aire en la instalación.

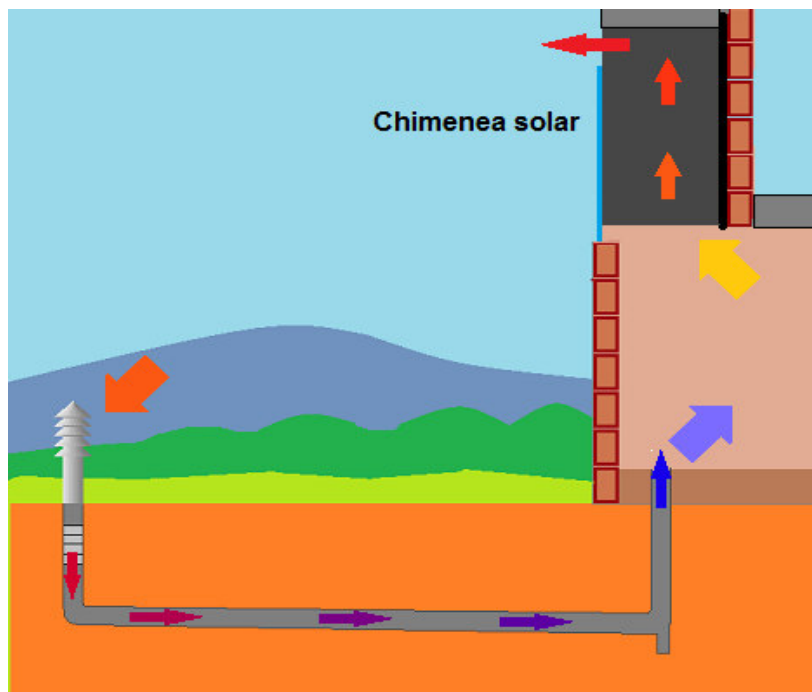


Figura 1.6: Funcionamiento de una chimenea solar, donde la radiación solar calienta a la misma provocando así el movimiento del aire debido a las diferencias de densidades.

Por otro lado [2], las posibilidades de enfriamiento pasivo son limitadas. Las formas genéricas de actuación son las siguientes:

- *Enfriamiento evaporativo o latente*: es un enfriamiento adiabático, es decir sin alterar el cómputo total de energía de un ambiente, sino simplemente utilizando parte de la energía sensible del aire y los paramentos para evaporar el agua, energía que se mantiene en el ambiente en el calor de vaporización necesario para este proceso y que se recupera cuando se invierte el fenómeno.

- *Enfriamiento radiante*: cuando el sistema de enfriamiento reduce realmente la cantidad de energía de un ambiente se denomina enfriamiento sensible. Para conseguir enfriamiento sensible, es decir, eliminación directa de la energía y, por tanto, reducción de la temperatura, es necesario contar con un foco frío, cuya temperatura esté lo suficientemente por debajo de la que queremos conseguir, y con una masa tan grande que no se altere su temperatura al arrojar sobre ella el calor que queremos eliminar. Los tres sumideros de calor que reúnen estas condiciones son la bóveda celeste que nos cubre (enfriamiento radiante), el terreno que nos soporta (enfriamiento conductivo) y el aire que nos envuelve (enfriamiento convectivo).

- *Enfriamiento conductivo*: El enfriamiento conductivo se produce cuando los cuerpos pierden calor por conducción. Para ello es necesario contar con superficies frías en torno a algún cerramiento.

Enfriamiento convectivo: El enfriamiento convectivo se alcanza empleando directamente masas de aire frío. Un notable ejemplo de estrategia de enfriamiento de aire la tenemos en las Villas Costozza, en Italia, cerca de Vicenza. Estas viviendas están edificadas en una ladera que se desarrolla sobre cuevas naturales. El aire penetra en estas cuevas, embolsándose y enfriándose de forma espontánea, y las villas, situadas sobre ellas, toman ese aire frío a través de grandes rejillas de mármol (Figura 1.7). Palladio, conocedor de este fenómeno, lo empleó en su villa Rotonda, utilizando el sótano en lugar de las cuevas.

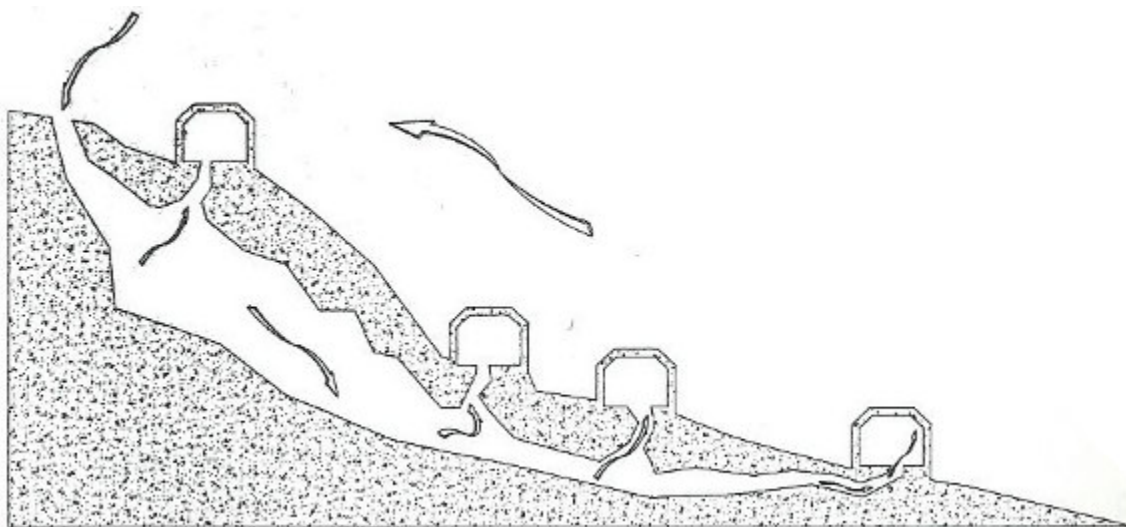


Figura 1.7: Villas Costozza, en Vicenza (Italia). El aire frío que se genera en las cuevas del subsuelo sirve para enfriar las viviendas durante el verano (F. J. Neila González, 2004).

Otra aplicación interesante en la que se aprovechan las propiedades de los flujos convectivos naturales es su uso para la generación de energía eléctrica a partir de chimeneas solares, las cuales llevan instaladas en su interior una serie de turbinas que aprovechan la energía cinética del fluido para la generación de electricidad. Para diferenciar a este tipo de dispositivo de aquellos utilizados en sistemas pasivos de climatización, reciben la denominación de torres solares (o también chimeneas solares de potencia).

Hace más de un siglo el coronel de artillería español Isidro Cabanyes sentó las bases de una chimenea solar con la que generar energía eléctrica [4]; sin embargo, dadas las limitaciones de la época no se pudo llevar a cabo. La Universidad de Londres, a petición del mayor observatorio astronómico del mundo, ALMA, está llevando a cabo actualmente la construcción de un prototipo de dicha chimenea de un kilómetro de altura con el fin de obtener electricidad limpia de manera más económica, con un diseño que no requiere agua.

El funcionamiento es relativamente sencillo; la planta consta de un invernadero donde durante el día se calienta el aire y asciende, por los fenómenos que ya se han citado de diferencia de densidades y flotabilidad, por una torre hueca central, moviendo así unas turbinas que se encuentran en su interior y generando energía.

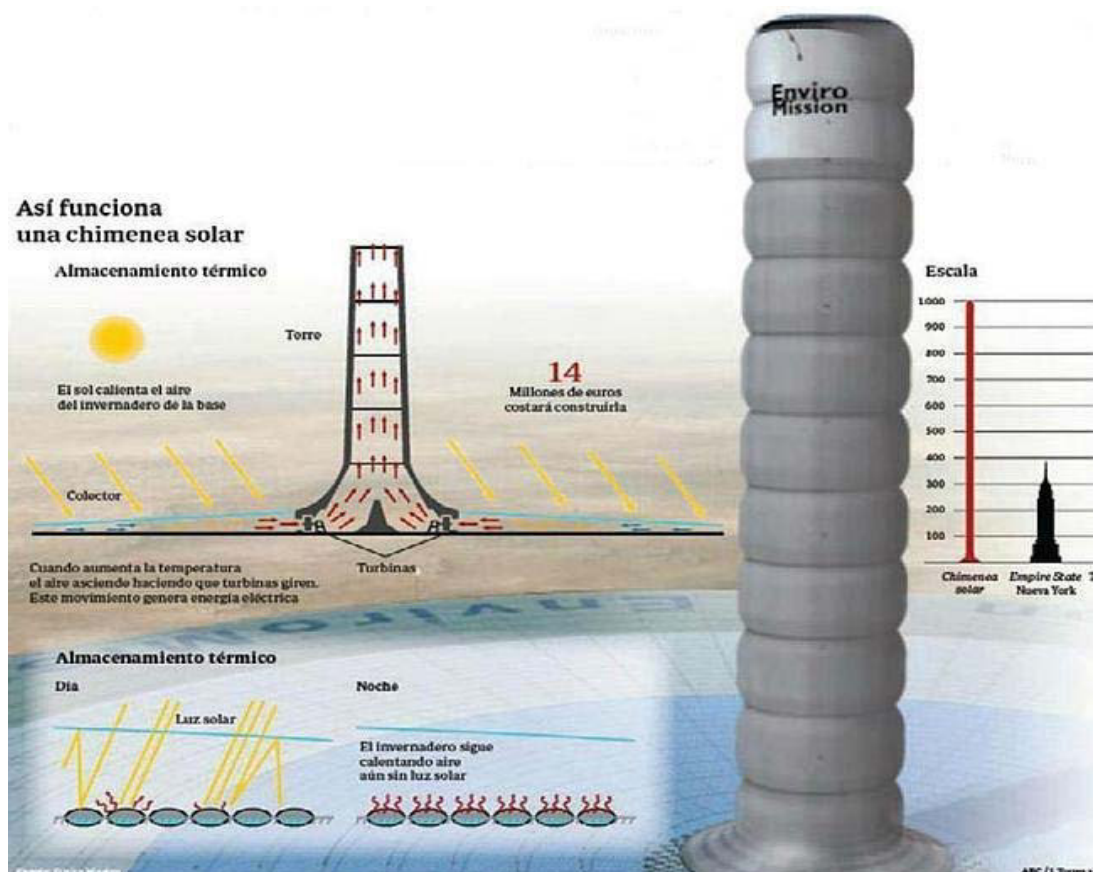


Figura 1.3: Esquema del funcionamiento de la chimenea solar destinada a producir energía ideada por Isidro Cabanyes.

1.3 Breve revisión bibliográfica

Este tipo de flujos ha sido, como ya se ha comentado, motivo de muchos estudios dadas las muchas aplicaciones que se pueden sacar gracias a sus propiedades, como se ha visto en los ejemplos descritos anteriormente. A continuación se citarán una serie de trabajos sobre los flujos convectivos naturales, algunos de los cuales han servido como base, y apoyo en la elaboración de este trabajo.

Comenzando por una bibliografía básica se pueden citar los trabajos de A. M. Clausing [5], A. M. Clausing y S. N. Kempka [6], o E. M. Sparrow y J. L. Gregg [7] sobre convección natural donde se utiliza la aproximación de Boussinesq, la cual asume propiedades termofísicas constantes (se verá

más adelante), para estudiar la influencia de las propiedades variables sobretodo en canales verticales. Dentro de los trabajos sobre convección natural en canales verticales cabría destacar el llevado a cabo por Z. Y. Guo y X. B. Wu [8], en él se lleva a cabo una investigación acerca del efecto de las propiedades variables sobre la transmisión del calor (a partir del valor del número adimensional de Nusselt), y el flujo másico. Donde acaba concluyendo que tanto los valores del Nusselt, como del flujo másico son más bajos que los obtenidos aplicando la aproximación de Boussinesq. En este trabajo también se demuestra que el efecto de la variación de densidad (“*thermal drag*”) es la responsable de la tendencia no monótona del flujo másico inducido por el flujo de calor o la temperatura de la pared (condiciones de calentamiento), cuando el flujo de calor es fijo y alcanza un valor crítico, la temperatura de la pared incrementa drásticamente dando lugar a un fenómeno de crisis. De forma similar J. Hernandez y B. Zamora [9] llevaron a cabo un estudio acerca del efecto de dichas propiedades variables sobre los flujos de convección natural en canales verticales con condiciones de calentamiento no uniformes, donde llegaron a la conclusión de que para una distribución de calor determinada, el valor promedio del flujo de calor para el cual se reproduce la situación crítica a la que llegan Z. Y. Guo y X. B. Wu [8], varía considerablemente con el valor del Rayleigh. También concluyeron que para un flujo lineal de calor en la pared y una intensidad de calentamiento dada, la temperatura máxima de la pared se puede minimizar haciendo que el flujo de calor sea ligeramente menor en las secciones inferiores del canal.

Se pueden encontrar trabajos centrados en sus posibles aplicaciones, como por ejemplo el realizado por G. Gan y S. B. Riffat [10] donde presentan el resultado numérico del estudio de la ventilación natural establecida por chimeneas solares en edificios. H. Onbasioglu y A.N. Egrican [11] investigaron experimentalmente el rendimiento térmico de un sistema de calentamiento solar en una habitación. S. A. M. Burek y A. Habeb [12] determinaron experimentalmente las correlaciones para el flujo másico en termosifones. B. Zamora y A.S. Kaiser [13] llevaron a cabo un estudio numérico del efecto de los flujos convectivos naturales inducidos en chimeneas solares, donde estudian la forma de optimizar la geometría de la chimenea solar.

Siguiendo con los estudios sobre aplicaciones de los flujos convectivos naturales, H. Akbari y TR. Borgers [14] propusieron expresiones para la velocidad en un muro Trombe a partir de la resolución de un sistema de ecuaciones simplificadas de Navier-Stokes. W. Smolec y A. Thomas [15] expusieron las dificultades encontradas en el uso de expresiones para el coeficiente de transmisión de calor convectivo. H. B. Awbi [16] explicó los métodos clásicos empleados en el diseño de edificios ventilados de forma natural. B. Zamora y A.S. Kaiser [17] realizaron un estudio numérico de los flujos producidos por convección natural en los muros trombre, donde concluyeron que, para una geometría dada con una fuente de calor discreta, incluir obstáculos produce un apreciable aumento del Nusselt, así como del flujo másico, para un rango de valores del Rayleigh.

De igual modo, existe un gran número de trabajos acerca de los flujos de convección natural en geometrías en forma de cavidad (abierta, parcialmente abierta, o cerrada), Y. L. Chan y C. L. Tien [18] presentaron un estudio numérico en dos dimensiones acerca de la convección natural en cavidades abiertas. A. A. Mohamad y R. Viskanta [19] llevaron a cabo una evaluación comparativa de diferentes sistemas de discretización para fluidos con bajo número de Prandtl en cavidades. Existen distintos estudios acerca de cavidades con diferentes morfologías, total o parcialmente abiertas, como los realizados por E. Bilgen y H. Oztop [20], E. Bilgen y A. Balkaya [21], E. Bilgen y A. Muftuoglu [22], entre otros. La elección de unas condiciones de contorno adecuadas fue motivo de estudio para K. Khanafer y K. Vafai [23], y S. Anil Lal y C. Reji [24], entre otros. B. Zamora y A.S. Kaiser [25] estudiaron la influencia de las propiedades termofísicas variables en el interior de una cavidad, en él llegan a conclusiones similares a las que alcanzaron Z. Y. Guo y X. B. Wu [8] en su estudio sobre la influencia de dichas variables en canales verticales; los valores de Nusselt, y de flujo másico que se obtienen son inferiores a los obtenidos tras aplicar la aproximación de Boussinesq. De igual modo que en canales verticales, cuando se tiene un flujo de

calor fijo y alcanza un valor crítico, la temperatura de la pared incrementa drásticamente; se reproduce el mismo fenómeno crítico.

B. Zamora y A.S. Kaiser [26] llevan a cabo un estudio sobre la influencia de las propiedades termofísicas variables en el interior de una cavidad extendido a un caso tridimensional para distintas condiciones de calentamiento. En este trabajo también se estudia la influencia de la variación geométrica introduciendo en el interior de la cavidad un muro, éste a su vez puede ser adiabático o isoterma.

Ésta es solo una muestra de los trabajos que existen acerca de los flujos de convección natural, donde queda patente la variedad de estudios existentes sobre este tema así como el interés que recibe.

1.4 Objetivos

En el presente trabajo se llevará a cabo un estudio sistemático en 2 dimensiones de los flujos producidos por convección natural en cavidades parcialmente abiertas, donde se considerarán condiciones de calentamiento isotermas, y de flujo uniforme de calor en la pared caliente. Las geometrías y las condiciones de contorno elegidas pretenden simular aplicaciones reales o sistemas de climatización pasiva en edificios o sistemas de enfriamiento de componentes electromagnéticos, por ejemplo.

El enfoque del presente trabajo consiste en la simulación numérica del flujo de interés. Las simulaciones se llevarán a cabo mediante el código CFD (“Computational Fluid Dynamics”) Phoenix, el cual discretiza las ecuaciones de conservación para el problema a través de un procedimiento de volúmenes finitos.

En concreto se va a estudiar la eficiencia de la transmisión de calor a través del cálculo del número de Nusselt, así como el flujo másico inducido, para un amplio rango de valores del número de Rayleigh, abriendo todo el posible rango de condiciones de funcionamiento, desde el flujo laminar al turbulento, incluyendo el transicional. Se tendrán en cuenta la variación de las propiedades termofísicas del aire en función de la temperatura, analizando además la influencia de la intensidad de calentamiento. Los resultados se compararán con los obtenidos aplicando la simplificación de Boussinesq. Por último, y de modo similar a los anteriores objetivos, se pretende estudiar el efecto de la modificación de la configuración geométrica en la eficiencia de la transmisión de calor. Dicha modificación geométrica consistirá en la introducción en el dominio del fluido de varios obstáculos que puedan simular posibles configuraciones geométricas reales. Los cambios producidos en la configuración del flujo establecido se mostrarán a través de las distribuciones de temperatura, y de las líneas de corriente.

Capítulo 2. Descripción geométrica y definición del problema

2.1 Geometría y condiciones de calentamiento

Como se ha expresado en el capítulo anterior, se quiere estudiar el flujo establecido por convección natural en geometrías que resulten de aplicación en casos prácticos (chimeneas solares, muros Trombe,...). La mayor parte de las simulaciones se llevaran a cabo en una cavidad con aberturas al exterior como la que se muestra en la Figura 2.1. Esta es la configuración más sencilla; posteriormente se mostrarán las variaciones geométricas consideradas en este trabajo.

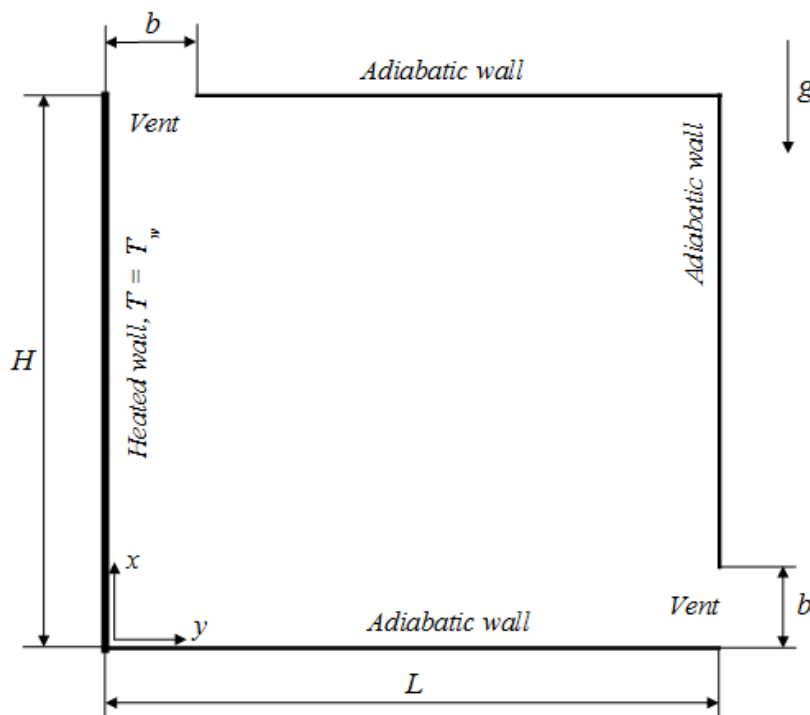


Figura 2.1: Configuración geométrica de la cavidad simple en la que se va a centrar la mayor parte de este trabajo.

La cavidad de la Figura 2.1 tiene una altura H , y una longitud L , siendo $H = L$. Tanto en la parte inferior de la pared derecha, como en la parte izquierda de la pared superior existen dos aperturas de ventilación de anchura b , a través de los que puede entrar, o salir el fluido. Dada su particular configuración, es de esperar que la mayor parte del fluido entre al interior de la cavidad por la apertura inferior y salga por la superior.

Tanto la pared inferior, como la superior, y la que se encuentra a la derecha se trata de paredes adiabáticas, de modo que no intercambiarán calor con el sistema. La pared calentada es la izquierda. Se consideran dos condiciones de calentamiento: pared isoterma con temperatura T_w , y pared caliente con un flujo de calor constante. Estas condiciones de contorno se consideran representativas de casos que puedan simular sistemas pasivos de climatización. La condición de temperatura constante puede simular una situación de calentamiento promediado en el tiempo, con un flujo de calor no constante a través de la pared, mientras que la condición de flujo de calor constante puede simular un calentamiento directo solar, con el que la temperatura en la pared no resulta constante, encontrándose la temperatura máxima en algún punto intermedio de la misma.

Por otro lado se pretende llevar a cabo el estudio de como influyen posibles variaciones en la geometría de la cavidad sobre la eficiencia en la transmisión del calor. Para ello se realizaran distintas simulaciones en las que se dispondrán de distintos obstáculos en el interior de la cavidad, que pueden simular situaciones reales, con el fin de estudiar su influencia sobre los resultados obtenidos.

Las configuraciones geométricas relacionadas con la configuración básica de cavidad que se ha descrito son las siguientes:

- *Cavidad con placa vertical adiabática de espesor despreciable*: se situará una placa adiabática de espesor despreciable en las proximidades de la pared calentada, esta configuración simulará, de forma muy simplificada, una chimenea solar (Figura 2.2).

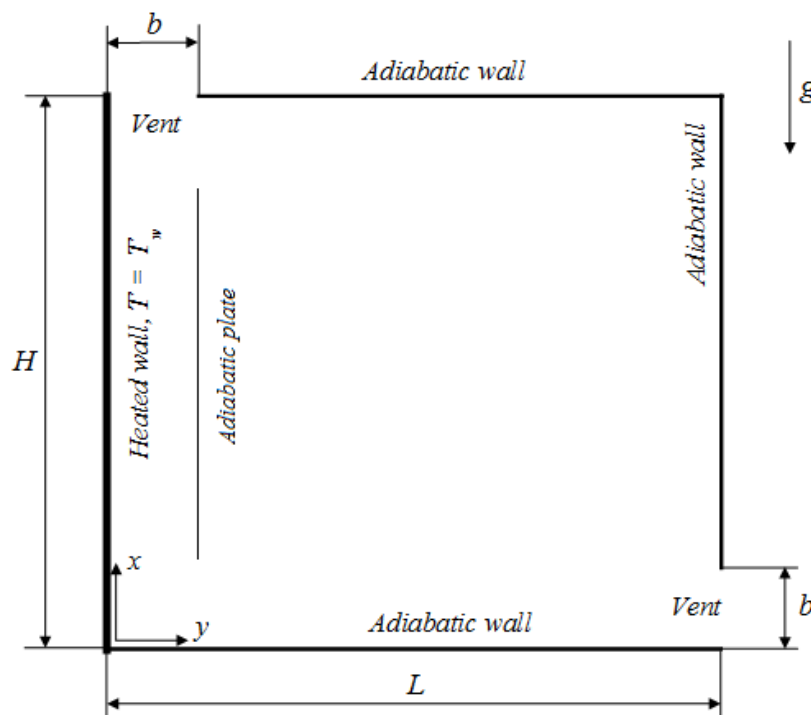


Figura 2.2: Configuración geométrica de la cavidad con placa intermedia adiabática.

- *Cavidad con un muro vertical adiabático de cierto espesor*: esta configuración es similar a la anterior, con la salvedad de que este muro posee cierto espesor simulando así un caso, aún simplificado, más real de una chimenea solar (Figura 2.3).

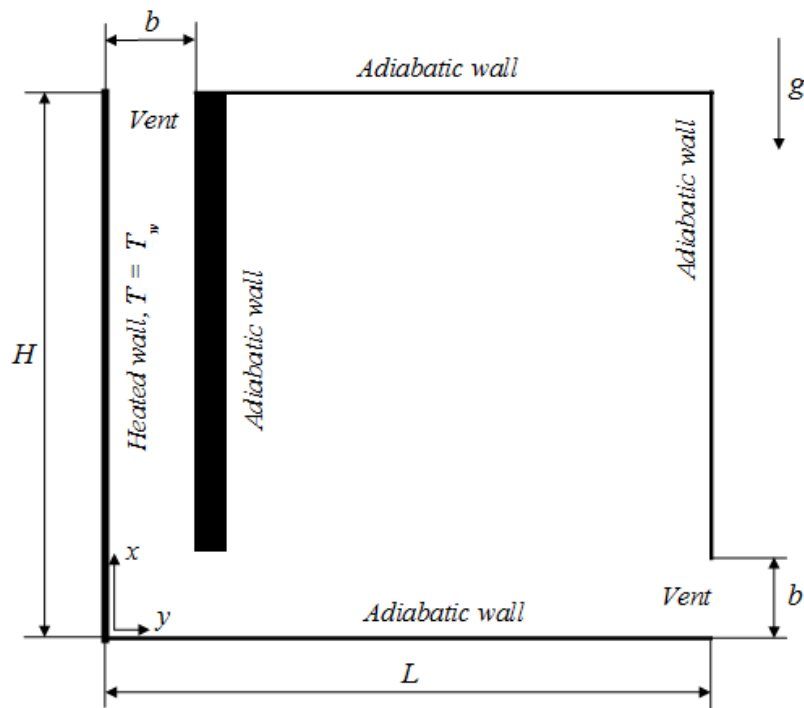


Figura 2.3: Configuración geométrica de la cavidad con muro adiabático intermedio.

- *Cavidad con un muro vertical adiabático junto a obstáculos*: en esta configuración se incluye, a parte del muro del caso anterior, distintos obstáculos en la entrada de la cavidad que podrían dar lugar a formación de torbellinos por lo que será un estudio interesante (Figura 2.4).

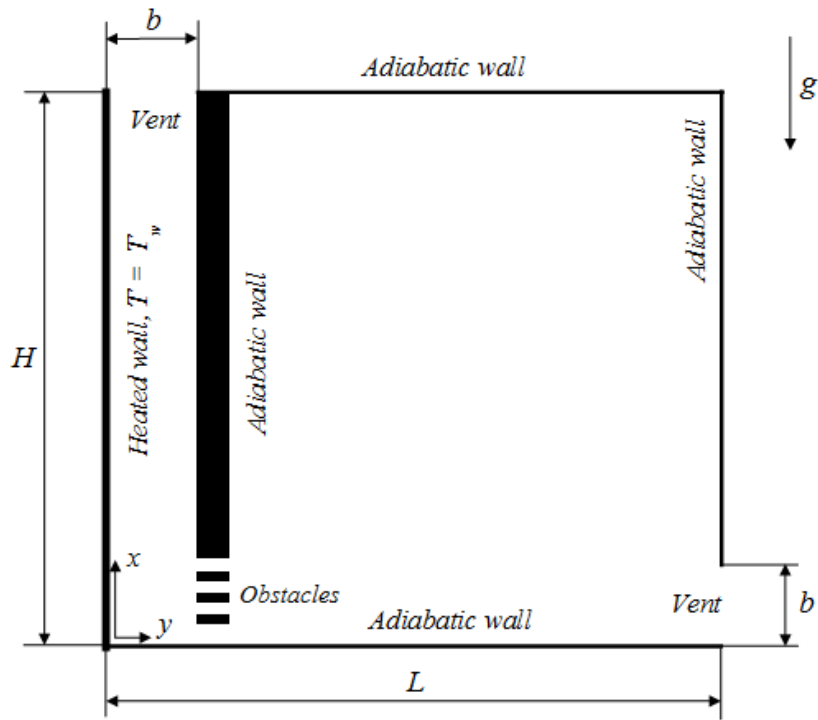


Figura 2.4: Configuración geométrica de la cavidad con muro adiabático intermedio y con obstáculos.

- Cavity with a segmented adiabatic wall: this last case is another variation of the second configuration, in this case the adiabatic wall of certain thickness will be segmented (Figure 2.5).

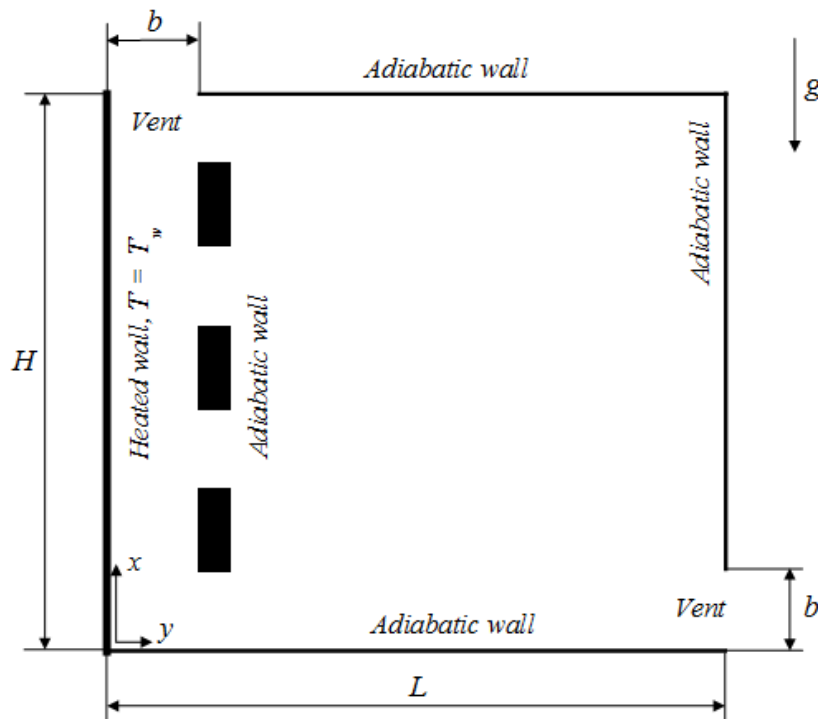


Figura 2.5: Configuración geométrica de la cavidad con muro intermedio segmentado.

Con el fin de validar todas las simulaciones que se van a llevar a cabo se pretende comparar los

resultados obtenidos en la simulación de un flujo de convección natural en un canal vertical, con unos resultados de referencia. La geometría de dicho canal es sencilla, consiste básicamente en un canal vertical con dos placas paralelas, que se consideran infinitas en el plano perpendicular al papel y de espesor despreciable. Las placas tienen una longitud L_c y están separadas una distancia b . En apartados posteriores se hablará de sus condiciones de contorno.

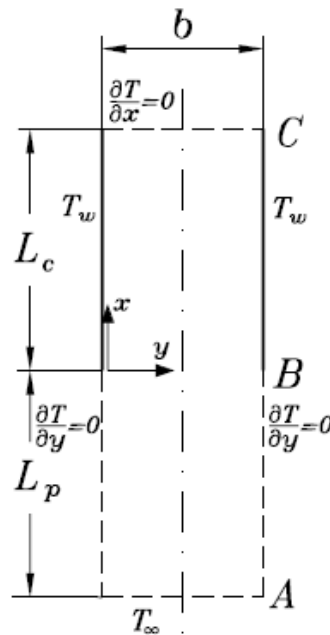


Figura 2.6: Configuración geométrica del canal simple donde se llevará a cabo el estudio de validación numérica.

2.2 Parámetros adimensionales

El estudio de la eficiencia en la transmisión del calor se va a llevar a cabo con el cálculo del número de Nusselt, este número adimensional es una forma de presentar la eficiencia del proceso de transferencia de calor por convección frente al de conducción para un cierto salto térmico. Dicho número se calculará para un amplio rango de valores del número de Rayleigh. Para el caso en el que tenemos la pared a temperatura constante el número de Rayleigh se define como $Ra_H = (Gr_H)(Pr_\infty)$, siendo Gr_H el número de Grashof, el cual es una relación entre las fuerzas de flotación que inducen el movimiento y las fuerzas viscosas que se oponen al mismo:

$$Gr_H = \frac{g\beta(T_w - T_\infty)H^3}{\nu_\infty^2}, \quad (2.1)$$

donde Pr_∞ es el número de Prandtl que se trata de uno de los pocos números adimensionales que no dependen del flujo, sino del fluido; se puede interpretar como una cierta relación entre la capacidad de difusión del fluido por viscosidad y la difusión por conducción térmica ($Pr_\infty = \mu_\infty c_{p,\infty} / K_\infty$), en el caso de ser aire $Pr_\infty = 0,71$. Para esta condición de calentamiento el parámetro de calentamiento Λ se define como:

$$\Lambda = (T_w - T_\infty) / T_\infty, \quad (2.2)$$

donde T_∞ es la temperatura ambiente (de referencia); y β el coeficiente de expansión térmica, que en el caso de suponer el aire como un gas perfecto será $\beta = 1/T_\infty$.

Para la condición de calentamiento en la que tenemos un flujo de calor constante en la pared caliente se puede demostrar que $[(T_w - T_\infty) / T_\infty] \approx [qL_c / k_\infty T_\infty]$, donde L_c corresponde a una cierta longitud característica en la que se produce fundamentalmente el gradiente térmico. Si se supone que L_c es igual que L o H en la cavidad, entonces el flujo de calor q no está relacionado con la longitud característica en la que tiene lugar el gradiente de temperatura entre la pared y el fluido. De forma alternativa, se propone que $\Lambda = q\delta_T / k_\infty T_\infty$, donde δ_T corresponde al espesor de la capa límite térmica. Según el análisis llevado a cabo por Bejan [27], para fluidos con un $Pr \approx 1$, como en este caso, y con la consideración de que las fuerzas de flotación se equilibran con las fuerzas de inercia, se puede escribir:

$$\delta_T = \left[\frac{g\beta(T_w - T_\infty)H^3 Pr_\infty}{v_\infty^2} \right]^{-1/4} \approx \left[\frac{g\beta q H^4 Pr_\infty}{v_\infty^2 k_\infty} \right]^{-1/5}, \quad (2.3)$$

por lo que puede proponerse una definición alternativa para el parámetro de calentamiento Λ en el caso de condición de flujo de calor constante:

$$\Lambda = \beta q H / k_\infty (Ra_H)^{1/5}, \quad (2.4)$$

donde el número de Rayleigh se define como antes $Ra_H = (Gr_H)(Pr_\infty)$, pero en este caso el número de Grashof se define de modo distinto:

$$Gr_H = g\beta q H^4 / v_\infty^2 k_\infty. \quad (2.5)$$

Las condiciones de referencia serán $T_\infty = 293$ K, $p_\infty = 10^5$ Pa, $v_\infty = 1,544 \cdot 10^{-5}$ m²/s, $k_\infty = 0,02598$ W/m K, y $c_{p,\infty} = 1,004$ J/kg K. Se va a considerar un rango de valores de Rayleigh de $10^3 < Ra < 10^{12}$ tanto para el caso de flujo de calor constante como para el de pared isoterma, salvo en algún caso particular que se haya debido ampliar dicho rango para comprobar las tendencias de los resultados obtenidos.

El número de Nusselt en el caso en el que la condición de calentamiento es la de pared isoterma se calcula como:

$$Nu_H = \frac{1}{H} \int_0^H Nu_x dx, \quad (2.6)$$

donde $Nu_x = h_x H / k$, siendo h_x el coeficiente local de transferencia de calor, y H la altura de la pared.

En el caso de flujo de calor constante, el número de Nusselt se calcula como:

$$Nu_H = \frac{qH}{k_\infty (T_{w,max} - T_\infty)}, \quad (2.7)$$

donde $T_{w,max}$ es la temperatura máxima en algún punto de la pared. En este punto, conviene discutir la elección de $T_{w,max}$ como temperatura representativa para calcular Nu_H . Podría pensarse que la temperatura significativa tendría que ser una temperatura promediada a lo largo de la pared, pero esta elección amortiguaría por ejemplo, la presencia de picos indeseables de temperatura en la pared.

Otra posible elección sería la temperatura al final (superior) de la pared, pero se puede comprobar que no existe una correlación directa $T_{x=L}$ y $T_{w,max}$ en todos los casos para diferentes Ra_H . Por tanto, se elige $T_{w,max}$, puesto que de alguna manera lleva a analizar de forma más fiable la eficiencia del proceso de transmisión de calor entre fluido y la pared.

Por otro lado también se va a estudiar el flujo másico inducido en la cavidad. El flujo másico adimensional se define como:

$$M = m / \rho_{\infty} \alpha_{\infty}, \quad (2.8)$$

donde m es el valor del flujo másico bidimensional, y α_{∞} corresponde a la difusividad térmica del ambiente ($\alpha_{\infty} = k_{\infty} / \rho_{\infty} c_{p,\infty}$).

Capítulo 3. Modelización matemática

3.1 Ecuaciones generales de la Mecánica de Fluidos

Es de interés el estudio de las ecuaciones generales de la conservación de la Mecánica de Fluidos, puesto que todos los códigos de CFD están basados en su solución numérica mediante un proceso de discretización de sus ecuaciones diferenciales. El conjunto de estas ecuaciones recibe el nombre de ecuaciones de Navier Stokes o ecuaciones generales de la mecánica de fluidos, y están basadas en los siguientes principios básicos:

- Conservación de la masa.
- Conservación de la cantidad de movimiento.
- Conservación de la energía.

3.1.1 Principio de conservación de la masa. Ecuación de continuidad

El principio de conservación de la masa sostiene que la masa total de un sistema cerrado (aquel que no intercambia masa con su entorno) que no contiene fuentes ni sumideros permanece constante en el tiempo, es decir:

$$\frac{dM}{dt} = 0. \quad (3.1)$$

Si se aplica este concepto a un volumen fluido se obtiene:

$$\frac{d}{dt} \int_{V_f(t)} \rho(\vec{x}, \vec{t}) = 0. \quad (3.2)$$

Siguiendo la descripción Euleriana del campo fluido resulta más conveniente aplicar este principio a un volumen de control, y no a un volumen fluido. Un volumen de control es una región artificial del campo fluido que en un determinado instante del tiempo coincide con el volumen fluido.

Para aplicar este principio en un volumen de control utilizaremos el teorema de transporte de Reynolds, que relaciona la variación temporal de una magnitud fluida extensiva cualquiera $\Phi(x, t)$ en un volumen fluido $V_f(t)$ con la respectiva variación en un volumen de control $V_c(t)$:

$$\frac{d}{dt} \int_{V_f(t)} \phi(\vec{x}, t) dV = \frac{d}{dt} \int_{V_c(t)} \phi(\vec{x}, t) dV + \frac{d}{dt} \int_{S_c(t)} \phi(\vec{x}, t) [(\vec{v} - \vec{v}_c) \cdot \vec{n}] dS, \quad (3.3)$$

donde el primer término establece la variación temporal de la magnitud fluida $\Phi(\vec{x}, t)$ en el volumen fluido $V_f(t)$, el segundo término establece la variación temporal de la magnitud fluida $\Phi(\vec{x}, t)$ en el volumen de control $V_c(t)$, y el tercer término establece el flujo convectivo de la magnitud fluida $\Phi(\vec{x}, t)$ a través de la superficie de control $S_c(t)$ que limita el volumen y se mueve con velocidad v_c .

Aplicando este teorema al principio de conservación de la masa se obtiene la Ecuación de conservación de la masa de forma integral, tradicionalmente llamada Ecuación de continuidad:

$$\frac{d}{dt} \int_{V_c(t)} \rho(\vec{x}, t) dV + \frac{d}{dt} \int_{S_c(t)} \rho(\vec{x}, t) [(\vec{v} - \vec{v}_c) \cdot \vec{n}] dS = 0. \quad (3.4)$$

La ecuación anterior considera un volumen de control con una velocidad $v_c(t)$ con lo que hablamos de la forma no conservativa de la ecuación de continuidad. Si por el contrario referimos la ecuación a un volumen de control fijo V_o , hablamos de la forma conservativa de la ecuación de continuidad:

$$\int_{V_o} \frac{\partial \rho}{\partial t} dV + \int_{S_o} \rho(\vec{v} \cdot \vec{n}) dS = 0. \quad (3.5)$$

Aplicando el teorema de Gauss:

$$\int_{S_o} \rho(\vec{v} \cdot \vec{n}) dS = \int_{V_o} \nabla(\rho \vec{v}) dV, \quad (3.6)$$

la ecuación (3.3) queda:

$$\frac{D\rho}{Dt} + \rho(\nabla \cdot \vec{v}). \quad (3.7)$$

3.1.2 Principio de conservación de la cantidad de movimiento. Segunda ley de Newton

La segunda ley de Newton establece que la aplicación de fuerzas sobre un sistema mecánico produce una variación en la cantidad de movimiento del sistema:

$$\sum \vec{F}_{ext} = m \cdot \vec{a}. \quad (3.8)$$

En el caso de un fluido las fuerzas que producen variación en la cantidad de movimiento pueden ser de origen superficial o volumétrico.

Las fuerzas superficiales dependen de la posición, del instante de tiempo y de la orientación del elemento de superficie sobre el cual actúan. La resultante de las fuerzas de superficie se calcula sumando las fuerzas elementales sobre cada área diferencial. Dicha fuerza elemental se obtiene a partir de una fuerza por unidad de superficie mediante:

$$F_S = \int_S dF_S = \int_S f_s(\vec{n}, \vec{x}, t). \quad (3.9)$$

Y esta fuerza por unidad de superficie es el resultado del producto contraído del tensor de esfuerzos τ veces el vector normal al elemento de área:

$$f_s(\vec{n}, \vec{x}, t) = \bar{\tau}(\vec{x}, t) \cdot \vec{n}. \quad (3.10)$$

El tensor de esfuerzos es simétrico, por lo que sólo tiene seis componentes independientes, siendo representable mediante una matriz 3x3 del tipo:

$$\bar{\tau} = \begin{pmatrix} \tau_{xx} & \tau_{yx} & \tau_{zx} \\ \tau_{xy} & \tau_{yy} & \tau_{zy} \\ \tau_{xz} & \tau_{yz} & \tau_{zz} \end{pmatrix}. \quad (3.11)$$

El tensor de esfuerzos se puede descomponer en otros dos, un tensor de esfuerzos estático debido a la presión, y un tensor de esfuerzos dinámico debido a los esfuerzos viscosos:

$$\bar{\tau} = -pI + \bar{\tau}' = \begin{pmatrix} -p & 0 & 0 \\ 0 & -p & 0 \\ 0 & 0 & -p \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \tau'_{xx} & \tau'_{yx} & \tau'_{zx} \\ \tau'_{xy} & \tau'_{yy} & \tau'_{zy} \\ \tau'_{xz} & \tau'_{yz} & \tau'_{zz} \end{pmatrix}. \quad (3.12)$$

Por otro lado la ley de medio continuo establece que el esfuerzo cortante es proporcional al gradiente de velocidades multiplicado por la viscosidad μ . Con esta ley, los elementos del tensor de esfuerzos viscosos quedan:

$$\tau' = \mu \left(\frac{\partial u_j}{\partial x_i} + \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \right). \quad (3.13)$$

A partir de las ecuaciones (3.11) y (3.12) se obtiene la expresión matemática de las fuerzas superficiales f_s :

$$\vec{f}_s = \vec{f}_s(\vec{n}, \vec{x}, t) = \bar{\tau}\vec{n} = -p\vec{n} + \bar{\tau}'\vec{n}. \quad (3.14)$$

Por otro lado las fuerzas volumétricas f_v , dependen de la posición y del instante de tiempo, pero no de la orientación del elemento sobre el que actúan ya que a diferencia de las fuerzas de superficie, las volumétricas actúan sobre todo el volumen fluido.

A su vez el origen de estas fuerzas puede ser:

1. Gravitatorio: Entre las fuerzas másicas gravitatorias se despreciarás las fuerzas de atracción entre partículas o porciones de fluido y solo se tendrá en cuenta la gravitatoria terrestre:

$$f_v = \rho f_m = \rho g. \quad (3.15)$$

2. Inerciales: Si se utiliza un sistema de referencia no inercial, hay que considerar las fuerzas de inercia que aparecen.

3. Electromagnéticas: Pueden aparecer en fluidos cargados eléctricamente o líquidos metálicos.

A partir de estas aclaraciones, y aplicando el teorema de transporte de Reynolds se obtiene la forma integral de la ecuación de la cantidad de movimiento:

$$\frac{d}{dt} \int_{V_c(t)} \rho \vec{v} dV + \int_{S_c(t)} \rho \vec{v} [(\vec{v} - \vec{v}_c) \cdot \vec{n}] dS = \int_{S_f(t)} -p \vec{n} dS + \int_{S_f(t)} \vec{\tau} \vec{n} dS + \int_{V_f(t)} f_m dV. \quad (3.16)$$

Si referimos la ecuación (3.16) a un volumen de control fijo y aplicamos el teorema de Gauss entonces obtendremos la ecuación de cantidad de movimiento en forma diferencial:

$$\frac{D\vec{v}}{Dt} = \frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + \nabla(\vec{v}\vec{v}) = -\frac{1}{\rho} \nabla p + \nu \Delta \vec{v} + \vec{f}_m. \quad (3.17)$$

3.1.3 Principio de conservación de la energía. Primer principio de la termodinámica

El primer principio de la termodinámica sostiene que la variación temporal de energía total de un sistema termodinámico es debida al trabajo realizado por unidad de tiempo por las fuerzas externas más el calor recibido del exterior:

$$\frac{d}{dt} E = Q + W. \quad (3.18)$$

El calor sobre un fluido puede intercambiarse mediante conducción a través de la superficie (q), por radiación (Q_r), mediante ondas electromagnéticas, y por generación interna mediante una reacción química (Q_q).

Por otro lado el trabajo se debe a las fuerzas externas que actúan sobre el fluido, como pueden ser la presión P , los esfuerzos viscosos τ , y las fuerzas másicas f_m .

La variación de energía total que experimenta un volumen fluido viene determinada por la variación de energía interna y la variación de energía cinética:

$$\frac{d}{dt} E = \frac{d}{dt} \int_{V_f(t)} \rho \left(u + \frac{U^2}{2} \right) dV. \quad (3.19)$$

Recogiendo estos términos y aplicando el teorema del transporte de Reynolds se obtiene la forma integral de la ecuación de la energía:

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \int_{V_f(t)} \rho \left(u + \frac{U^2}{2} \right) dV + \int_{S_f(t)} \rho \left(u + \frac{U^2}{2} \right) [(\vec{v} - \vec{v}_c) \cdot \vec{n}] dS \\ = \int_{S_f(t)} -p \vec{n} \vec{v} dS + \int_{S_f(t)} \vec{\tau} \vec{n} \vec{v} dS + \int_{V_f(t)} \rho f_m \vec{v} dV - \int_{S_f(t)} \vec{q} \vec{n} dS \\ + \int_{V_c(t)} (Q_r + Q_q) dV. \end{aligned} \quad (3.20)$$

Si la ecuación (3.20) se refiere a un volumen de control fijo y aplicamos el teorema de Gauss obtendremos la forma diferencial de la ecuación de la energía:

$$\frac{\partial [\rho (u + \frac{U^2}{2})]}{\partial t} + \nabla \left[\rho \left(u + \frac{U^2}{2} \right) \right] = -\nabla(p\vec{v}) + \nabla(\vec{\tau}\vec{v}) - \nabla\vec{q} + \rho \vec{f}_m \cdot \vec{v} + Q_r + Q_q. \quad (3.21)$$

Incluyendo la función de disipación de Rayleigh (densidad de potencia producida por los esfuerzos viscosos al deformar la partícula fluida), y aplicando el operador derivada sustancial se obtiene la expresión más común para la ecuación de la energía:

$$\Phi_v = \tau'_{ij} \frac{\partial v_i}{\partial x_j} = 2\mu\gamma_{ij}\gamma_{ij} \quad (3.22)$$

$$\rho \frac{De}{Dt} = \rho \left[\frac{\partial e}{\partial t} + \vec{v} \nabla e \right] = \Phi_v + k\Delta T + Q_r \quad (3.23)$$

3.1.4 Sistema de ecuaciones de Navier-Stokes

El conjunto de ecuaciones que se han obtenido en los apartados anteriores forman un sistema de tres ecuaciones denominado sistema de Navier-Stokes:

- Ecuación de continuidad (forma diferencial, y para un líquido con propiedades constantes):

$$\frac{D\rho}{Dt} + \rho(\nabla \cdot \vec{v}). \quad (3.24)$$

- Ecuación de cantidad de movimiento:

$$\frac{D\vec{v}}{Dt} = \frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + \nabla(\vec{v}\vec{v}) = -\frac{1}{\rho} \nabla p + \nu \Delta \vec{v} + \vec{f}_m \quad (3.25)$$

- Ecuación de la energía:

•

$$\rho \frac{De}{Dt} = \rho \left[\frac{\partial e}{\partial t} + \vec{v} \nabla e \right] = \Phi_v + k\Delta T + Q_r \quad (3.26)$$

Tanto la ecuación de continuidad como la de energía son ecuaciones escalares, mientras que la ecuación de cantidad de movimiento es vectorial. Las ecuaciones de Navier-Stokes forman un sistema cerrado que permite determinar los valores de todas las magnitudes fluidas. Si fuera necesario conocer otras variables, pueden determinarse mediante las relaciones termodinámicas oportunas. O bien, resolver directamente el problema para esas variables tomando otras ecuaciones de estado que las incluyan.

Este sistema de ecuaciones presenta tal complejidad en su formulación matemática que, a pesar del enorme desarrollo de los métodos de resolución de sistema de ecuaciones diferenciales, actualmente resulta imposible abordar la resolución de la gran mayoría de los problemas planteados por la Mecánica de Fluidos sin recurrir a numerosas hipótesis simplificadoras.

Tal es la complejidad matemática que, a día de hoy, ni siquiera se ha podido demostrar teóricamente la existencia y unicidad de soluciones para cualquier flujo. Salvo para casos muy sencillos de en régimen estacionario, y flujo laminar.

Dada tal complejidad, los programas de análisis numérico CFD se convierten en una potente herramienta para resolver este tipo de problemas.

3.2 Flujos con convección natural. Aproximación de Boussinesq

En los flujos con convección natural el movimiento se induce por una fuerza másica gravitatoria debida a las diferencias de densidad motivadas por gradientes de temperatura en el seno del fluido. Se necesita por tanto de un calentamiento diferencial del fluido que puede proceder por ejemplo de la presencia de una pared caliente. La fuerza inducida se llama “fuerza de flotación” (“bouyancy force” en inglés”) pudiéndose expresar como:

$$F_{\text{flotación}} = (\rho_{\infty} - \rho)g_i. \quad (3.27)$$

Para flujos que satisfagan ciertas condiciones, Boussinesq propuso que pueden despreciarse las variaciones de densidad en el fluido excepto en el término gravitatorio de la ecuación de conservación de la cantidad de movimiento en dirección vertical, en el que la densidad aparece multiplicada por la aceleración de la gravedad g . Esta aproximación supone además constantes otras propiedades del fluido como la viscosidad dinámica, la conductividad y el calor específico.

En general, para cualquier fluido, la aplicación de la aproximación de Boussinesq lleva a simplificar la variación de la densidad, poniéndose éste únicamente en función del gradiente térmico:

$$\rho = \rho_{\infty}[1 - \beta(T - T_{\infty})], \quad (3.28)$$

siendo β el coeficiente de expansión térmica,

$$\beta \equiv -\frac{1}{\rho} \left(\frac{\partial \rho}{\partial T} \right)_p. \quad (3.29)$$

En la mayor parte de los líquidos, el coeficiente de expansión térmica es positivo, y su valor es aproximadamente constante para grandes intervalos de temperatura. Para los gases a presiones moderadas, puede suponerse comportamiento de gas perfecto, por lo que se toma $\beta = 1/T_{\infty}$.

Suponiendo que el flujo es bidimensional, estacionario empleando la aproximación de Boussinesq, estableciendo un estado de referencia (∞) en el que la distribución de presiones es la correspondiente a la fluidostática $dp_{\infty}/dx = -\rho_{\infty}g$ (x es la coordenada vertical), y despreciando el término correspondiente a la potencia de disipación viscosa debida a incrementos de temperatura en la ecuación de la energía, las ecuaciones de conservación pueden ponerse finalmente de la forma siguiente:

Ecuación de conservación de la masa

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0. \quad (3.30)$$

Ecuación de conservación de la cantidad de movimiento

$$u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} = -\frac{1}{\rho_{\infty}} \frac{\partial (p - p_{\infty})}{\partial x} + g\beta(T - T_{\infty}) + \nu \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right), \quad (3.31)$$

$$u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} = -\frac{1}{\rho_{\infty}} \frac{\partial p}{\partial y} + \nu \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right). \quad (3.32)$$

Ecuación de conservación de la energía

$$u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} = \alpha \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right). \quad (3.33)$$

3.3 Modelización del flujo turbulento

Hasta el momento las ecuaciones que se han desarrollado son generales, pero no contemplan las características especiales del flujo turbulento. Como uno de los objetivos de este trabajo es estudiar las características de los flujos convectivos para amplios rangos de parámetros, resulta conveniente incluir el flujo turbulento en el análisis.

3.3.1 Ecuaciones generales de Reynolds del flujo turbulento

Las técnicas de promediado se pueden aplicar a las ecuaciones generales de Navier-Stokes para generar unas ecuaciones de los valores medios, que llamaremos de Reynolds.

La velocidad y las demás variables en cada punto de un flujo turbulento son aleatorias, no son periódicas ni repetitivas. Pero si las condiciones de contorno son estacionarias, se puede esperar que el valor medio también lo sea.

El valor instantáneo de cualquier variable se puede descomponer en el valor medio y la fluctuación respecto a él:

$$\phi(\vec{x}, t) = \bar{\phi}(\vec{x}, t) + \phi'(\vec{x}, t). \quad (3.34)$$

Al promediar la expresión anterior se obtiene naturalmente que la fluctuación tiene promedio nulo $\bar{\phi}' = 0$.

Otras propiedades de los valores medios así definidos son:

$$\text{- Si } \phi = \phi_1 + \phi_2 \quad \rightarrow \quad \bar{\phi} = \bar{\phi}_1 + \bar{\phi}_2 \quad (3.35)$$

$$\text{- Si } \phi = \phi_1 \cdot \phi_2 \quad \rightarrow \quad \bar{\phi} = \bar{\phi}_1 \bar{\phi}_2 + \overline{\phi'_1 \phi'_2} \quad (3.36)$$

$$\text{- Por otra parte } \frac{\partial \bar{\phi}}{\partial x_i} = \frac{\partial \phi}{\partial x_i} \text{ al igual que } \frac{\partial \bar{\phi}}{\partial t} = \frac{\partial \phi}{\partial t}.$$

Ya se han introducido anteriormente las ecuaciones de Navier-Stokes, si se descomponen las variables en los valores medios y fluctuaciones turbulentas $v = U + u$; $p = \bar{p} + p'$; $T = \bar{T} + T'$ y luego se promedia el conjunto de la ecuación, tan solo se mantienen los términos donde aparecen las fluctuaciones multiplicadas por otras fluctuaciones, ya que el promedio del producto de una variable ya promediada por una variable que fluctúa se anula.

$$\nabla \cdot (\bar{U} + \bar{u}') = 0 \rightarrow \begin{cases} \nabla \cdot \bar{U} = 0 \\ \nabla \cdot \bar{u}' = 0 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t}(\vec{U}) + \nabla(\vec{U}\vec{U} + \overline{\vec{u}'\vec{u}'}) &= -\frac{1}{\rho}\nabla\bar{p} + \nu\Delta\vec{U} + f_m \\ \rho c \left[\frac{\partial\bar{T}}{\partial t} + \vec{U}\nabla\bar{T} + \overline{\vec{u}'\nabla T'} \right] &= k\Delta\bar{T} + \phi_{\vec{u}} + \phi_{\vec{u}'} + Q_r \end{aligned} \quad (3.37)$$

En las ecuaciones anteriores la función de disipación se ha descompuesto en dos. La primera debida a los gradientes de la velocidad media y la segunda a los gradientes de fluctuaciones

$$\phi_{\vec{u}} = \mu \left(\frac{\partial U_i}{\partial x_j} \right)^2 \quad \text{y} \quad \phi_{\vec{u}'} = \overline{\mu \left(\frac{\partial u'_i}{\partial x_j} \right)^2} \quad (3.38)$$

La forma usual de escribir estas ecuaciones del movimiento medio turbulento es pasar las correlaciones de las fluctuaciones a los segundos términos y quitar por sobreentendida la raya de promediado en la presión y la temperatura, quedando en la forma

$$\nabla \cdot \vec{U} = 0$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t}(\vec{U}) + \nabla(\vec{U}\vec{U}) &= -\frac{1}{\rho}\nabla\bar{p} + \nu\Delta\vec{U} - \nabla\overline{\vec{u}'\vec{u}'} + f_m \\ \rho c \left[\frac{\partial\bar{T}}{\partial t} + \vec{U}\nabla\bar{T} \right] &= k\Delta\bar{T} + \phi_{\vec{u}} + \phi_{\vec{u}'} - \rho c \overline{\vec{u}'\nabla T'} + Q_r \end{aligned} \quad (3.39)$$

Tenemos así un sistema de cinco ecuaciones, y como incógnitas aparecen las cinco variables de siempre, más una serie de nuevas variables generadas por las fluctuaciones turbulentas y que podemos poner en función de las anteriores, como son:

- Tensor de esfuerzos turbulentos aparentes de Reynolds: $-\overline{\vec{u}'\vec{u}'}$.

- Vector transporte turbulento de calor: $-\overline{\vec{u}'T'}$.

- Disipación viscosa por fluctuaciones turbulentas: $\phi_{\vec{u}'} = \overline{\mu \left(\frac{\partial u'_i}{\partial x_j} \right)^2}$.

Al tener el flujo turbulento más incógnitas que ecuaciones, las ecuaciones de Reynolds no se pueden resolver por sí mismas, planteándose lo que se conoce como el *problema de cierre de turbulencia*. Es preciso utilizar correlaciones experimentales, hipótesis razonables (modelos) o ecuaciones complementarias.

Las teorías más clásicas para el cierre de la ecuación de cantidad de movimiento son las siguientes:

Concepto de viscosidad turbulenta de Boussinesq. Para tratar de cerrar las ecuaciones de Reynolds, Boussinesq propuso expresar los esfuerzos turbulentos de modo análogo a los viscosos mediante una cierta viscosidad turbulenta o de remolinos turbulentos (aunque se le denominará simplemente por viscosidad turbulenta) en la forma:

$$\tau'_{ij} = \mu_t \left(\frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right). \quad (3.40)$$

En general μ_t no es uniforme para todo el campo fluido, por lo que posteriormente se ha introducido la siguiente expresión para la viscosidad turbulenta:

$$\mu_t = C\rho U_m l_m, \quad (3.41)$$

donde C es una constante que depende del tipo de flujo y U_m y l_m son los valores característicos de la escala turbulenta

Longitud o camino de mezcla de Prandtl, definida esta como el recorrido medio que hacen las partículas del flujo cuando transportan una determinada cantidad (de movimiento, energía térmica,...). Así la velocidad característica o de agitación sería:

$$U_m \approx C' l_m \left| \frac{\partial U_i}{\partial x_j} \right|, \quad (3.42)$$

siendo l_m la longitud de mezcla, de modo que

$$-\rho \overline{v'_i v'_j} = \rho l_m \frac{\partial U_i}{\partial x_j} \left| \frac{\partial U_i}{\partial x_j} \right|. \quad (3.43)$$

Hipótesis de semejanza de von Kármán, establecida a partir de la idea de la invarianza local (en todos los puntos del flujo turbulento el mecanismo de la turbulencia es el mismo y sólo se caracteriza por las escalas de longitud y tiempo). De este modo la longitud de mezcla deberá ser función de los gradientes locales del campo de velocidades

$$l_m = l_m \left(\frac{\partial U_i}{\partial x_j}, \frac{\partial^2 U_i}{\partial x_j^2} \right). \quad (3.44)$$

Por análisis dimensional deberá cumplirse

$$l_m = k \frac{\partial U_j / \partial x_j}{\partial^2 U_j / \partial x_j^2}, \quad (3.45)$$

donde $k = 0,41$ es una constante universal obtenida experimentalmente que se denomina constante de von Kármán.

3.3.2 Modelos de ecuaciones promediadas de Navier-Stokes (RANS)

Los métodos RANS facilitan la resolución del sistema de ecuaciones de Navier-Stokes, a continuación se van a describir dos de los métodos de dos ecuaciones los cuales emplean dos ecuaciones de transporte, estos modelos son el modelo $k - \varepsilon$ estándar, y el modelo $k - \omega$ (que es el utilizado en este trabajo).

Modelo $k - \varepsilon$ estándar

Este modelo supuso la implantación de la CFD en múltiples aplicaciones de ingeniería en las que los flujos debían ser considerados turbulentos. Su robustez, economía y precisión razonable para un amplio rango de flujos turbulentos explica su popularidad en simulaciones industriales de flujos y transmisión de calor. Es un modelo semiempírico, y el desarrollo de las ecuaciones se basa en consideraciones fenomenológicas.

En el modelo $k - \varepsilon$ estándar, la ecuación para k se desarrolla a partir de su ecuación exacta, mientras que la ecuación para ε se obtiene a partir de razonamientos físicos, ofreciendo poca semejanza respecto de su desarrollo matemático exacto. En el desarrollo de este método se hizo la suposición de flujo totalmente turbulento y de viscosidad molecular despreciable. Así pues, el modelo $k - \varepsilon$ es válido para flujos completamente turbulentos.

En este modelo se introduce el concepto de energía cinética turbulenta. Se supone que la energía cinética total instantánea es:

$$E_c(t) = E_c + e_c, \quad (3.46)$$

siendo E_c la energía cinética correspondiente al movimiento medio,

$$E_c = 1/2 (U^2 + V^2 + W^2), \quad (3.47)$$

Y la e_c la correspondiente al movimiento fluctuante,

$$e_c = 1/2 (u^2 + v^2 + w^2), \quad (3.48)$$

De esta manera, si cada una de las ecuaciones promediadas de Reynolds se multiplica por la correspondiente componente de la velocidad media (por ejemplo, la componente X por U), se puede llegar a la ecuación de la energía cinética para el movimiento medio. Siguiendo un procedimiento parecido, trabajando con las ecuaciones de Navier-Stokes y de Reynolds, y operando, se llega a la siguiente ecuación:

$$\begin{aligned} & \frac{\partial(\rho k)}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho k \vec{u}) \\ &= \nabla \cdot \left(-\rho \overline{u' u'} + 2\mu \overline{u' S_{ij}} - \rho \frac{1}{2} \overline{u'_i \cdot u'_i u'_j} \right) - 2\mu \overline{S'_{ij} S'_{ij}} + \rho u'_i u'_j \cdot S_{ij}. \end{aligned} \quad (3.49)$$

Siendo S_{ij} el tensor de deformación de flujo turbulento medio, y S'_{ij} el correspondiente a la agitación turbulenta, dados respectivamente por:

$$S_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right), S'_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right). \quad (3.50)$$

En la ecuación (3.30) los términos del miembro de la derecha representan respectivamente la variación temporal y la variación convectiva de la energía cinética turbulenta k . En el miembro de la derecha, dentro del término de divergencia, tenemos los transportes de k por efectos de presión, por efectos viscosos y por esfuerzos de Reynolds respectivamente; el siguiente término representa el ritmo de disipación de k y el último término su producción turbulenta con lo que el ritmo de disipación k entonces es:

$$k = -2\mu \overline{S'_{ij} S'_{ij}}. \quad (3.51)$$

Para cuantificar la destrucción o disipación de energía cinética turbulenta, puede ponerse el ritmo de disipación de energía cinética turbulenta ε como:

$$\varepsilon = -2\nu \overline{S'_{ij} S'_{ij}}. \quad (3.52)$$

De esta manera, parece apropiado presentar un modelo de dos ecuaciones para k y para ε , siendo las escalas grandes del flujo turbulento:

$$U_m = k^{1/2}, \quad l_m = k^{3/2} / \varepsilon. \quad (3.53)$$

Y la viscosidad turbulenta (se aplica la misma aproximación que en el modelo de longitud de mezcla de Prandtl)

$$\mu_t = C_\mu U_m l_m = \rho C_\mu k^2 / \mu. \quad (3.54)$$

Donde C_μ es una constante adimensional. Así pues, el modelo $k - \varepsilon$ está basado en el concepto de viscosidad turbulenta, turbillionaria o de remolino. Por tanto, en la ecuación de conservación de la cantidad de movimiento, debe sustituirse la viscosidad μ por una efectiva que cumple:

$$\mu_{ef} = \mu + \mu_t. \quad (3.55)$$

Las ecuaciones del modelo $k - \varepsilon$ estándar pueden ponerse como sigue:

$$\frac{\partial(\rho k)}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho k \vec{U}) = \nabla \cdot \left(\frac{\mu_t}{\sigma_k} \nabla k \right) + 2\mu_t S_{ij} \cdot S_{ij} - \rho \varepsilon, \quad (3.56)$$

$$\frac{\partial(\rho \varepsilon)}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \varepsilon \vec{U}) = \nabla \cdot \left(\frac{\mu_t}{\sigma_\varepsilon} \nabla \varepsilon \right) + C_{1\varepsilon} \frac{\varepsilon}{k} 2\mu_t S_{ij} \cdot S_{ij} - C_{2\varepsilon} \rho \frac{\varepsilon^2}{k}. \quad (3.57)$$

Siendo C_μ , σ_k , σ_ε , $C_{1\varepsilon}$ y $C_{2\varepsilon}$ constantes adimensionales que pueden ajustarse de forma experimental.

Para este caso en concreto consideramos que el flujo está plenamente desarrollado, es decir existen altos números de Reynolds y se pueden implementar funciones o leyes de pared logarítmicas. De esta forma las ecuaciones del modelo $k - \varepsilon$ quedan como:

$$\frac{\partial k}{\partial t} + U_j \frac{\partial k}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\frac{\Gamma_k}{\rho} \frac{\partial k}{\partial x_j} \right] + \frac{G_k}{\rho} - \rho \varepsilon, \quad (3.58)$$

$$\frac{\partial \varepsilon}{\partial t} + U_j \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\frac{\Gamma_\varepsilon}{\rho} \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_j} \right] + C_{1\varepsilon} \frac{G_k}{\rho k} \varepsilon - C_{2\varepsilon} \frac{\varepsilon^2}{k}, \quad (3.59)$$

donde G_k es la generación de energía interna turbulenta debida a los gradientes de velocidad media, $G_k = \Gamma_k$ y Γ_ε vienen dadas por:

$$\frac{\Gamma_k}{\rho} = \nu + \frac{\nu_t}{\sigma_k}, \quad (3.60)$$

$$\frac{\Gamma_\varepsilon}{\rho} = \nu + \frac{\nu_t}{\sigma_\varepsilon}, \quad (3.61)$$

siendo C_μ , σ_k , σ_ϵ , $C_{1\epsilon}$, y $C_{2\epsilon}$ las constantes experimentales del modelo, dadas por:

$$C_\mu = 0,09; \sigma_k = 1; \sigma_\epsilon = 1,3; C_{1\epsilon} = 1,44; \text{ y } C_{2\epsilon} = 1,92, \text{ y cumpliéndose que } \nu_t = C_\mu(k^2 / \epsilon).$$

En condiciones de turbulencia desarrollada y homogénea, se introducen leyes de pared logarítmicas para los perfiles de velocidad y temperatura cerca de las paredes, de forma que el flujo no se resuelve en estas zonas. Cuando el número de Reynolds local no es lo suficientemente elevado, la forma estándar del modelo $k - \epsilon$ se modifica para resolver con mayor precisión el flujo junto a las paredes.

Modelo $k - \omega$

A continuación se va a presentar el modelo $k - \omega$, que será el modelo que se utilizará en la modelización numérica de este proyecto debido a que se obtienen resultados más precisos para valores bajos de Reynolds.

Este modelo presenta ecuaciones para la energía cinética turbulenta k , y para su ritmo de disipación específico, ω .

El modelo $k - \omega$, propuesto inicialmente por Kolmorov, incluye una extensión para la simulación de la turbulencia junto a la pared (modelo para bajos números de Reynolds). El modelo presenta varias ventajas respecto de otros modelos de turbulencia para bajos números de Reynolds. Por ejemplo, puede decirse que es computacionalmente estable y convergente. No necesita del cálculo de distancias a las paredes, por lo que resulta menos costoso computacionalmente. Ha demostrado ser capaz de simular con suficiente aproximación las condiciones de transición de flujo laminar a turbulento. Las ecuaciones del modelos son las siguientes:

1. Ecuación de transporte para la energía cinética turbulenta k :

$$\frac{\partial k}{\partial t} + U_j \frac{\partial k}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\nu + \frac{\nu_t}{\sigma_k} \right) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right] + \overline{u_i u_j} \frac{\partial U_i}{\partial x_j} - \beta^* f_{\beta^*} k \omega. \quad (3.62)$$

- En el término de difusión, la difusividad efectiva es $[\nu + (\nu_t / \sigma_k)]$ y la viscosidad turbulenta está dada por $\nu_t = \alpha^* (k / \omega)$, con α^* una función que amortigua la viscosidad turbulenta, dando lugar a una corrección para bajos números de Reynolds, precisamente en función del número de Reynolds turbulento, Re_t :

$$\alpha^* = \alpha_\infty^* \left(\frac{\alpha_\infty^* + Re_t / R_k}{1 + Re_t / R_k} \right), \text{ con } Re_t = \frac{k}{\nu \omega}. \quad (3.63)$$

- El término de producción turbulenta es $\overline{u_i u_j} (\partial U_i / \partial x_j)$.
- El término de producción turbulenta de flotación G_b pueden modelizarse por

$$\frac{G_b}{\rho} = -g_i \beta \frac{\nu_t}{Pr_t} \frac{\partial T}{\partial x_i}, \quad (3.64)$$

que representa la interacción entre los campos de velocidades y temperaturas fluctuantes, debida a la estratificación térmica, en el caso de que ésta sea importante.

- En el término de disipación, $-(\beta^* f_{\beta^*} k \omega)$, el factor f_{β^*} responde a la siguiente expresión:

$$f_{\beta^*} = 1, \text{ con } \xi_k \leq 0 \text{ y } f_{\beta^*} = \frac{1 + 680\xi_k^2}{1 + 400\xi_k^2}, \text{ con } \xi_k > 0 \text{ siendo} \quad (3.61)$$

$$\xi_k \equiv \frac{1}{\omega^3} \frac{\partial k}{\partial x_j} \frac{\partial \omega}{\partial x_j}, \quad (3.66)$$

y β^* es una función de amortiguación de Re_t ,

$$\beta^* = \beta_\infty^* \left(\frac{4/15 + (Re_t/R_\beta)^4}{1 + (Re_t/R_\beta)^4} \right). \quad (3.67)$$

2. Ecuación de transporte para el ritmo de disipación específico de energía cinética turbulenta, ω

$$\frac{\partial \omega}{\partial t} + U_j \frac{\partial \omega}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\nu + \frac{\nu_t}{\sigma_\omega} \right) \frac{\partial \omega}{\partial x_j} \right] + \overline{u_i u_j} \frac{\partial U_i}{\partial x_j} \alpha \frac{\omega}{k} - \beta f_\beta \omega^2. \quad (3.68)$$

- En el término de producción $\overline{u_i u_j} (\partial U_i / \partial x_j) \alpha (\omega/k)$, α es otra función de amortiguación expresada por:

$$\alpha = \frac{\alpha_\infty}{\alpha^*} \left(\frac{\alpha_0 + Re_t/R_\omega}{1 + Re_t/R_\omega} \right). \quad (3.69)$$

- En el término de disipación, $-(\beta f_\beta \omega^2)$, f_β es:

$$f_\beta = \frac{1 + 70\xi_\omega}{1 + 80\xi_\omega}, \text{ con } \xi_\omega \equiv \left| \frac{\Omega_{ij} \Omega_{jk} S_{ki}}{(\beta_\infty^* \omega)^3} \right|, \quad (3.70)$$

donde Ω_{ij} y S_{ki} son los tensores de rotación y de esfuerzos del flujo medio, respectivamente, definidos por:

$$\Omega_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial U_i}{\partial x_j} - \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right), \quad S_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right). \quad (3.71)$$

Las constantes experimentales son: $\sigma_k = \sigma_\omega = 2,0$; $R_\beta = 8,0$; $R_k = 6,0$; $R_\omega = 2,95$; $\alpha^*_0 = \beta_i / 3$; $\alpha^*_\infty = 1,0$; $\alpha_\infty = 0,52$; $\alpha_0 = 1/9$; $\beta = \beta_i = 0,072$ y $\beta^*_\infty = 0,09$.

3.3.3 Ecuaciones generales turbulentas con variación de propiedades

Las ecuaciones de Navier-Stokes para un movimiento turbulento, particularizadas para un caso bidimensional, estacionario, y teniendo en cuenta el efecto de las propiedades variables del fluido, se pueden escribir como:

$$\frac{\partial(\rho U_j)}{\partial x_j} = 0. \quad (3.72)$$

$$\frac{\partial(\rho U_j U_i)}{\partial x_j} = -\frac{\partial P}{\partial x_i} + (\rho_\infty - \rho)g_i + \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\mu \left[\frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i} - \frac{2}{3} \delta_{ij} \frac{\partial U_i}{\partial x_j} \right] - \rho u_i u_j \right). \quad (3.73)$$

$$\frac{\partial(\rho c_p T U_j)}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left(k \frac{\partial T}{\partial x_j} - \rho c_p T' u_j \right). \quad (3.74)$$

Donde U_j corresponde a la velocidad promedio, T a la temperatura promedio, P es la diferencia promediada entre la presión p y la presión de ambiente p_∞ , y g_i es la aceleración gravitatoria. Se desprecian los efectos de la radiación térmica (solo se tendrá en cuenta si la temperatura es suficientemente alta).

Para completar las ecuaciones es necesario introducir las siguientes leyes que relacionan la temperatura con la viscosidad y conductividad del aire:

$$\frac{\mu}{\mu_\infty} = \left(\frac{T}{T_\infty} \right)^{3/2} \frac{(T_\infty + 110,6)}{(T + 110,6)}, \quad (3.75)$$

$$\frac{k}{k_\infty} = \left(\frac{T}{T_\infty} \right)^{3/2} \frac{(T_\infty + 202,2)}{(T + 202,2)}, \quad (3.76)$$

basadas en la correlación de Sutherland, y en la propuesta por Sparrow y Gregg [13], respectivamente. El calor específico con presión constante se considerará constante $c_p = c_{p,\infty}$. Para terminar, la suposición de gas perfecto conduce a la ecuación de estado $\rho = p/RT$, donde R es la constante del aire ($R = 287 \text{ J/Kg K}$).

3.3.4 Ecuaciones generales asumiendo propiedades constantes y aproximación de Boussinesq

Cuando las variaciones del gradiente relativo de temperatura $(T_w - T_\infty) / T_\infty$ no son muy elevadas se puede aplicar la aproximación de Boussinesq, asumiendo como constantes las propiedades termofísicas del fluido, excepto para las variaciones de densidad en el término de flotabilidad en la ecuación de momento vertical. Las ecuaciones quedarán de la siguiente forma una vez simplificadas:

$$\frac{\partial(U_j)}{\partial x_j} = 0. \quad (3.77)$$

$$\frac{\partial(U_j U_i)}{\partial x_j} = \frac{1}{\rho_\infty} \frac{\partial P}{\partial x_i} + (T_\infty - T)\beta g_i + \frac{\partial}{\partial x_j} \left(v_\infty \frac{\partial U_i}{\partial x_j} u_i u_j \right). \quad (3.78)$$

$$\frac{\partial(T U_j)}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\frac{v_\infty}{Pr_\infty} \right) \frac{\partial T}{\partial x_j} - T' u_j \right]. \quad (3.79)$$

3.4 Flujo turbulento en presencia de paredes

Los flujos turbulentos se ven significativamente afectados por la presencia de paredes ya que en estas regiones existen fuertes gradientes en las propiedades fluidas. La zona adyacente a la pared es conocida como *capa límite* y en ella el flujo pasa de estar dominado por los términos convectivos y turbulentos a estarlo por los términos viscosos hasta llegar a cumplir la condición de adherencia a la pared.

Cerca de la pared, el amortiguamiento viscoso reduce las fluctuaciones de la velocidad. Sin

embargo, en la parte exterior de la capa límite la turbulencia aumenta rápidamente por la producción de energía cinética turbulenta debida a los elevados gradientes transversales de velocidad media.

El flujo turbulento tiene lugar a altos números de Reynolds. No obstante, en los flujos turbulentos en presencia de paredes, no se pueden despreciar desde el principio los términos viscosos asociados al movimiento medio. El flujo puede dividirse en dos parte: capa límite, y el flujo exterior a la misma; aplicando la aproximación de capa límite,

$$\frac{\partial}{\partial x} \ll \frac{\partial}{\partial y} \rightarrow v \ll u, \quad (3.80)$$

se puede llegar a unas ecuaciones de la forma

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} = 0, \quad (3.81)$$

$$u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial y} \left(v \frac{\partial u}{\partial y} - \overline{u'v'} \right), \quad (3.82)$$

$$0 = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial y} \left(-\overline{v'^2} \right). \quad (3.83)$$

La ecuación transversal integrada proporciona la relación $p + \rho v'^2 = p_e(x)$ por lo que el gradiente longitudinal de presión es igual al que existe en el exterior de la capa límite, donde el flujo puede considerarse ideal, por tener lugar con un número de Reynolds suficientemente alto, y por lo tanto se puede expresar en función de la derivada del campo externo de velocidades U_e ,

$$\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} = U_e \left(\frac{dU_e}{dx} \right). \quad (3.84)$$

La ecuación de conservación de la cantidad de movimiento en dirección longitudinal se puede por tanto escribir en la forma:

$$u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} = U_e \left(\frac{dU_e}{dx} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(v \frac{\partial u}{\partial y} - \overline{u'v'} \right). \quad (3.85)$$

En el análisis de la capa límite turbulenta se pueden distinguir a su vez dos zonas:

- *Región exterior:* En la que son despreciables los efectos viscosos frente a los términos convectivos. No hay que confundir con el flujo externo a la capa límite.
- *Región interior:* Zona en que los esfuerzos viscosos no son despreciables. A su vez, dentro de ésta, muy cerca de la pared la viscosidad llega a ser dominante, pues las fluctuaciones turbulentas tienden a anularse. Ésta será la *subcapa viscosa*. El resto de la región interior se denomina *subcapa intermedia o logarítmica*.

Se puede resumir el perfil de velocidades en la capa límite turbulenta para la región exterior en la forma:

$$y \approx \delta \rightarrow u = U_e + u_\tau \frac{1}{k} \ln \frac{y}{\delta} + F\left(\frac{dU_e}{dx}\right), \quad (3.86)$$

donde u_τ es la *velocidad de agitación turbulenta*, definida en función del esfuerzo cortante de la pared τ_p por

$$\tau_p = \rho u_\tau^2, \quad (3.87)$$

k es una constante y δ es la altura de la capa límite turbulenta. Para la región interior, se tiene

$$\delta_v < y \ll \delta \rightarrow \frac{u}{u_\tau} = \frac{1}{k} \ln \frac{u_\tau y}{\nu} + C, \quad (3.88)$$

para la subcapa intermedia o logarítmica donde δ_v es el espesor de la subcapa viscosa de la región interna, C es un constante, y por último,

$$y \approx \delta_v = \frac{\nu}{u_\tau} \rightarrow \frac{u}{u_\tau} = \frac{y}{\nu/u_\tau}, \quad (3.89)$$

para la subcapa viscosa o laminar.

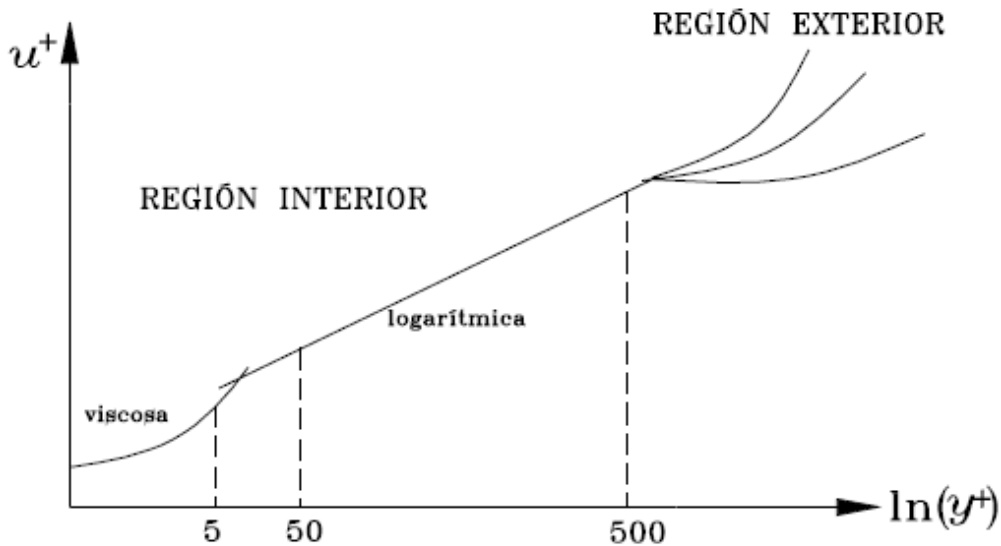


Figura 3.1: Perfil universal de velocidades en la capa límite turbulenta.

La Figura 4.2 muestra el perfil de velocidades media en la capa límite turbulenta (conocido como **ley de la pared**). En los ejes coordenados se representan las variables adimensionales u^+ e y^+ , dados respectivamente por

$$u^+ = \frac{u}{u_\tau}, y^+ = \frac{u_\tau}{\nu} y. \quad (3.90)$$

En el próximo capítulo se especifica el rango de valores de y^+ que se han empleado en este trabajo con el fin de simular correctamente la capa límite turbulenta.

3.5 Condiciones de contorno

En cavidades abiertas es de esperar que el flujo sea muy sensible ante las condiciones de contorno en las secciones de entrada y salida, sobre todo cuando los contornos abiertos tienen una dimensión apreciable. Puede haber regiones donde existan caudales de entrada y salida a través de la misma sección abierta. AnilLal y Reji [16] llevaron a cabo la revisión de las condiciones de contorno empleadas por distintos autores; observaron que todos los autores usaban condiciones de continuidad para la componente normal de la velocidad ($\partial U/\partial x = -\partial V/\partial y$), pero esta condición podía inducir una cierta componente tangencial de la velocidad. Por lo tanto, las condiciones de contorno aplicadas y su influencia en los resultados numéricos merecen la siguiente explicación.

- *Secciones de entrada y salida:* en este proyecto se ha impuesto la condición de continuidad tanto en la sección entrada como en la de salida, y se han despreciado las variaciones en los componentes de la velocidad, temperatura, energía cinética turbulenta y frecuencia turbulenta. También se han tenido en cuenta las siguientes condiciones de contorno para la presión:

- Sección de entrada: se supone una presión total reducida $P_T = P + \rho(U_x^2 + U_y^2)$, que es equivalente a usar la ecuación de Bernoulli en la región de entrada a la cavidad. La temperatura del aire es fija e igual a la temperatura ambiente T_∞ . Los valores iniciales de k y ω a la entrada deben ser especificados para comenzar la computación. El valor inicial de la energía cinética turbulenta k se deduce de la intensidad turbulenta, definida como:

$$I = [(2/3)k]^{1/2} / U,$$

donde U es el valor medio de la velocidad en la sección de entrada. ω viene dado por $\omega = k/v_t$ en la entrada. A fin de obtener resultados sistemáticos la intensidad I está limitada a un 5%.

- Sección de salida: se impone una presión reducida de $P = 0$ (presión igual a la ambiente).
- *Paredes:* se considerarán paredes fijas, es decir sin desplazamiento de las mismas. En el caso en que la condición de calentamiento sea de temperatura en la pared constante (isoterma), se fijará la temperatura de la pared de la izquierda $T = T_w$; en el caso en que la condición de calentamiento sea de flujo de calor constante, se impondrá un flujo de calor q en la pared izquierda de la forma $k(\partial T/\partial n) = q$, donde n corresponde a la componente perpendicular a la pared. El resto de paredes serán adiabáticas. Para casos turbulentos se impondrá $k = 0$, la expresión que se emplea para aproximar ω en la pared es, $\omega = (Kv) / (\beta_\infty^* y_1^2)$, donde y_1 corresponde a la distancia entre la pared y el primer punto de la malla, $K = 2$, y β_∞^* es una constante del modelo de turbulencia igual a 0,09.

Capítulo 4. Modelización numérica

Los resultados presentados en este proyecto se han obtenido numéricamente a partir del código CFD Phoenix, el cual discretiza las ecuaciones de conservación para el problema a través del procedimiento de volúmenes finitos. En primer lugar se expondrá a grandes rasgos el procedimiento de discretización de volúmenes finitos, a continuación se hará una descripción del código empleado en el trabajo, y en último lugar se hablará de las características del mallado.

4.1 Proceso de discretización de las ecuaciones diferenciales

La solución numérica de una ecuación diferencial consiste en un conjunto de valores a partir de los que se puede determinar la distribución de la variable dependiente ϕ , en el dominio considerado. Supóngase que se decide representar la variación de ϕ mediante un polinomio en x ,

$$\phi = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_mx^m.$$

Y se emplea un procedimiento numérico para encontrar un número finito de coeficientes $a_0, a_1, a_2, \dots, a_m$. Esto hace posible evaluar ϕ para cualquier valor de x . La mayoría de los métodos clásicos de discretización parten de los valores conocidos de una variable dependiente en un número finito de localizaciones (nodos de malla), que cubren todo el dominio de cálculo. Se trata entonces de encontrar un conjunto de ecuaciones algebraicas para dichos valores y en la utilización de un algoritmo para resolver el sistema.

En los métodos clásicos de discretización tales como diferencias finitas o volúmenes finitos, para dar valores de la variable dependiente en los nodos de malla, se discretiza la distribución de dicha variable. Las ecuaciones algebraicas que tratan los valores desconocidos de ϕ en los puntos de la malla elegida (ecuaciones discretizadas), se derivan de la ecuación diferencial para ϕ . En esta derivación será necesario proponer una función de distribución (o función de interpolación) que describa como varía ϕ entre los nodos de la red. Es común dividir el dominio de cálculo en subdominios o elementos, de forma que una cierta función pueda ser asociada con cada subdominio. La discretización sistemática del espacio (y del tiempo, en problemas transitorios), y de las variables dependientes permite sustituir la ecuación diferencial de conservación para el problema por simples ecuaciones algebraicas, resolubles con cierta facilidad.

La estructura de una ecuación discretizada es una expresión algebraica que relaciona los valores de la variable dependiente en un grupo de nodos de la malla. El valor de ϕ en un nodo dado de la malla sólo está afectado por los valores de los nodos adyacentes. Por ello, es de esperar que la solución sea tanto más exacta cuantos más nodos de malla existan, ya que las diferencias de la propiedad ϕ se hacen muy pequeñas, y entonces los detalles sobre las hipótesis empleadas para la definición de la función pierden toda la importancia. La forma clásica de una ecuación discretizada puede ser la siguiente (Figura 4.1):

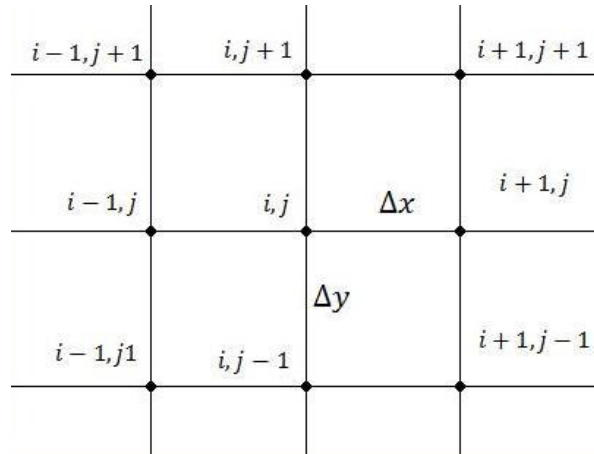


Figura 4.1: Malla típica bidimensional para el método de las diferencias finitas.

$$a_{ij}\phi_{ij} = a_{i+1,j}\phi_{i+1,j} + a_{i-1,j}\phi_{i-1,j} + \dots$$

Siendo a_{ij} , $a_{i+1,j}$, ... coeficientes distintos para cada uno de los nodos, y ϕ_{ij} , $\phi_{i+1,j}$, ... los valores correspondientes de la variable de interés. Pueden encontrarse distintas ecuaciones discretizadas para una misma ecuación diferencial, debido a la distintas funciones locales de interpolación empleadas, y a los diferentes métodos de derivación.

4.2 Método de diferencias finitas

Aproximando las derivadas que contiene la ecuación diferencial para ϕ mediante truncamiento de las series de Taylor podemos llegar al método de las diferencias finitas. Las derivadas primera y segunda de la ecuación diferencial para una variable dependiente genérica ϕ se sustituyen por unas expresiones discretas en forma de cociente, como se verá adelante. Esta es la filosofía de las diferencias finitas.

Una malla típica bidimensional utilizada en el método de diferencias finitas es la mostrada en la Figura 4.1 (en la que Δx y Δy son uniformes, aunque en general pueden no serlo). Las derivadas de la propiedad en el nodo (i, j) se calculan a partir de los valores de dicha propiedad en los nodos circundantes. Mediante expansión de las series de Taylor en torno al nodo (i, j) , se obtiene el esquema “forward” (hacia adelante) y el “rearward” (hacia atrás), como se verá más adelante.

Por ejemplo, si u_{ij} denota la componente x de velocidad en el punto i, j se tiene

$$u_{i+1,j} = u_{i,j} + \left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)_{i,j} \Delta x + \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}\right)_{i,j} \frac{(\Delta x)^2}{2} + \left(\frac{\partial^3 u}{\partial x^3}\right)_{i,j} \frac{(\Delta x)^3}{6} + \dots, \quad (4.1)$$

expresión correcta siempre que el número de términos sea infinito y la serie converga, o bien si $\Delta x \rightarrow 0$. Las series se truncan, puesto que de lo contrario es imposible trabajar con ellas, de modo que

$$u_{i+1,j} = u_{i,j} + \left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)_{i,j} \Delta x + \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}\right)_{i,j} \frac{(\Delta x^2)}{2} + \dots, \quad (4.2)$$

constituye una aproximación de segundo orden (se han despreciado los términos de orden $(\Delta x)^3$ y superiores). Del mismo modo, si se desprecian los términos del orden $(\Delta x)^2$ y superiores, tendremos una aproximación de primer orden. Esto da lugar al llamado *error de truncamiento*, que para el caso de la expresión anterior, puede ponerse por

$$\sum_{n=3}^{\infty} \left(\frac{\partial^n u}{\partial x^n}\right)_{i,j} \frac{(\Delta x)^n}{n!}. \quad (4.3)$$

El error de truncamiento puede reducirse reteniendo más términos de la serie de Taylor, o bien haciendo más pequeño Δx . De la ecuación (4.1) podemos obtener

$$\left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)_{i,j} = \frac{u_{i+1,j} - u_{i,j}}{\Delta x} - \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}\right)_{i,j} \frac{(\Delta x^2)}{2} - \left(\frac{\partial^3 u}{\partial x^3}\right)_{i,j} \frac{(\Delta x^3)}{6} - \dots, \quad (4.4)$$

en la que si se desprecian los términos de orden Δx en adelante, se tiene

$$\left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)_{i,j} = \frac{u_{i+1,j} - u_{i,j}}{\Delta x} + O(\Delta x), \quad (4.5)$$

que es una diferencia finita de primer orden hacia adelante $(\partial u / \partial x)_{i,j}$.

Del mismo modo que se ha hecho con $u_{i+1,j}$, puede hacerse con $u_{i-1,j}$, expandiendo la serie de Taylor hacia atrás,

$$u_{i-1,j} = u_{i,j} + \left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)_{i,j} (-\Delta x) + \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}\right)_{i,j} \frac{(-\Delta x^2)}{2} + \left(\frac{\partial^3 u}{\partial x^3}\right)_{i,j} \frac{(-\Delta x^3)}{6} + \dots, \quad (4.6)$$

de modo que

$$\left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)_{i,j} = \frac{u_{i,j} - u_{i-1,j}}{\Delta x} + O(\Delta x), \quad (4.7)$$

es la diferencia finita de primer orden hacia atrás para $(\partial u/\partial x)_{i,j}$. Restando de la Ecuación (4.6) la (4.1) se obtiene

$$\left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)_{i,j} = \frac{u_{i+1,j} - u_{i-1,j}}{2\Delta x} + O(\Delta x)^2, \quad (4.8)$$

que es una diferencia central de segundo orden para $(\partial u/\partial x)_{i,j}$. Sumando las dos mismas ecuaciones, se llega a la expresión siguiente:

$$\left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}\right)_{i,j} = \frac{u_{i+1,j} - 2u_{i,j} + u_{i-1,j}}{(\Delta x)^2} + O(\Delta x)^2, \quad (4.9)$$

que es la diferencia central de segundo orden para la derivada segunda, $(\partial^2 u/\partial x^2)_{i,j}$.

Lógicamente, para las derivadas en y , los resultados son similares; según el esquema hacia adelante, se obtiene

$$\left(\frac{\partial u}{\partial y}\right)_{i,j} = \frac{u_{i,j+1} - u_{i,j}}{\Delta y} + O(\Delta y), \quad (4.10)$$

mientras que con el esquema de diferencias hacia atrás,

$$\left(\frac{\partial u}{\partial y}\right)_{i,j} = \frac{u_{i,j} - u_{i,j-1}}{\Delta y} + O(\Delta y), \quad (4.11)$$

El esquema de diferencias centrales ofrece para la primera derivada

$$\left(\frac{\partial u}{\partial y}\right)_{i,j} = \frac{u_{i+1,j} - u_{i-1,j}}{2\Delta y} + O(\Delta y)^2, \quad (4.12)$$

y para la derivada segunda, empleando igualmente el esquema de diferencias centrales resulta:

$$\left(\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}\right)_{i,j} = \frac{u_{i+1,j} - 2u_{i,j} + u_{i-1,j}}{(\Delta y)^2} + O(\Delta y)^2, \quad (4.13)$$

Resulta interesante comprobar que las diferencias centrales segundas $(\partial^2 u/\partial x^2)_{i,j}$ pueden interpretarse como una diferencia hacia adelante de la primera derivada, con diferencias hacia atrás para esta primera derivada

$$\begin{aligned} \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}\right)_{i,j} &= \left(\frac{\partial}{\partial x} \left[\frac{\partial u}{\partial x}\right]\right)_{i,j} = \frac{\left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)_{i+1,j} - \left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)_{i,j}}{\Delta x} = \left[\frac{u_{i+1} - u_{i,j}}{\Delta x}\right] \frac{1}{\Delta x} \\ &= \frac{u_{i+1,j} - 2u_{i,j} + u_{i-1,j}}{(\Delta x)^2}. \end{aligned} \quad (4.14)$$

Puede hacerse lo mismo para la derivada cruzada de segundo orden

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} = \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial u}{\partial y}\right), \quad (4.15)$$

calculando la derivada segunda respecto de x como una diferencia central de la derivada respecto de y , y esta derivada respecto de y como una diferencia central igualmente.

4.3 Métodos de los volúmenes finitos

Básicamente, el método consiste en dividir el dominio de cálculo en un número de volúmenes de control no solapados, de forma que exista un volumen de control rodeando cada nodo de la malla. La ecuación diferencial se integra sobre cada volumen de control. Para expresar la variación de la variable dependiente en las caras de los volúmenes de control y resolver las integrales, se elige una función local lineal. El resultado de la integración es la ecuación discretizada que contiene los valores de ϕ para un conjunto de nodos de la malla.

La principal ventaja de este método frente al de diferencias finitas estriba en que la solución obtenida asegura implícitamente que magnitudes como la masa, la cantidad de movimiento, y la energía se conservan para cualquier grupo de volúmenes de control y, por supuesto, para todo el dominio de interés. Incluso si la malla es basta, se cumplen exactamente los balances. El método de los volúmenes finitos, debido a que utiliza mallas estructuradas, tiene la apariencia de los métodos de diferencias finitas clásicos. Sin embargo, puede considerarse como un caso particular del método de los residuos ponderados.

Cuando las ecuaciones discretizadas se resuelven para obtener los valores de la variable dependiente en los nodos de la red, el resultado puede contemplarse de dos modos distintos. En el método de los elementos finitos, y en la mayor parte de los métodos de residuos ponderados, la variación supuesta para la variable dependiente (que se compone de los valores en los nodos de la malla, así como de las funciones de interpolación entre nodos) se toma como la solución aproximada. Sin embargo, en el método de diferencias finitas, se considera como solución la constituida tan sólo por los valores de ϕ en los nodos de malla, sin hacer referencia a la variación de ϕ entre dichos nodos. En el método de volúmenes finitos también se adopta este enfoque. Se busca una solución definida tan sólo por los valores en los nodos de la malla. Las fórmulas de interpolación se contemplan solamente como relaciones auxiliares necesarias para evaluar las integrales que aparecen en la formulación. Por tanto, una vez que se ha obtenido la ecuación discretizada, puede prescindirse de la función de interpolación impuesta.

A continuación se presenta un ejemplo de aplicación de este método en la discretización de una

ecuación en derivadas primeras. Las ecuaciones encontradas en la mecánica de fluidos pueden ser más complejas pero este ejemplo es lo suficientemente descriptivo.

Supóngase que se tiene la siguiente ecuación diferencial:

$$\frac{\partial \bar{q}}{\partial t} + \frac{\partial \bar{F}}{\partial x} + \frac{\partial \bar{G}}{\partial t} = 0. \quad (4.16)$$

En esta ecuación, si $q = \rho$, $F = \rho u$, $G = \rho v$, obtenemos la ecuación de continuidad en forma bidimensional.

Vamos a aplicar el método de los subdominios para la discretización de la ecuación anterior. Se parte de la ecuación que proporciona la solución exacta; se utilizará el dominio que aparece en la Figura 4.2, de modo que integrando obtenemos:

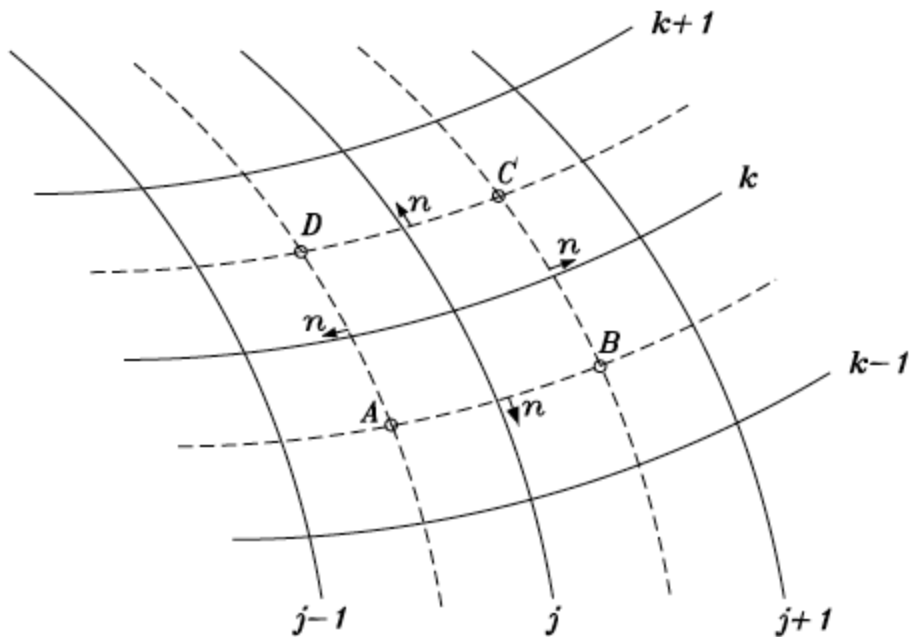


Figura 4.2: Dominio de aplicación del método de volúmenes finitos.

$$\int_{ABCD} \left(\frac{\partial \bar{q}}{\partial t} + \frac{\partial \bar{F}}{\partial x} + \frac{\partial \bar{G}}{\partial t} \right) dx dy = 0, \quad (4.17)$$

o bien aplicando el teorema de Green,

$$\frac{d}{dt} \int \bar{q} dV + \int_{ABCD} \vec{H} \cdot \vec{n} ds, \quad (4.18)$$

Siendo ds el elemento diferencial de línea, y H función en general de F y G . Obsérvese que la función de pesado elegida es la unidad. En coordenadas cartesianas,

$$\vec{H} \cdot \vec{n} ds = \vec{F} dy \cdot \vec{G} dx. \quad (4.19)$$

Las ecuaciones (4.17) y (4.18) expresan una condición de conservación (por ejemplo, de conservación de masa). Mientras que el método de diferencias finitas discretiza las ecuaciones en forma diferencial, el método de volúmenes finitos lo hace en forma integral. La evaluación

aproximada de la ecuación (4.17) puede ponerse por:

$$\frac{d}{dt}(Aq_{j,k}) + \sum_{AB}^{DA}(F\Delta y - G\Delta x) = 0, \quad (4.20)$$

siendo A el área del cuadrilátero $ABCD$. Como incrementamos en x y en y . A lo largo del lado AB del cuadrilátero pueden tomarse los siguientes:

$$\Delta y_{AB} = y_B - y_A, \quad \Delta x_{AB} = x_B - x_A, \quad (4.21)$$

y como valores de las variables F y G sobre el mismo lado,

$$F_{AB} = \frac{1}{2} (F_{j,k-1} + F_{j,k}), \quad (4.22)$$

$$G_{AB} = \frac{1}{2} (G_{j,k-1} + G_{j,k}), \quad (4.23)$$

y del mismo modo se efectuaría con los restantes lados del cuadrilátero.

Si A no fuera función del tiempo, entonces la ecuación discretizada quedaría del siguiente modo:

$$\begin{aligned} A(dq_{j,k}/dt) + \frac{1}{2} (F_{j,k-1} + F_{j,k})\Delta y_{AB} - \frac{1}{2} (G_{j,k-1} + G_{j,k})\Delta x_{AB} \\ + \frac{1}{2} (F_{j,k-1} + F_{j,k})\Delta y_{BC} - \frac{1}{2} (G_{j,k-1} + G_{j,k})\Delta x_{BC} \\ + \frac{1}{2} (F_{j,k-1} + F_{j,k})\Delta y_{CD} - \frac{1}{2} (G_{j,k-1} + G_{j,k})\Delta x_{CD} \\ + \frac{1}{2} (F_{j,k-1} + F_{j,k})\Delta y_{DA} - \frac{1}{2} (G_{j,k-1} + G_{j,k})\Delta x_{DA} = 0. \end{aligned} \quad (4.24)$$

Se ha obtenido entonces una ecuación en volúmenes finitos. Si la malla (j, k) es irregular, esta ecuación proporciona una discretización en coordenadas cartesianas, sin necesidad de introducir coordenadas generalizadas. Si la malla es uniforme, y las direcciones j y k coinciden con las x e y , la ecuación anterior se puede poner como:

$$\frac{d}{dt}q_{j,k} + \frac{F_{j+1,k} + F_{j-1,k}}{2\Delta x} + \frac{G_{j,k+1} + G_{j,k-1}}{2\Delta y} = 0. \quad (4.25)$$

4.4 Técnicas de discretización, o interpolación

En el caso de haber elegido un procedimiento numérico correcto y que el número de nodos sea infinito la solución numérica del problema de interés debe, al menos en teoría, coincidir con la solución exacta. En la realidad solo se puede disponer de un número de nodos finitos, además, para que el procedimiento numérico proporcione una solución próxima a la real se debe elegir una correcta técnica de discretización (o interpolación). En este trabajo se van a citar algunas de estas técnicas. De aquí en adelante, se va a utilizar la nomenclatura de la Figura 4.3, en la que aparece un sistema intrínseco para nombrar a los puntos y a las caras que se encuentran alrededor del punto de interés P .

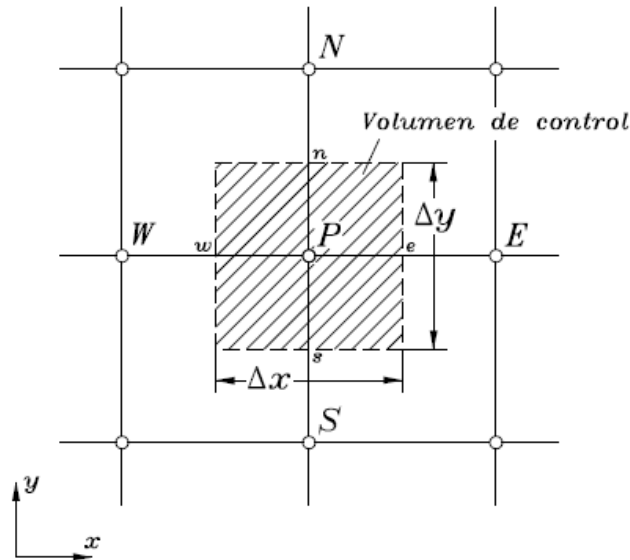


Figura 4.3: Volumen de control para la discretización de un problema bidimensional.

4.4.1 Esquema de Diferencias Centrales

Si se supone un flujo estacionario unidimensional en el que sólo existen efectos de convección y difusión, la ecuación de conservación en forma general resulta:

$$\frac{d}{dx}(\rho u \phi) = \frac{d}{dx} \left(\Gamma \frac{d\phi}{dx} \right), \quad (4.26)$$

de modo que la ecuación de continuidad, haciendo $\Phi = 1$ y $\Gamma = 0$ en la expresión anterior, puede ponerse

$$\frac{du}{dx}(\rho u) = 0, \quad (4.27)$$

pudiendo expresarse esta última en la forma

$$\rho u = \text{constante}. \quad (4.28)$$

Para discretizar la ecuación diferencial (4.26), se empleará un grupo de tres puntos de la malla, tal como se muestra en la Figura 4.3. Aunque la localización de las caras del volumen de control e y w no tiene ninguna influencia sobre la formulación final, es conveniente suponer que la cara e está situada en el punto medio entre P y E , y la cara w entre W y P .

Integrando la Ecuación (4.26) sobre el volumen de control de la Figura 4.3, se obtiene

$$(\rho u \phi)_e - (\rho u \phi)_w = \left(\Gamma \frac{d\phi}{dx} \right)_e - \left(\Gamma \frac{d\phi}{dx} \right)_w. \quad (4.29)$$

Suponiendo que las caras del volumen de control están en el punto medio, resulta por interpolación lineal,

$$\phi_e = \frac{1}{2}(\phi_E + \phi_P) \text{ y } \phi_w = \frac{1}{2}(\phi_P + \phi_W) \quad (4.30)$$

La ecuación (4.29) puede escribirse ahora de la forma

$$\frac{1}{2}(\rho u)_e(\phi_E + \phi_P) - \frac{1}{2}(\phi_P + \phi_W) = \frac{\Gamma_e(\phi_E + \phi_P)}{(\delta x)_e} - \frac{\Gamma_w(\phi_P + \phi_W)}{(\delta x)_w}. \quad (4.31)$$

Para escribir esta ecuación de forma más compacta, se define

$$F \equiv \rho u \text{ y } D \equiv \frac{\Gamma}{(\delta x)}. \quad (4.32)$$

Las cantidades F y D tienen las mismas dimensiones. Mientras que D siempre es positivo, F puede ser positivo o negativo, dependiendo de la dirección del flujo fluido.

Aplicando (4.32), la ecuación discretizada queda

$$a_P \phi_P = a_E \phi_E + a_W \phi_W, \quad (4.33)$$

siendo

$$a_E = D_e - \frac{F_e}{2}, \quad (4.34)$$

$$a_W = D_w + \frac{F_w}{2}, \quad (4.35)$$

$$a_P = D_e + \frac{F_e}{2} + D_w - \frac{F_w}{2} = a_E + a_W + (F_e - F_w). \quad (4.36)$$

Por continuidad, $F_e = F_w$ (4.28), por lo que $a_P = a_E + a_W$.

La interpolación por diferencias centrales se realiza de modo independiente al sentido del flujo, lo que puede dar lugar a problemas en la obtención de una solución realista.

4.4.2 Esquema Upwind

Según esta técnica el valor de Φ en la entrecara es igual al valor de Φ en el nodo de la malla situado inmediatamente aguas arriba de la cara, dependiendo de cuál sea la dirección del flujo. De este modo,

$$\Phi_e = \Phi_P \text{ si } F_e > 0, \quad (4.37)$$

$$\Phi_e = \Phi_E \text{ si } F_e < 0, \quad (4.38)$$

$$\Phi_w = \Phi_W \text{ si } F_w > 0, \quad (4.39)$$

$$\Phi_w = \Phi_E \text{ si } F_w < 0. \quad (4.40)$$

Operando de forma similar que en el esquema de diferencias centrales, partiendo de la misma ecuación diferencial (4.26) y llegando a una expresión similar a (4.33). Tomando como premisa un flujo hacia la derecha ($F_e > 0$ y $F_w > 0$), en esta ocasión los coeficientes

$$a_E = D_e, \quad (4.41)$$

$$a_W = D_w + F_w, \quad (4.42)$$

$$a_P = D_e + D_w + F_e. \quad (4.43)$$

Supongamos ahora un flujo hacia la izquierda ($F_e < 0$ y $F_w < 0$), en este caso los coeficientes de la ecuación son

$$a_E = D_e - F_e, \quad (4.44)$$

$$a_W = D_w, \quad (4.45)$$

$$a_P = D_e + D_w - F_w. \quad (4.46)$$

Si definimos ahora un operador $[[A,B]]$ para denotar el valor de dos magnitudes A y B ; $[[A,B]] = A$ si $A > B$ y $[[A,B]] = B$ si $A < B$. Aplicando este operador los coeficientes se pueden definir como sigue

$$a_E = D_e + [[-F_e, 0]], \quad (4.47)$$

$$a_W = D_w + [[+F_w, 0]], \quad (4.48)$$

$$a_P = D_e + [[F_e, 0]] + D_w + [[-F_w, 0]] = a_E + a_W + (F_e - F_w). \quad (4.49)$$

Para explicar la razón de ser de este esquema en la práctica se va a estudiar la solución exacta del problema mostrado en la Figura 4.2, cuya ecuación de definición para el problema se mostraba en (4.26). Se supondrá que Γ_ϕ es constante (teniendo en cuenta que ρu es constante, debido a la ecuación de continuidad). Si se utiliza el dominio $0 \leq x \leq L$, con las condiciones de contorno

$$\Phi = \Phi_0, \text{ para } x = 0, \quad \Phi = \Phi_L \text{ para } x = L, \quad (4.50)$$

la solución exacta del problema es

$$\frac{\phi - \Phi_0}{\Phi_L - \Phi_0} = \frac{e^{Pe\left(\frac{x}{L}\right)} - 1}{e^{Pe} - 1}, \quad (4.51)$$

donde Pe es el número de Peclet ($Pe = Re \cdot Pr$).

En la Figura 4.4 podemos ver una representación de la solución dada por los métodos “upwind” y diferencias centrales en función del número de Peclet junto con la solución exacta, también en función de este número adimensional. En esta representación se aprecian los problemas de convergencia que pueden llegar a ocasionar el esquema de diferencias centrales para valores pequeños de Peclet, mostrándose el esquema “upwind” como una seria alternativa a estas circunstancias.

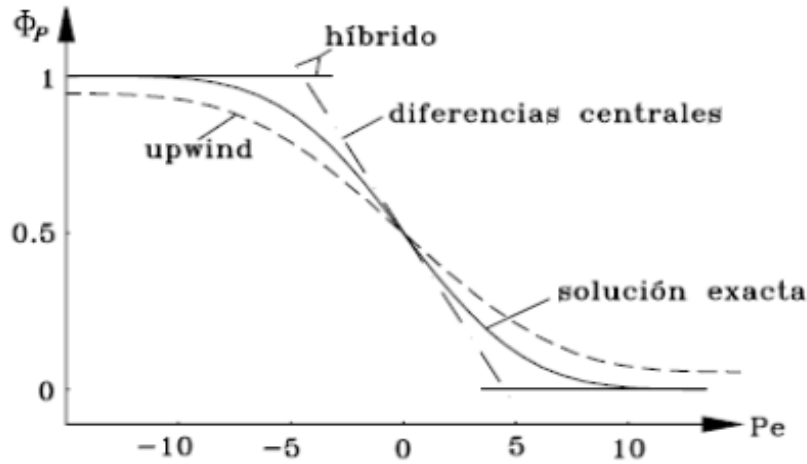


Figura 4.4: Predicción de ϕ_P por varios esquemas para un rango de valores de Peclet.

Los esquemas numéricos derivados del “upwind”, y otros esquemas de primer orden pueden fallar cuando el flujo incide de modo diagonal a las direcciones principales de la malla. En estas condiciones, el esquema “upwind” altera las distribuciones de las propiedades transportadas. El error resultante tiene una apariencia de origen difusivo y se denomina “difusión numérica” (*false diffusion*). Este fenómeno depende de la densidad del mallado, se obtienen soluciones más exactas al usar mallas más finas, esto puede inducir que una malla muy densa podría eliminar los problemas derivados de la difusión numérica pero las mallas que podrían anular este problema pueden no resultar factibles. Además se ha demostrado que para números de Reynolds altos, la difusión numérica puede llevar a soluciones irreales.

4.4.3 Esquema Híbrido

Este esquema, que es el que se utilizará en este trabajo, trata de acercarse a la solución exacta del problema, eliminando los problemas ocasionales del esquema “upwind” para números de Peclet suficientemente pequeños. Para un rango de números de Peclet $-2 \leq Pe \leq 2$, se utilizará la técnica de diferencias centrales. Para valores de Pe fuera de este rango, se emplea el esquema “upwind”. El esquema híbrido tiene dificultades en problemas en los que los efectos combinados de convección y difusión son importantes en la mayor parte del campo fluido, y la dirección principal del flujo es oblicua respecto de las direcciones principales de la malla de cálculo, en cuyo caso la difusión numérica es importante.

En la formulación introducida con el esquema “upwind”, los coeficientes de la ecuación discretizada (4.33) quedan para este método,

$$a_E = [[-F_e, D_e - F_e/2, 0]], \quad (4.52)$$

$$a_W = [[F_w, D_w - F_w/2, 0]], \quad (4.53)$$

$$a_P = a_E + a_W + (F_e - F_w). \quad (4.54)$$

Hasta aquí se han citado los esquemas más clásicos, que además son lineales. Existen otros más complejos, no lineales, como es el caso del Esquema MUSCL, ó el QUICK, y que en principio conducirían a obtener simulaciones más fiables. No obstante, se han llevado a cabo simulaciones con MUSCL, y se ha visto que no varían demasiado los resultados respecto del upwind.

4.5 Introducción al código Phoenics

Como ya se ha comentado este proyecto se va a llevar a cabo con la ayuda del código CFD Phoenics, este código permite la simulación numérica de flujos de fluidos, transmisión de calor, reacciones químicas e interacciones con sólidos. Se trata de un código validado y muy utilizado en investigación.

Phoenics consta de dos partes principales: un procesador denominado “Satellite”, y un procesador para la solución numérica del problema llamada “Earth”. Como se aprecia en la Figura 4.5, puede distinguirse la operación con el programa en tres fases principales:

- Fase 1: Interpretación de los datos de entrada (“Preprocessor”).
- Fase 2: Proceso de la solución numérica y de generación de resultados numéricos (“Solver”).
- Fase 3: Interpretación de los datos de salida (“Postprocessor”).

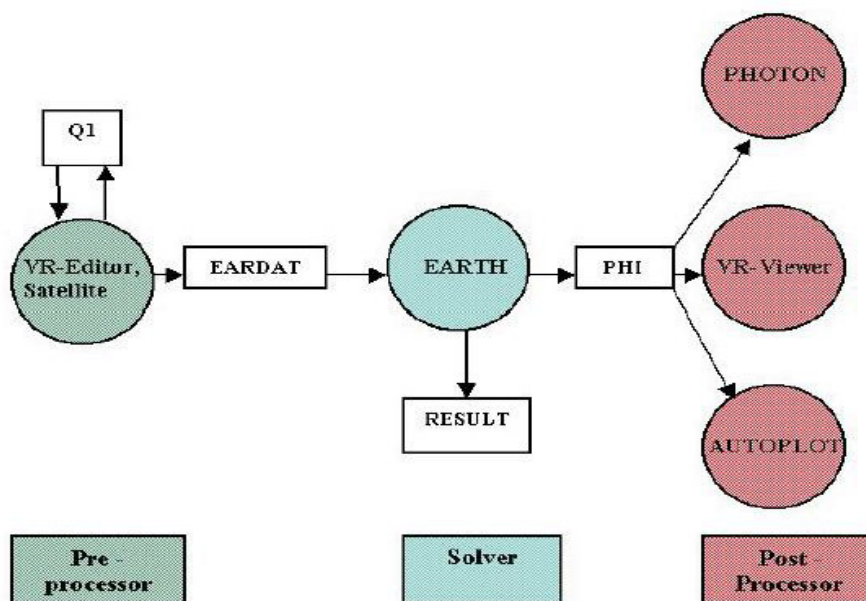


Figura 4.5: Esquema general de componentes del código Phoenics.

En la fase 1, el “Satellite” es un intérprete que construye ficheros de datos a partir de las instrucciones dadas por el usuario. El modo de introducción de los datos de un problema es a través de la construcción de un fichero ASCII al que se le denomina “q1”.

En la fase 2, el “Earth” es el “solver” para la simulación numérica del flujo de interés; este programa lee los datos proporcionados a través del fichero “eardat”, ejecuta los correspondientes cálculos y produce fundamentalmente dos tipos de ficheros de resultados. El fichero “result” es un listado de las variables calculadas en distintos puntos de la malla, mientras que el fichero “phi” es un archivo destinado a la representación gráfica de distribuciones de propiedades.

En la fase, interpretación y análisis de los resultados puede efectuarse a través de varias herramientas:

- Photon: Permite la visualización gráfica de las distribuciones de las propiedades.
- Autoplot: Permite la obtención de curvas de tendencia de las variables calculadas.
- VR-Viewer: Permite la visualización gráfica de las distribuciones de propiedades en el

entorno de Realidad Virtual.

En Phoenix se puede trabajar de dos formas, una con menú Windows, y el modo de trabajo directo en línea de comandos. Para llevar a cabo el trabajo se ha empleado el modo directo en línea de comandos.

Se han citado una serie de programas de los que dispone Phoenix para poder ejecutarlos en línea de comandos hay que introducir los siguientes comandos: *runsat*(para ejecutar “Satellite”), *runvre*(“VR-Editor”), *runear* (“Earth”), *runpho*(“Photon”), *runaut*(“Autoplot”), y *runvrv*(“VR-Viewer”).

Para obtener ayuda Phoenix dispone de un programa denominado “Polis” (“Phoenix On-line InformationSystem”) es el programa de ayuda centralizada de Phoenix. Tecleando *polis* en línea de comandos se tiene acceso a ayuda sobre diversos temas; cabe destacar la “Encyclopaedia”, donde se puede acceder a información de interés por orden alfabético, también dispone de tutoriales que pueden ayudar al aprendizaje y manejo del programa. Otra forma de obtener ayuda es accediendo a la sección “Encyclopaedia” que hay en la web www.cham.co.uk.

4.6 Descripción del fichero de especificación de datos q1

A continuación se va a describir el código con el cual se introduce en Phoenix el caso de una cavidad donde la condición de calentamiento es de flujo de calor constante. Dicho código consta de los siguientes comandos:

- En primer lugar nos encontramos con el comando TALK que activa (TALK = T), o desactiva (TALK = F), el modo interactivo. Este modo permite cargar ejemplos precargados en las librerías de Phoenix. En este proyecto está orden está desactivada:

```
TALK=f;RUN( 1, 1);VDU=X11-TERM
```

- Para estructurar el código, y hacer más cómoda su lectura, se utiliza el comando GROUP. En este comando se puede poner una descripción de lo que se está llevando a cabo en el código, por ejemplo en el GROUP 1. se indica que se va a establecer el nombre del ejemplo y a definir sus variables:

```
GROUP 1. Run title and other preliminaries
```

- Para introducir el texto que queremos que se vea en pantalla se utiliza el comando TEXT:

```
TEXT(CAVITY)
```

- A continuación se definen las variables que se van a emplear a lo largo de la simulación, como se trata de número reales se emplea el comando REAL seguido de un paréntesis donde se introduce el nombre de la variable:

```
REAL(LPLA, HPLA, BPLA, TETA, RELASP, RELAPER, PI)  
REAL(BETA, AGRV, RA, PRA, VISCO)  
REAL(TDELTA, TREF, TWALL, QFLU, CONDOC, CALEN)  
REAL(RHO, CP, GAMMAG, CONGAS, PREREF, DENREF, TEMPREF)  
REAL(INTEN, KEIN, EPIN, VELINI, ENUTINI, OMEGIN)
```

- Para dar un valor determinado a una variable se debe introducir el nombre de dicha

variable seguida del símbolo matemático '=' y su valor, como se han definido las siguientes variables:

```
RA=1.E+07
TETA=0.0
RELASP=1.0;RELAPER=0.1
CALEN=0.01
```

```
PI=3.1416;TETA=TETA*PI/180.
```

```
AGRAV=9.81;TREF=0.
TEMPREF=(273.+20.);BETA=1./TEMPREF
CONGAS=287.
PREREF=1.0E+05
DENREF=PREREF/(CONGAS*TEMPREF)
```

```
RHO=DENREF
VISCO=1.544E-05
PRA=0.71
CP=1004.5;GAMMAG=1.4
CONDUC=CP*RHO*VISCO/PRA
```

```
HPLA=((RA**0.8)*VISCO**2.0/(AGRAV*CALEN*PRA*COS(TETA)))**(1/3)
TDELTA=CALEN*TEMPREF;TWALL=TREF+TDELTA
QFLU=CALEN*CONDUC*TEMPREF*(RA**0.2)/HPLA
LPLA=RELASP*HPLA;BPLA=RELAPER*HPLA
```

- Acto seguido se le da valores numericos a las variables NX, y NY, que serán utilizados posteriormente para definir la malla:

```
NX=100;NX1=20;NX2=NX-NX1
NY=100;NY1=20;NY3=20;NY2=NY-NY1-NY3
```

- Para definir las características de la malla se emplea el comando BFC para activar o desactivar una malla ajustada al cuerpo. Y el comando NONORT para indicar que se trata de una malla no ortogonal:

```
BFC=T
NONORT=T
```

- Definimos la malla a partir del comando GSET, en primer lugar se introducen los puntos y a continuación las líneas que los unen:

```
GSET(D,NX,NY,NZ,LPLA,HPLA,1.0)
```

Puntos

```
GSET(P,P1,0.0,0.0,0.0)
GSET(P,P2,LPLA,0.0,0.0)
GSET(P,P3,LPLA,HPLA,0.0)
GSET(P,P4,0.0,HPLA,0.0)
```

```
GSET(P,P11,0.0,BPLA,0.0)
GSET(P,P21,LPLA,BPLA,0.0)
GSET(P,P41,0.0,HPLA-BPLA,0.0)
GSET(P,P31,LPLA,HPLA-BPLA,0.0)
```



```
GSET (P, P12, BPLA, 0.0, 0.0)
GSET (P, P43, BPLA, HPLA, 0.0)
GSET (P, P112, BPLA, BPLA, 0.0)
GSET (P, P443, BPLA, HPLA-BPLA, 0.0)
```

Lineas

```
GSET (L, L1, P1, P2, NX, S1.1)
GSET (L, L1A, P1, P12, NX1, S1.1)
GSET (L, L1B, P12, P2, NX2, S1.25)
GSET (L, L2, P11, P21, NX, S1.1)
GSET (L, L2A, P11, P112, NX1, S1.1)
GSET (L, L2B, P112, P21, NX2, S1.25)
GSET (L, L3, P41, P31, NX, S1.1)
GSET (L, L3A, P41, P443, NX1, S1.1)
GSET (L, L3B, P443, P31, NX2, S1.25)
GSET (L, L4, P4, P3, NX, S1.1)
GSET (L, L4A, P4, P43, NX1, S1.1)
GSET (L, L4B, P43, P3, NX2, S1.25)

GSET (L, L5, P2, P21, NY1, 1.05)
GSET (L, L6, P1, P11, NY1, 1.05)

GSET (L, L7, P21, P31, NY2, S1.15)
GSET (L, L8, P11, P41, NY2, S1.15)

GSET (L, L9, P31, P3, NY3, -1.05)
GSET (L, L10, P41, P4, NY3, -1.05)
```

Contornos (Frames) y mallas

```
GSET (F, F01, P1, P12, P2, -, P21, P112, P11, -)
GSET (M, F01, +I+J, 1, 1, 1, TRANS)

GSET (F, F02, P11, P112, P21, -, P31, P443, P41, -)
GSET (M, F02, +I+J, 1, 21, 1, TRANS)

GSET (F, F03, P41, P443, P31, -, P3, P43, P4, -)
GSET (M, F03, +I+J, 1, 81, 1, TRANS)
```

Profundidad en z

```
GSET (C, K2, F, K1, 1, NX, 1, NY, +, 0, 0, 1.0, INC, 1.)
```

- Para introducir que variables deben ser resueltas se utiliza el comando SOLVE seguido de un paréntesis donde se introduce el nombre de dichas variables. El comando P1 resuelve la ecuación de continuidad, TEM1 la ecuación de energía, U1 y V1 la de cantidad de movimiento:

•

```
SOLVE (P1, V1, U1, TEM1)
SOLUTN (P1, Y, Y, Y, N, N, N)
SOLUTN (tem1, Y, Y, Y, N, N, N)
STORE (DEN1) ; STORE (VISL)
STORE (CP1)
```

```
***COMPONENTES CARTESIANAS DE LA VELOCIDAD
```

STORE (UCRT, VCRT)

- El comando GCV activa un algoritmo de resolución de las ecuaciones de Navier-Stokes, que funciona mejor para cuando se utilizan las mallas ajustadas al cuerpo que difieren mucho de las ortogonales:

```
***Metodo GCV para BFC
GCV=T
```

- Para activar un modelo de turbulencia u otro se emplean los comandos KEMODL ($k - \varepsilon$) o KOMODL ($k - \omega$), en este caso se usará el modelo $k - \omega$:

TURMOD (KOMODL-LOWRE)

- A continuación ordenamos que se almacene el parámetro de la viscosidad cinemática turbulenta, STORE, y el cálculo de y^+ , y de los coeficientes de transferencia de calor de las paredes con los comandos YPLS, y WALPRN:

```
YPLS=T; WALPRN=T
STORE (ENUT)
```

- Para activar un tipo de esquema numérico u otro se emplea el comando:

SCHEME (QUICK, U1, V1, KE, OMEG)

donde se está ordenando que se resuelva mediante el esquema de Upwind las ecuaciones de cantidad de movimiento, y el modelo de turbulencia.

- Continuamos introduciendo una serie de variables:

GROUP 9. Properties of the medium (or media)

***PROPIEDADES CONSTANTES

```
RHO1=RHO; ENUL=VISCO; PRNDTL (tem1) =PRA
```

```
***Cuadratico
```

```
ENUL=GRND2
```

```
ENULA=-4.94679E-06; ENULB=4.58394E-08; ENULC=8.0974E-11
```

```
***Densidad, gases ideales
```

```
RHO1=GRND5
```

```
RHO1A=0.0; RHO1B=1./CONGAS; RHO1C=1./GAMMAG
```

```
PRESS0 = PREREF
```

```
TEMP0 = 273.+20.
```

```
DVO1DT=1./BETA
```

```
DRH1DP = GRND5
```

```
***Prandtl y cp constantes
```

```
CP1=CP; PRNDTL (TEM1) =PRA
```

```
PRT (TEM1) =0.86
```

```
CP1=GRND10; PRNDTL (TEM1) =-GRND10 (si se carga PROPS)
```

Como se puede ver hay una serie de ordenes desactivadas, es decir con una serie de espacios al inicio, ésto se debe a que según estemos trabajando en un caso u otro estaremos trabajando con unas

variables fijas (aproximación de Boussinesq) o variables. En el caso que se está desarrollando se trata de propiedades variables.

- Para introducir los valores iniciales de las variables a partir de las que el código empezará a calcular se emplea el comando FIINIT seguido de la variable que se quiere fijar entre paréntesis, e igualando a su valor inicial:

```

FIINIT(P1)=1.0E-03
  ***Si se impone qflu:
  TDELTA=(QFLU*HPLA/CONDOC)
VELINI=(AGRAV*COS(TETA)*BETA*TDELTA*HPLA)**0.5
FIINIT(U1)=VELINI
FIINIT(V1)=VELINI
FIINIT(TEM1)=TREF
FIINIT(VISL)=VISCO
FIINIT(DEN1)=RHO
INTEN=0.05
ENUTINI=40.*VISCO;FIINIT(ENUT)=ENUTINI
KEIN=(3/2)*(INTEN**2.)*(VELINI**2.)
FIINIT(KE)=KEIN
EPIN=0.09*(KEIN**2.)/ENUTINI
OMEGIN=EPIN/(0.09*KEIN)
FIINIT(EP)=EPIN
FIINIT(OMEG)=OMEGIN

mesg(velini :velini: omegin :omegin: epin :epin: kein :kein:

RESTRT(all)

```

- El último comando, RESTRT (all), sirve para tomar como iniciales los valores de un cálculo anterior, que se toman del fichero *phi*.
- A la hora de definir las condiciones de contorno se emplean dos comandos. El comando PATCH sirve para indicar la localización donde se impondrá la condición de contorno, dicha condición se impone con el comando COVAL. En este último comando se especifican el un coeficiente (CO) y un valor (VAL), dicho coeficiente multiplica a la diferencia entre el valor de la variable y un cierto valor de referencia, VAL, para que resulte la fuente apropiada que da lugar a la condición de contorno necesaria:

GROUP 13. Boundary conditions and special sources

```

GROUP 13. Boundary conditions and special sources

```

```

***PARED O ENTRADA SUPERIOR***

```

```

  PATCH(PARED-SU,NWALL,1,NX,NY,NY,1,1,1,1)
  PATCH(PARED-SU,NWALL,NX1+1,NX,NY,NY,1,1,1,1)
  COVAL(PARED-SU,U1,1.0,0.0)
  COVAL(PARED-SU,U1,GRND2,0.0)
  COVAL(PARED-SU,V1,1.0,0.0)
  COVAL(PARED-SU,V1,GRND2,0.0)
  COVAL(PARED-SU,TEM1,1.0/PRNDTL(TEM1),TWALL)
  COVAL(PARED-SU,TEM1,GRND2,TREF)
  ***qflu flujo de calor

```

```

COVAL (PARED-SU, TEM1, FIXFLU, QFLU)
COVAL (PARED-SU, KE, GRND2, GRND2)
COVAL (PARED-SU, EP, GRND2, GRND2)
COVAL (PARED-SU, OMEG, GRND2, GRND2)
COVAL (PARED-SU, KE, 1.0, 0.0)
COVAL (PARED-SU, LTLS, 1.0, 0.0)

PATCH (ENT-SU, NORTH, 1, NX, NY, NY, 1, 1, 1, 1)
PATCH (ENT-SU, NORTH, 1, NX1, NY, NY, 1, 1, 1, 1)
COVAL (ENT-SU, P1, -2.*RHO, 0.0)
COVAL (ENT-SU, P1, FIXP, 0.0)
COVAL (ENT-SU, P1, FIXVAL, 0.0)
COVAL (ENT-SU, U1, ONLYMS, 0.0)
COVAL (ENT-SU, V1, ONLYMS, 0.0)
COVAL (ENT-SU, TEM1, ONLYMS, TREF)
COVAL (ENT-SU, KE, ONLYMS, KEIN)
COVAL (ENT-SU, EP, ONLYMS, EPIN)
COVAL (ENT-SU, OMEG, ONLYMS, OMEGIN)

***PARED O ENTRADA IZQUIERDA***

PATCH (PARED-IZ, WWALL, 1, 1, 1, NY1+NY2, 1, 1, 1, 1)
PATCH (PARED-IZ, WWALL, 1, 1, 1, NY, 1, 1, 1, 1)
COVAL (PARED-IZ, U1, 1.0, 0.0)
COVAL (PARED-IZ, U1, GRND2, 0.0)
COVAL (PARED-IZ, V1, 1.0, 0.0)
COVAL (PARED-IZ, V1, GRND2, 0.0)
COVAL (PARED-IZ, TEM1, 1.0/PRNDTL (TEM1), TWALL)
COVAL (PARED-IZ, TEM1, GRND2, TWALL)
***qflu flujo de calor
COVAL (PARED-IZ, TEM1, FIXFLU, QFLU)
COVAL (PARED-IZ, KE, GRND2, GRND2)
COVAL (PARED-IZ, EP, GRND2, GRND2)
COVAL (PARED-IZ, OMEG, GRND2, GRND2)
COVAL (PARED-IZ, KE, 1.0, 0.0)
COVAL (PARED-IZ, LTLS, 1.0, 0.0)

***PARED O ENTRADA DERECHA***

PATCH (PARED-DE, EWALL, NX, NX, 1, NY1+NY2, 1, 1, 1, 1)
PATCH (PARED-DE, EWALL, NX, NX, 1, NY, 1, 1, 1, 1)
PATCH (PARED-DE, EWALL, NX, NX, NY1+1, NY, 1, 1, 1, 1)
COVAL (PARED-DE, U1, 1.0, 0.0)
COVAL (PARED-DE, U1, GRND2, 0.0)
COVAL (PARED-DE, V1, 1.0, 0.0)
COVAL (PARED-DE, V1, GRND2, 0.0)
COVAL (PARED-DE, TEM1, 1.0/PRNDTL (TEM1), TWALL)
COVAL (PARED-DE, TEM1, GRND2, TREF)
***qflu flujo de calor
COVAL (PARED-DE, TEM1, FIXFLU, QFLU)
COVAL (PARED-DE, KE, GRND2, GRND2)
COVAL (PARED-DE, EP, GRND2, GRND2)
COVAL (PARED-DE, OMEG, GRND2, GRND2)
COVAL (PARED-DE, KE, 1.0, 0.0)
COVAL (PARED-DE, LTLS, 1.0, 0.0)

PATCH (ENT-DE, EAST, NX, NX, 1, NY, 1, 1, 1, 1)

```

```

PATCH (ENT-DE, EAST, NX, NX, 1, NY1, 1, 1, 1, 1)
COVAL (ENT-DE, P1, -2.*RHO, 0.0)
    COVAL (ENT-DE, P1, FIXP, 0.0)
    COVAL (ENT-DE, P1, FIXVAL, 0.0)
COVAL (ENT-DE, U1, ONLYMS, same)
COVAL (ENT-DE, V1, ONLYMS, 0.0)
COVAL (ENT-DE, TEM1, ONLYMS, TREF)
COVAL (ENT-DE, KE, ONLYMS, KEIN)
    COVAL (ENT-DE, EP, ONLYMS, EPIN)
COVAL (ENT-DE, OMEG, ONLYMS, OMEGIN)

```

PARED O ENTRADA INFERIOR

```

PATCH (PARED-INF, SWALL, 1, NX, 1, 1, 1, 1, 1, 1)
    COVAL (PARED-INF, U1, 1.0, 0.0)
COVAL (PARED-INF, U1, GRND2, 0.0)
    COVAL (PARED-INF, V1, 1.0, 0.0)
COVAL (PARED-INF, V1, GRND2, 0.0)
    COVAL (PARED-INF, TEM1, 1.0/PRNDTL (TEM1), TWALL)
    COVAL (PARED-INF, TEM1, GRND2, TWALL)
    ***qflu flujo de calor
    COVAL (PARED-INF, TEM1, FIXFLU, QFLU)
    COVAL (PARED-INF, GRND2, GRND2)
    COVAL (PARED-INF, EP, GRND2, GRND2)
COVAL (PARED-INF, OMEG, GRND2, GRND2)
COVAL (PARED-INF, KE, 1.0, 0.0)
    COVAL (PARED-INF, LTLS, 1.0, 0.0)

```

***FLOTACION BOUSSINESQ

```

BUOYA=AGRAV*SIN (TETA) ;BUOYB=AGRAV*COS (TETA) ;BUOYC=0.
BUOYD=-BETA*CP
BUOYE=-BUOYD*TREF
PATCH (BUOY, PHASEM, 1, NX, 1, NY, 1, NZ, 1, 1)
COVAL (BUOY, U1, FIXFLU, GRND3)
COVAL (BUOY, V1, FIXFLU, GRND3)
COVAL (BUOY, W1, FIXFLU, GRND3)

```

***FLOTACION DIF. DENSIDAD

```

BUOYA=-AGRAV*SIN (TETA) ;BUOYB=-AGRAV*COS (TETA) ;BUOYC=0.
BUOYD=RHO
PATCH (BUOY, PHASEM, 1, NX, 1, NY, 1, NZ, 1, 1)
COVAL (BUOY, U1, FIXFLU, GRND2)
COVAL (BUOY, V1, FIXFLU, GRND2)
COVAL (BUOY, W1, FIXFLU, GRND2)

```

```

PATCH (KESOURCE, PHASEM, 1, NX, 1, NY, 1, NZ, 1, 1)
COVAL (KESOURCE, KE, GRND4, GRND4)
    COVAL (KESOURCE, EP, GRND4, GRND4)
COVAL (KESOURCE, OMEG, GRND4, GRND4)

```

GROUP 14. Downstream pressure for PARAB=.TRUE.

GROUP 15. Termination of sweeps

LSWEEP=500

Como en casos anteriores, existen comandos desactivados para poder activarlos en caso de trabajar con un caso con diferentes condiciones de calentamiento o para flujo laminar, turbulento, etc.

- El comando **LSWEEP** anterior sirve para indicar el número de iteraciones que se quieren llevar a cabo.
- El siguiente paso es indicar los parámetros de relajación de las ecuaciones a partir del comando **RELAX**. Se pueden introducir estos parámetros de dos maneras, con el comando **LINRLX** que consiste en una relajación de tipo lineal en que partiendo de un valor inicial se llega al valor final multiplicando el incremento de la variable dependiente por un coeficiente de relajación y a continuación sumando este valor al valor de la variable inicial. Y otro modo es a partir del comando **FALSDT**, que introduce un término fuente en cada celda igual a la masa de la celda dividido por el tamaño del paso de tiempo. Con el comando podemos especificar el número máximo de iteraciones a realizar en la variable que se encuentra entre paréntesis:

GROUP 17. Under-relaxation devices

```
KELIN=3
LITER(P1)=50;LITER(TEM1)=50
LITER(U1)=50;LITER(V1)=50
RELAX(P1,LINRLX,0.3)
RELAX(V1,FALSDT,0.001)
RELAX(U1,FALSDT,0.001)
RELAX(TEM1,LINRLX,0.3)
RELAX(KE,LINRLX,0.05)
RELAX(EP,LINRLX,0.01)
RELAX(OMEG,LINRLX,0.05)
RELAX(VISL,LINRLX,0.3)
RELAX(DEN1,LINRLX,0.3)
RELAX(ENUT,LINRLX,0.3)
```

4.7 Mallado

La estructura o topología de una malla consiste en la forma de disponer los puntos nodales en el dominio considerado. Cuando se utiliza el método de diferencias finitas, los nodos de la malla constituyen los puntos de cálculo de las variables, y las líneas que unen los nodos confieren a la malla el clásico aspecto enrejado. Cuando se utiliza el método de los volúmenes finitos, el método particular de discretización de las ecuaciones puede determinar el método de mallado. En el método de los elementos finitos, los nodos constituyen los puntos de confluencia de los elementos, que en principio pueden disponerse de cualquier forma. Puede efectuarse la siguiente clasificación atendiendo a la topología de la malla:

- *Regulares*: Los puntos de la malla están dispuestos regularmente sobre un volumen prismático que puede ser rectilíneo o curvilíneo. Estas mallas también se denominan mallas estructuradas, o también mallas mapeadas, en el caso de que deriven de otra geometría distinta.
- *Irregulares*: Los puntos de la malla se disponen de un modo irregular sobre una malla que se ajusta a un dominio de cálculo de forma arbitraria, y admitiendo además refinamientos locales en las zonas de interés. Estas mallas también se conocen como mallas no estructuradas, o libres.

El método de las diferencias finitas requiere mallas regulares; el método de los elementos finitos puede utilizar mallas irregulares, y el método de los volúmenes finitos en principio también, aunque los mayores desarrollos conseguidos con este método han tenido lugar utilizando mallas regulares. Cuando el dominio de interés es complejo, es preciso utilizar en ocasiones mallas no ortogonales.

4.7.1 Creación del mallado en Phoenics

Al contrario que otros códigos de CFD como Fluent, Phoenics no dispone de un software específico de generación de mallas. En Phoenics existen distintas opciones de mallado disponibles:

- *Mallado cartesiano*: Por defecto, Phoenics crea mallas cartesianas estructuradas. La orden PIL típica utilizada para la generación de las mallas es 'grdpwr', que introduce intervalos temporales y espaciales, según el siguiente esquema:

grdpwr(X, Y, Z ó T, número de intervalos, espacio total, exponente).

Con la instrucción anterior, se consigue construir mallas rectangulares uniformes.

- *Mallado cilíndrico ortogonal*: Por defecto, la variable 'cartes' está activada: 'cartes=t', de modo que la malla que se utiliza está en un sistema de coordenadas cartesiano, con las longitudes en metros; si se hace 'cartes=f' en el fichero 'q1', se utiliza un sistema de coordenadas cilíndrico, en el que la dirección longitudinal o dirección del eje z, la dirección radial es y, y la dirección angular es x, expresada en radianes. Teniendo en cuenta esta particularidad, las opciones expuestas anteriormente para el mallado cartesiano son válidas para el mallado axilsimétrico.
- *Mallado ajustado al cuerpo*: Cuando se quieren crear mallas curvilíneas, la mejor opción es la de recurrir a una malla ajustada al cuerpo ('BodyFittedCoordinates', BFC), siendo necesario declarar el comando 'bfc=t' en el fichero 'q1'. Se trata de la opción más generalista de mallado que tiene Phoenics. Las sentencias típicas del sistema BFC son del tipo

gset(arg,,,,,,etc),

de modo que si el primer argumento (arg) del comando es P, L, o F, se definen respectivamente *puntos*, *líneas* y *marcos*.

4.7.2 Mallado en la cavidad

El mallado que se ha elegido para el estudio del fluido en la cavidad ha sido un mallado ajustado al cuerpo. En vista de nuestra geometría podría parecer más coherente utilizar un mallado cartesiano, sin embargo el mallado ajustado al cuerpo nos permite variar la geometría del problema con más facilidad.

Si nos fijamos en las figuras vemos como en las proximidades de las paredes, o de los posibles obstáculos que se coloquen para estudiar su efecto, la densidad del mallado es mayor; con ello se pretende reproducir con mayor fiabilidad los efectos que se producen en las cercanías de las paredes y que se explicaran a continuación. Según nos alejamos de las paredes, o los obstáculos, la densidad del mallado disminuye.

El mallado puede variar dentro de un mismo caso que se esté estudiando, es decir, si por ejemplo se está estudiando el flujo en la cavidad con condición de calentamiento isoterma el mallado puede

variar de un número de Rayleigh a otro, esto se debe a que según aumenta dicho número es más complicado reproducir los efectos producidos por la presencia de paredes. Por lo tanto para valores de Rayleigh elevados la densidad de la malla en las cercanías de las paredes irá aumentando.

4.8 Simulación en presencia de paredes

Se ha expuesto en el capítulo anterior la influencia que tienen las paredes en el flujo turbulento, es evidente que el modelado de la zona cercana a la pared resultará decisivo a la hora de obtener resultados numéricos satisfactorios. Se puede decir que una simulación precisa del flujo en la región cercana a la pared determina el éxito de las predicciones de un flujo en presencia de las mismas. Para modelos de turbulencia se presentan dos opciones en el modelado del flujo adyacente al contorno de una pared:

- En la primera de ellas, la región interior afectada por la viscosidad no es calculada. En su lugar, se emplean fórmulas semiempíricas, llamadas **leyes de pared** (*Wall Function*), que actúan como un puente para resolver el espacio entre la pared y la zona plenamente turbulenta de la capa límite. El uso de estas leyes obvia la necesidad de modificar los modelos de turbulencia, así como el afinamiento de las mallas en puntos próximos a las paredes para tener en cuenta la presencia de éstas. Esta opción se usa en modelos que no simulan directamente el flujo en las paredes si no que lo calculan a partir de la ley de la pared.
- En la segunda opción, los modelos de turbulencia sí son modificados para permitir que la **capa límite** sea resuelta y no emulada (*Enhanced Wall Treatment*). Para ellos requieren de un mallado de una resolución suficiente hasta la pared del conducto.

En la mayoría de flujos con alto número de Reynolds, la aproximación mediante funciones de pared ahorra sustancialmente recursos computacionales debido a que la región no se encuentra afectada por la viscosidad y no necesita ser resuelta. Esta aproximación es popular porque es económica, robusta y puede ser razonablemente precisa. Sin embargo es inadecuada en situaciones donde los efectos por bajo número de Reynolds son dominantes y las suposiciones tomadas acerca de las funciones de pared dejan de ser válidas.

Para llevar a cabo una simulación adecuada en las cercanías de la pared se ha procurado siempre tener valores de y^+ lo suficientemente bajo. En este trabajo se han trabajado con valores de y^+ siempre por debajo de 1,5, aunque por lo general nunca se ha excedido la unidad solo se ha superado en situaciones complicadas de simular, éstas han sido para valores de Rayleigh elevados, cuanto más turbulento era el flujo más complicado era de mantener por debajo de la unidad.

Capítulo 5. Validación del modelo numérico

5.1 Convección natural en un canal vertical

Se va a llevar a cabo la validación del modelo numérico que se va a emplear en la resolución de este proyecto, para poder así justificar los resultados que se irán obteniendo. En primer lugar se van a comparar los resultados que se han obtenido en la simulación de un flujo convectivo natural en un tubo vertical (Figura 2.5) para un rango de valores de Rayleigh, con los resultados que teóricamente se deberían obtener.

En teoría, cuando el canal es lo suficientemente estrecho, el perfil de velocidad en el canal se aproxima al de Hagen-Poiseuille, y la temperatura en la sección de entrada del canal es aproximadamente igual a la temperatura de las placas T_w . Si se acepta la hipótesis de flujo plenamente desarrollado puede suponerse que la temperatura del fluido en el canal es $T(x,y) \approx T_w$ (cumpliéndose que $T_w - T(x,y) < T_w - T_\infty$) y que el campo de velocidades cumple $v = 0$, $\partial u / \partial x = 0$, con lo que se puede demostrar que

$$\text{Nu} = \text{Ra}^* / 24.$$

que es conocida como la asíntota de Elenbaas para flujo plenamente desarrollado.

Cuando el número de Rayleigh modificado es suficientemente alto, el flujo está dominado por las capas límites que se forman junto a las paredes, pudiéndose poner el número de Nusselt como:

$$\text{Nu} = C(\text{Ra}^*)^m,$$

dependiendo C y m de las condiciones de calentamiento. Pueden encontrarse distintos valores para ambas constantes según la bibliografía donde se busque, para este trabajo se ha tomado $C = 0,6$ y $m = 1/4$.

El canal que se va a simular posee una longitud L y un diámetro b , cuya relación es $b/L = 0,1$. Las paredes del canal son isotermas. En la sección de salida se supone que la presión es igual a la ambiente, es decir $p = p_\infty$, y se desprecian las variaciones de las componentes de la velocidad y la

temperatura en la dirección longitudinal. En cuanto a la sección de entrada se supone que el flujo de masa entrante depende de la raíz cuadrada de la diferencia entre la presión ambiente y la presión en la celda de entrada, $\dot{m} = \rho b(-2p/\rho)^{1/2}$, esta condición de contorno es equivalente a la aplicación de la ecuación de Bernoulli entre un punto donde se tienen las propiedades de remanso y un punto de la sección de entrada. La temperatura del fluido entrante se toma igual a la temperatura ambiente ($T = T_\infty$), y se supone $\partial T / \partial x = 0$.

El número de Nusselt local se calcula como el gradiente de temperatura en la pared, adimensionalizado con una longitud característica b y una diferencia de temperatura característica ($T_w - T_\infty$),

$$Nu_x = \frac{-\left(\frac{\partial T}{\partial y}\right)_w b}{T_w - T_\infty}.$$

El número de Nusselt medio se obtiene por integración:

$$Nu = \frac{1}{L} \int_0^L Nu_x dx.$$

Una vez hechas las simulaciones, y comparadas con los valores teóricos se recogen en la siguiente Figura,

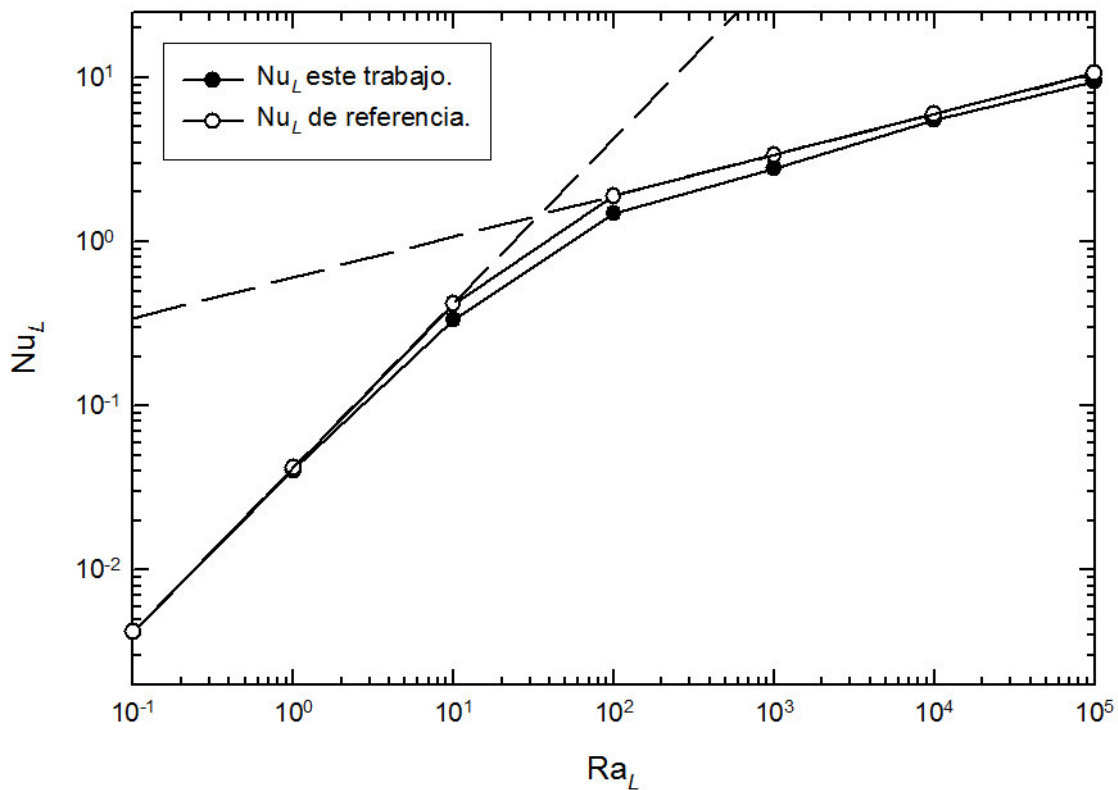


Figura 5.1: Resultados obtenidos en la simulación de un flujo convectivo en un canal vertical en comparación con los resultados de referencia.

Como se puede apreciar en la figura 5.1 la aproximación es bastante aceptable, de modo que se puede validar este método para la resolución de este tipo de flujos.

5.2 Convección natural en una cavidad

El siguiente paso en la validación del modelo $k-\omega$ será la comparación de los resultados obtenidos por Blas Zamora y Antonio Kaiser [25] en su trabajo sobre el estudio de las variables termofísicas sobre un flujo convectivo en el interior de una cavidad, con los resultados obtenidos en las simulaciones de este trabajo llevadas a cabo con el modelo de turbulencia que se pretende validar.

A su vez Zamora y Kaiser validaron sus resultados con el estudio llevado a cabo por Anil Lal y Reji [24] como se observa en la Figura 5.2, donde se compara los valores del número de Nusselt para un flujo laminar y turbulento en una cavidad cuadrada ($H = L$) con una condición de calentamiento donde la pared calentada posee una temperatura constante.

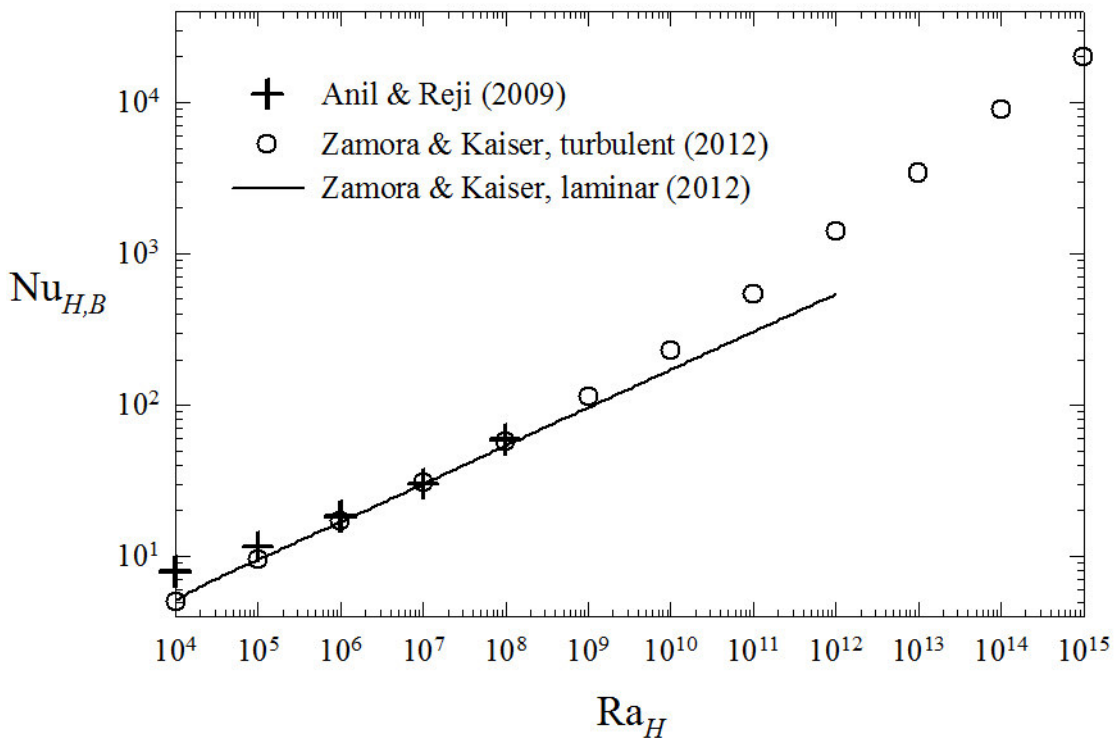


Figura 5.2: Validación llevada a cabo por Zamora y Kaiser con los resultados de Anil y Reji en el interior de una cavidad cuadrada con una condición de calentamiento de pared isoterma.

Se observa la misma tendencia en los resultados obtenidos tanto por Zamora y Kaiser, como los resultados obtenidos por Anil y Reji.

A continuación comparamos los resultados obtenidos en la elaboración de este trabajo con los que obtuvieron Zamora y Kaiser. La geometría y condiciones de contorno ya se han explicado a lo largo del trabajo, se tratará de una cavidad simple, como la mostrada en la Figura 2.1, y la condición de calentamiento que se va a estudiar en este caso de validación será la condición de calentamiento por flujo de calor constante.

En la Figura 5.3 se lleva a cabo la representación gráfica con los resultados que se han obtenido en la elaboración de este trabajo, con los obtenidos por Zamora y Kaiser.

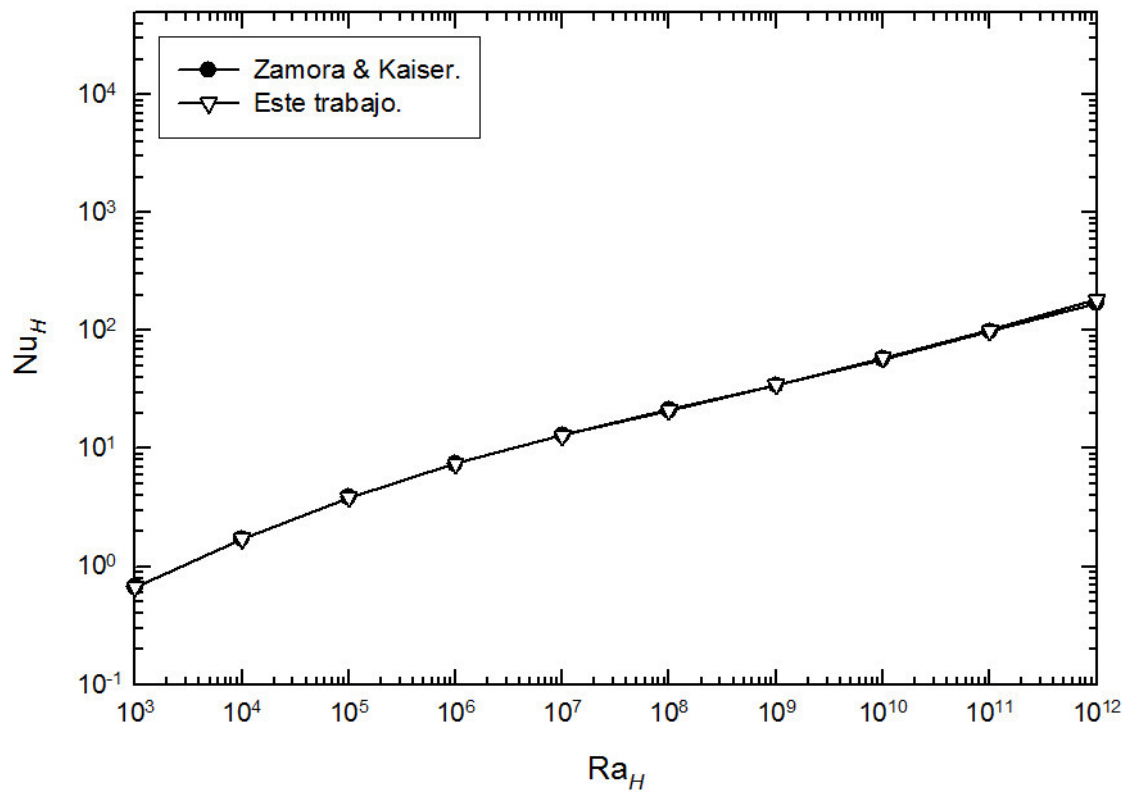


Figura 5.3: Comparación de los valores de Nusselt obtenidos en las simulaciones llevadas a cabo en la elaboración de este trabajo con los resultados obtenidos con Zamora y Kaiser en la simulación de un flujo turbulento en el interior de una cavidad con la condición de calentamiento de flujo de calor constante.

Los resultados obtenidos en la simulación de este trabajo son bastante similares a los llevados a cabo por Zamora, y Kaiser, donde se observa sin dificultad las mismas tendencias en los valores del número de Nusselt hallados para cada trabajo. En vista de dichos resultados, se puede aceptar el empleo del modelo $k-\omega$ para llevar a cabo las simulaciones necesarias en la elaboración de este trabajo.

Capítulo 6. Cavity simple con pared caliente isoterma

6.1 Introducción y motivación

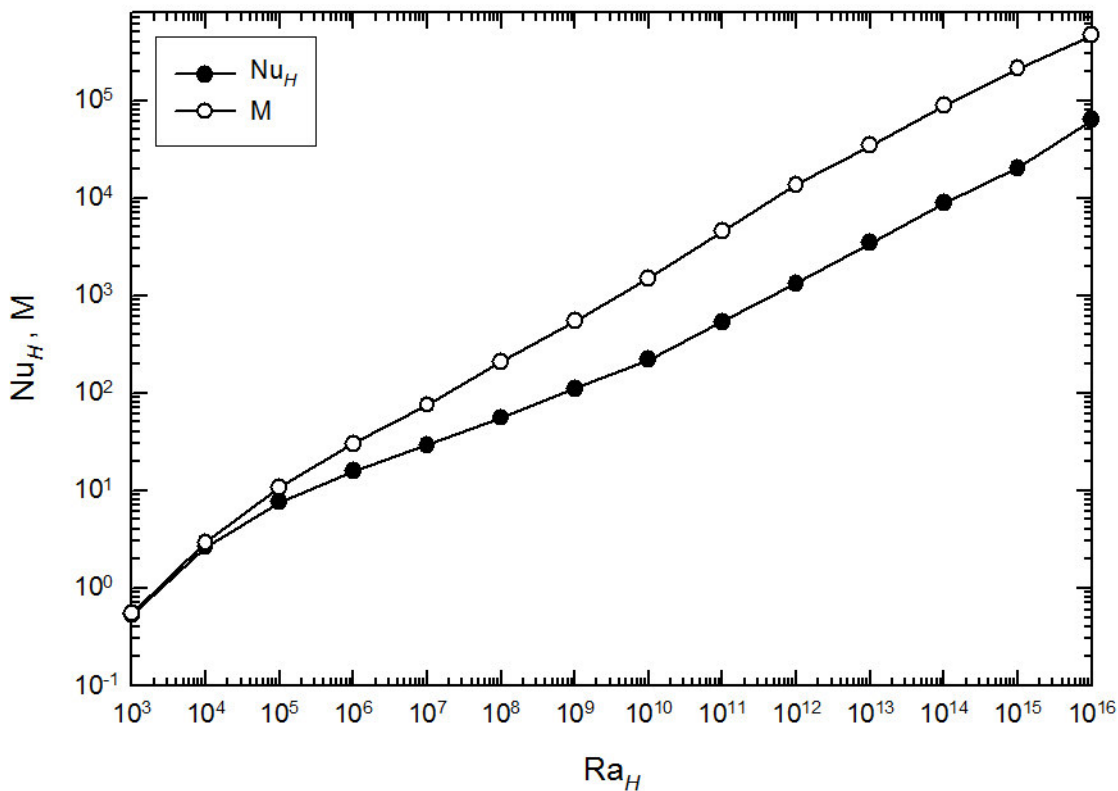
En este capítulo se va a estudiar la eficiencia en la transmisión del calor, así como la evolución del flujo másico adimensional dentro de una cavity simple, es decir sin obstáculos en su interior como la representada en la Figura 2.1, donde el calentamiento se produce debido a que la pared izquierda posee una temperatura constante. Dicho estudio consistirá en la interpretación de los resultados obtenidos mediante simulación numérica, analizar la existencia de posibles tendencias dentro de los mismos, así como la interpretación de algunos patrones de flujo.

Para ello se van a llevar a cabo una serie de simulaciones donde se representen dichas características a partir del programa de CFD Phoenics, para un rango de valores de Rayleigh comprendido entre $10^3 < Ra < 10^{16}$, en este caso en concreto se ha ampliado el rango del número de Rayleigh para poder así identificar mejor las tendencias de los resultados ya que con un rango menor existen dificultades importantes. A partir de los resultados que se obtengan se calcularán los distintos valores del número de Nusselt para cada caso, así como el flujo másico adimensional.

La motivación del estudio de este caso radica en que puede simular casos que se den en la vida real. Este tipo de configuración, como se ha indicado en el capítulo 2, puede simular un caso donde se tenga un calentamiento promediado en el tiempo, con un flujo de calor no constante a través de la pared. Por ello es interesante estudiar su comportamiento, así como poder comparar los resultados obtenidos con los de otros autores más experimentados en la materia.

6.2 Resultados obtenidos para el número de Nusselt y flujo másico

Una vez llevadas a cabo las simulaciones antes citadas, y calculados los datos necesarios se puede ver la representación gráfica de los mismos en la Figura 6.1.



Figura

6.1: Valores de Nusselt, y del flujo másico adimensional, obtenidos en función de un rango de valores de Ra bajo una condición de calentamiento isoterma dentro de una cavidad simple.

Se obtienen los valores más bajos del Nusselt para valores bajos de Rayleigh, ésto corresponde a cuando el flujo es laminar. Mientras que, por otro lado, lo valores más elevados de Nusselt se obtienen cuanto más turbulento es el flujo, para valores elevados de Rayleigh. Este hecho puede explicarse debido a que para flujos laminares el espesor de la capa limite térmica es mayor, produciendo así una mayor deficiencia en la transmisión del calor. Al ir elevando el Rayleigh el flujo evoluciona, pasando de ser un flujo laminar a uno de transición, y de seguir aumentando el valor del Rayleigh acabará por ser un flujo turbulento, estos cambios de flujo traen consigo una disminución del espesor de la capa límite térmica, aumentando así la eficiencia en la transmisión del calor y el valor del Nusselt.

Dentro de los resultados obtenidos se puede observar la existencia de distintas tendencias, tanto para el caso de los valores del Nusselt, como para el flujo másico adimensional. Si se calcula una correlación para dichas tendencias los resultados son los siguientes:

$$Nu_H = 0,00438(Ra_H)^{0,6944}, \quad \text{para } 10^3 < Ra_H < 10^4,$$

$$Nu_H = 0,23910(Ra_H)^{0,2963}, \quad \text{para } 10^5 < Ra_H < 10^{10},$$

$$Nu_H = 0,01793(Ra_H)^{0,4076}, \quad \text{para } 10^{11} < Ra_H < 10^{16}.$$

En la Figura 6.2 aparece representadas las correlaciones calculadas junto con los valores del número de Nusselt que se han obtenido.

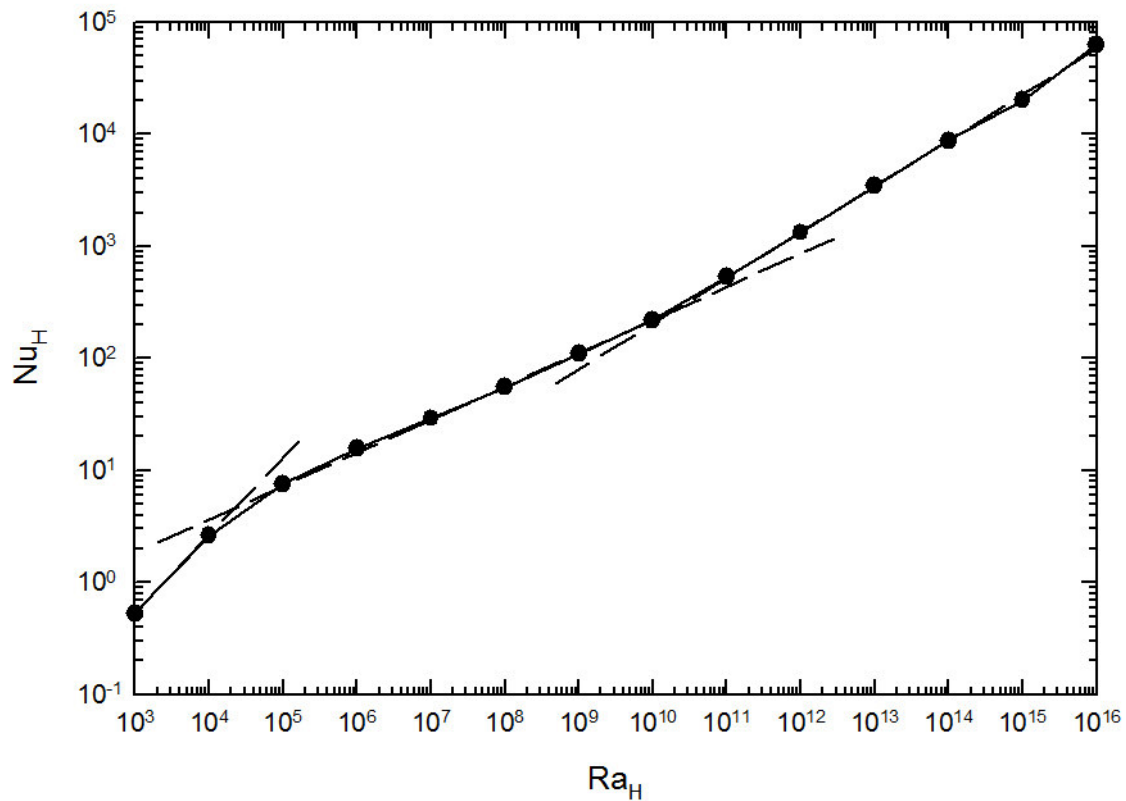


Figura 6.2: Valores de Nusselt y las correlaciones calculadas, obtenidos en función de un rango de valores de Rayleigh con una condición de calentamiento isoterma en una cavidad simple.

Y para el caso del flujo másico adimensional:

$$M = 0,00353(Ra_H)^{0,7291}, \quad \text{para } 10^3 < Ra_H < 10^4,$$

$$M = 0,06998(Ra_H)^{0,4326}, \quad \text{para } 10^5 < Ra_H < 10^{10},$$

$$M = 0,11365(Ra_H)^{0,4179}, \quad \text{para } 10^{11} < Ra_H < 10^{16}.$$

En la Figura 6.3 se representan las correlaciones calculadas.

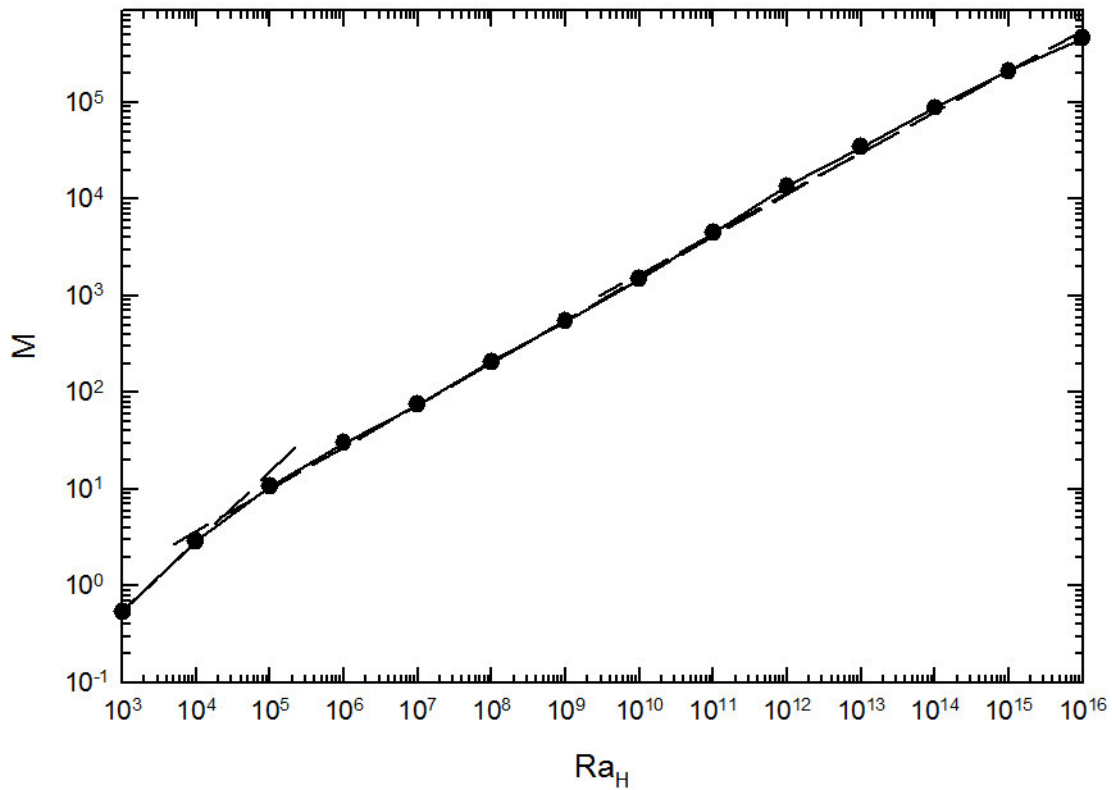


Figura 6.3: Valores del flujo másico adimensional y las correlaciones calculadas, obtenidos en función de un rango de valores de Rayleigh con una condición de calentamiento isoterma en una cavidad simple.

A continuación, para continuar con el estudio del comportamiento del fluido, y tener un idea visual de como evoluciona el flujo, se va a recurrir a los patrones de flujo (“*flow pattern*”) donde se van a representar las líneas de corriente para un par de valores de Rayleigh para así poder llevar a cabo una comparación de las mismas. En la Figura 6.4 están representadas las líneas de corriente en el interior de la cavidad para unos valores de Rayleigh de 10^4 y 10^7 .

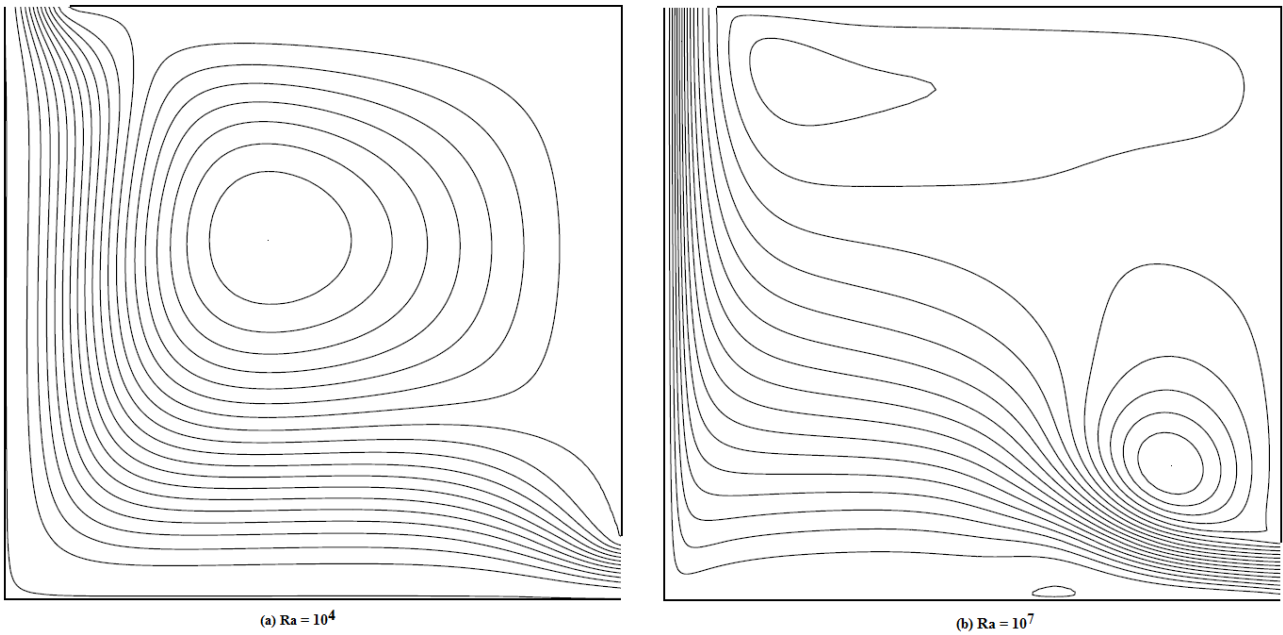


Figura 6.4: Líneas de corriente en el interior de una cavidad simple calentada por pared isoterma para un Rayleigh de 10^4 y 10^7 .

En vista de las líneas de corriente, se observa que el fluido entra al interior de la cavidad a través de la apertura situada a la derecha y la abandona por la apertura de la pared superior. Destaca la formación de una importante recirculación en sentido horario en (a), situada en una zona centrada en la cavidad, al aumentar el valor de Rayleigh dicha recirculación disminuye y se desplaza hacia las cercanías de la apertura de entrada, formándose, además, una segunda recirculación cercana a la apertura de salida. Cabe también mencionar como las líneas de corriente al aumentar el valor de Rayleigh se desplazan hacia la izquierda donde está situada la pared calentada.

En la Figura 6.5 se representan los contornos de velocidad para los mismos valores de Rayleigh.

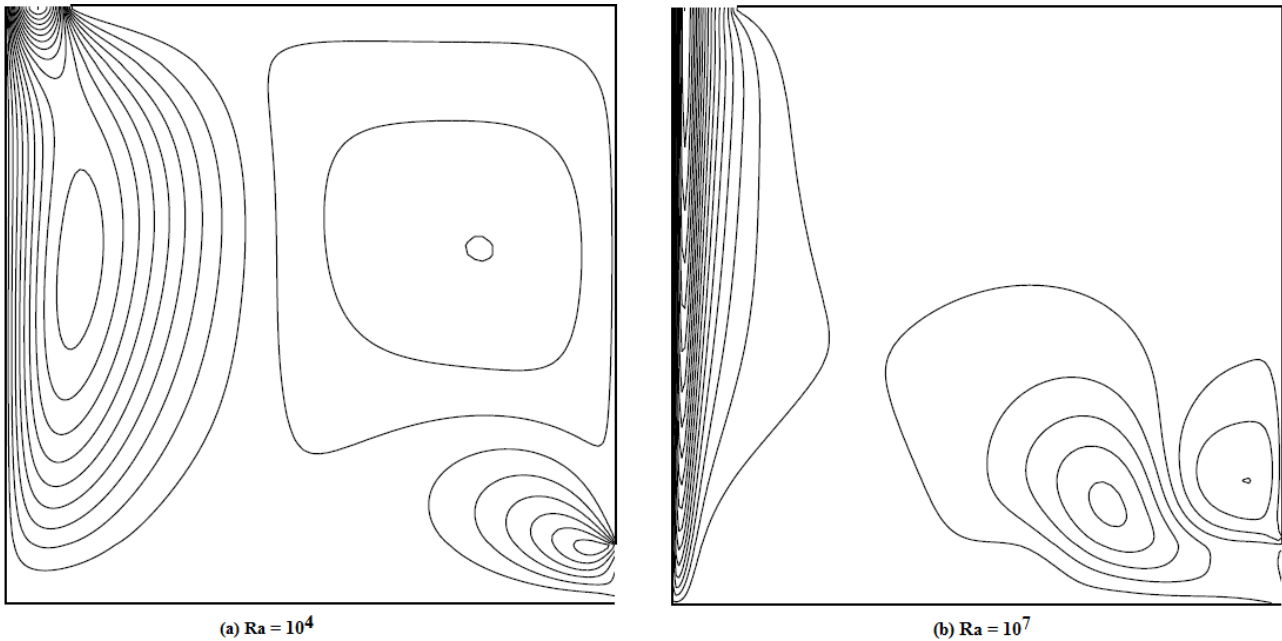


Figura 6.5: Líneas de contorno de velocidad en el interior de una cavidad simple calentada por pared isoterma para un Rayleigh de 10^4 y 10^7 . Donde las velocidades máximas son (a) $v_{max} = 0.026$ m/s y (b) $v_{max} = 0.088$ m/s.

En cuanto a las líneas de velocidad se podría destacar la existencia en (a) de tres “ovillos”, uno en la apertura de salida del fluido que al aumentar de valor el número de Rayleigh desaparece. Un segundo ovillo en la apertura de entrada que, al contrario que el anterior, al aumentar el Rayleigh aumenta de dimensiones. Y por último un tercer ovillo situado en la zona derecha de la cavidad, al aumentar el valor de Rayleigh mengua de dimensiones y se desplaza a las cercanías de la apertura de entrada. Otro fenómeno que se observa es como al aumentar de valor de Rayleigh se produce un acercamiento de las líneas de velocidad hacia la pared calentada.

Para estudiar como evoluciona la velocidad con respecto al Rayleigh se introduce la velocidad adimensional, ζ :

$$\zeta = \frac{v_{max} \cdot H}{\nu \cdot Ra_H} \quad (6.1)$$

Donde v_{max} es la velocidad máxima que alcanza en fluido en el interior de la cavidad, H corresponde a la altura de la misma, y ν es la viscosidad cinemática del fluido. Este parámetro adimensional da información de como evoluciona la velocidad del fluido con respecto al Rayleigh.

Para cada caso de los representados se tienen un valor de la velocidad adimensional de:

$$\zeta_{Ra=10^4} = \frac{0.026 \cdot 0.032468}{1.544 \cdot 10^{-5} \cdot 10^4} = 5,467 \cdot 10^{-3}.$$

$$\zeta_{Ra=10^7} = \frac{0.088 \cdot 0.32468}{1.544 \cdot 10^{-5} \cdot 10^7} = 1.851 \cdot 10^{-4}.$$

Esta evolución de la velocidad adimensional representa que a pesar de que la velocidad aumenta debido a los efectos de flotación que se inducen al aumentar el valor del número de Rayleigh, la tasa de incremento es inferior a la tasa de crecimiento del Rayleigh.

Capítulo 7. Cavity simple con flujo de calor constante

7.1 Introducción y motivación

En este capítulo se presentan los resultados obtenidos para una cavity simple, con la misma geometría del capítulo anterior (Figura 2.1), sin embargo para este caso el calentamiento se producirá mediante un flujo de calor constante en la pared izquierda. Con estas características se pretende llevar a cabo un estudio de la eficiencia del proceso de transmisión del calor, y de la evolución del flujo másico adimensional establecido, para un amplio rango de valores de Rayleigh, teniendo propiedades variables, así como para el caso de aplicar la aproximación de Boussinesq. Posteriormente se realizará un estudio de la influencia de las propiedades variables sobre el resultado obtenido para distintos valores del parámetro de calentamiento, Λ .

La metodología a seguir será la misma que en el capítulo anterior; se obtendrán los datos necesarios a partir de las distintas simulaciones que se lleven a cabo. Dichas simulaciones estarán programadas para simular las características que se han descrito con anterioridad. El rango de valores de Rayleigh que se va a considerar será $10^3 < Ra < 10^{12}$. A la hora de estudiar el efecto de tener propiedades variables se estudiará un rango de valores de Λ comprendido entre $0,01 < \Lambda < 4$.

Como en el caso anterior, la motivación de este tipo de estudio está en que puede simular situaciones reales, en concreto, y como se comentó en el Capítulo 2, el caso de flujo de calor constante puede simular un calentamiento directo solar, con el que la temperatura en la pared no resulta constante. También resulta de interés la comparación sistemática entre los resultados obtenidos con la aproximación de Boussinesq, y aquellos obtenidos teniendo en cuenta la variación de propiedades; así como el estudio de la influencia de dichas propiedades bajo distintas condiciones sobre el sistema y los posibles efectos que puedan tener lugar sobre el mismo.

7.2 Resultados obtenidos para el número de Nusselt y flujo másico

Tras llevar a cabo las simulaciones, se pueden ver la representación gráfica de los resultados tras aplicar la aproximación de Boussinesq en la Figura 7.1.

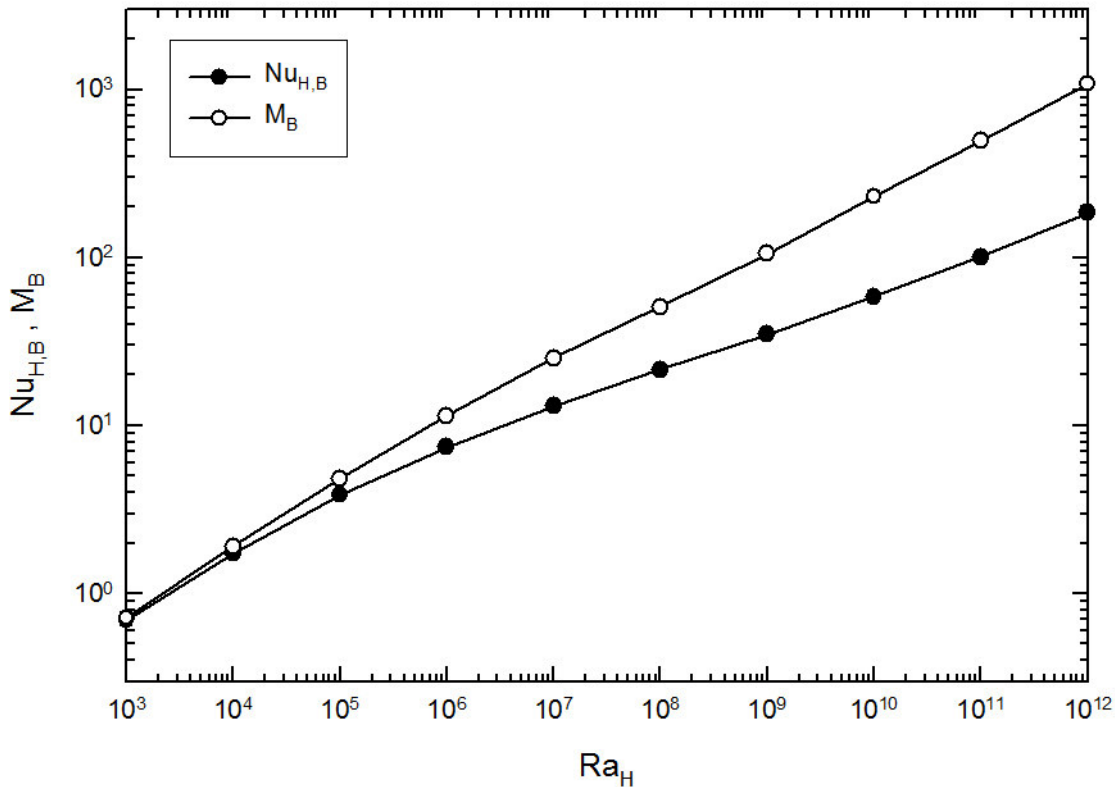


Figura 7.1: Valores de Nusselt, y del flujo adimensional, obtenidos en función de un rango de valores de Rayleigh con una condición de calentamiento de flujo de calor constante en una cavidad simple, aplicando la aproximación de Boussinesq.

Se observa, al igual que en el Capítulo 6, que se obtienen los valores más bajos de Nusselt para los valores bajos de Rayleigh, régimen laminar, y según aumenta el valor de éste último, pasando de un régimen laminar a uno turbulento, también aumenta el valor del Nusselt. La explicación es la misma, al ir aumentando el Rayleigh, y por tanto al pasar de un régimen a otro, se produce una disminución en el espesor de la capa límite térmica, lo que trae consigo un aumento de la eficiencia en la transmisión del calor. También cabría añadir el efecto que tiene la generación de turbulencias para valores altos de Rayleigh que, igual que la disminución de la capa límite térmica, favorecerá la eficiencia en la transmisión del calor.

Para este caso, al igual que en el anterior, se pueden distinguir una serie de tendencias para distintos valores de Rayleigh. Para el caso de los valores del Nusselt se han calculado las siguientes correlaciones:

$$Nu_{H,B} = 0,04389(Ra_H)^{0,3994}, \quad \text{para } 10^3 < Ra_H < 10^4,$$

$$Nu_{H,B} = 0,3560(Ra_H)^{0,2215}, \quad \text{para } 10^5 < Ra_H < 10^{10},$$

$$Nu_{H,B} = 0,13109(Ra_H)^{0,2623}, \quad \text{para } 10^{11} < Ra_H < 10^{12}.$$

Con un grado de aproximación superior al 97%. En la Figura 7.2 se representa la evolución del

número de Nusselt junto con las tendencias calculadas.

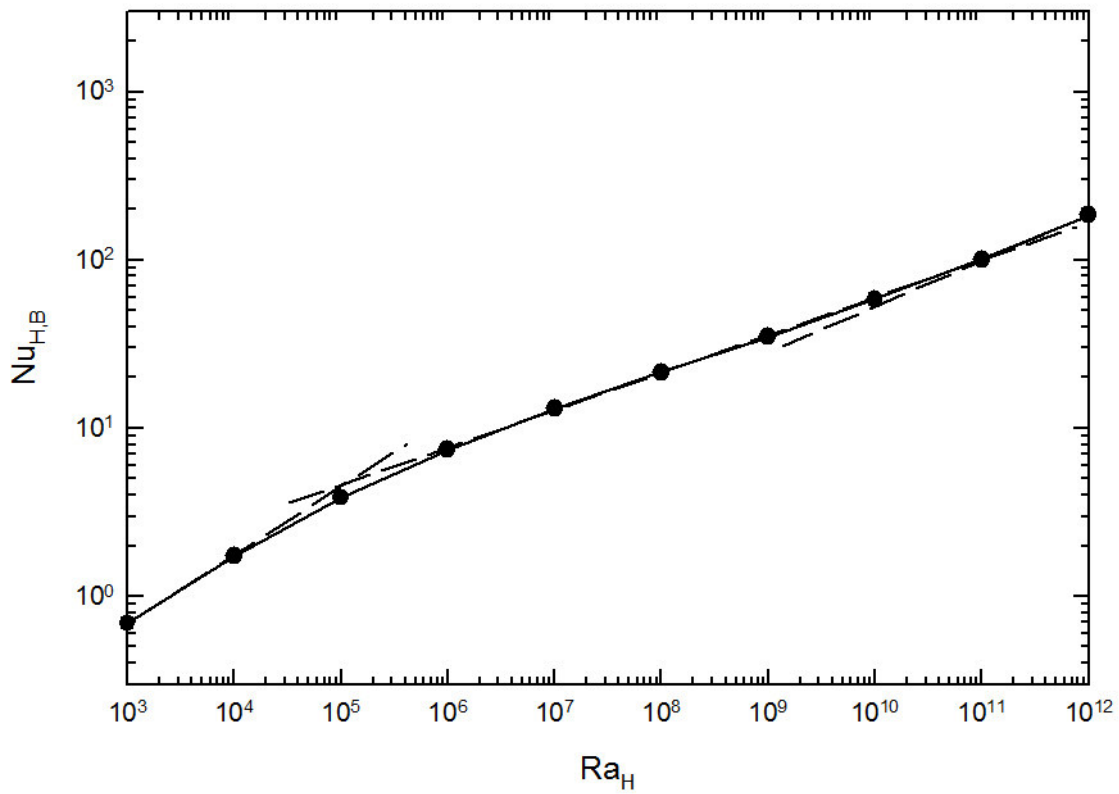


Figura 7.2: Valores de Nusselt, y las correlaciones calculadas, obtenidos en función de un rango de valores de Rayleigh con una condición de calentamiento de flujo de calor constante en una cavidad simple, aplicando la aproximación de Boussinesq.

Para el caso de la evolución del flujo másico las correlaciones calculadas son las siguientes:

$$M_B = 0,03875(Ra_H)^{0,4226}, \quad \text{para } 10^3 < Ra_H < 10^4,$$

$$M_B = 0,1100(Ra_H)^{0,3319}, \quad \text{para } 10^5 < Ra_H < 10^{10},$$

$$M_B = 0,09059(Ra_H)^{0,3397}, \quad \text{para } 10^{11} < Ra_H < 10^{12}.$$

Con un grado de aproximación superior al 97%. En la Figura 7.3 se representa la evolución del flujo adimensional junto con las tendencias calculadas.

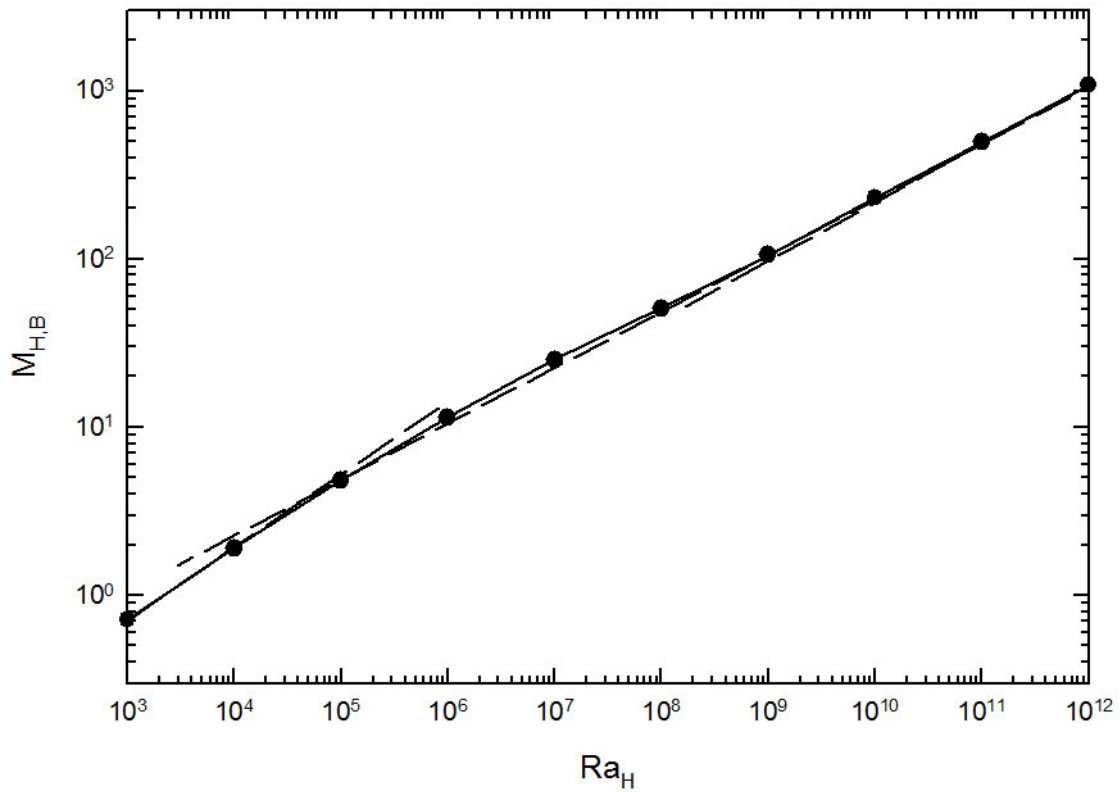


Figura 7.3: Valores del flujo adimensional, y las correlaciones calculadas, obtenidos en función de un rango de valores de Rayleigh con una condición de calentamiento de flujo de calor constante en una cavidad simple, aplicando la aproximación de Boussinesq.

En la Figura 7.4 se representan los resultados obtenidos con la misma condición de calentamiento pero teniendo propiedades variables, donde el parámetro de calentamiento tiene un valor de $\Lambda = 0,01$.

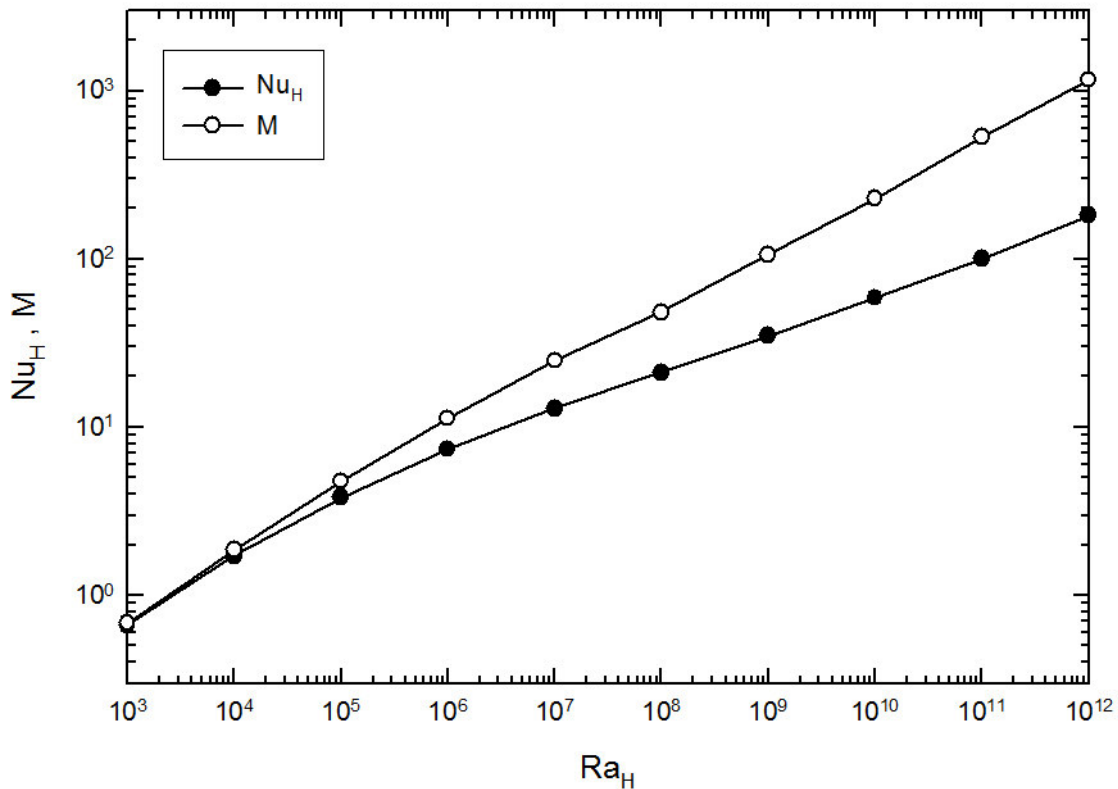


Figura 7.4: Valores de Nusselt, y del flujo adimensional, obtenidos en función de un rango de valores de Rayleigh con una condición de calentamiento de flujo de calor constante en una cavidad simple, con propiedades variables donde $\Lambda = 0,01$.

Al igual que en los casos anteriores, y por los mismos motivos, se observa que los valores más bajos del Nusselt se obtienen para valores bajos de Rayleigh, y según aumenta éste también lo hace el Nusselt. Las correlaciones para este caso son las siguientes:

$$Nu_H = 0,03906(Ra_H)^{0,4102}, \quad \text{para } 10^3 < Ra_H < 10^4,$$

$$Nu_H = 0,3398(Ra_H)^{0,2237}, \quad \text{para } 10^5 < Ra_H < 10^{10},$$

$$Nu_H = 0,14129(Ra_H)^{0,2592}, \quad \text{para } 10^{11} < Ra_H < 10^{12}.$$

Con un grado de aproximación superior al 96%. En la Figura 7.5 se representa la evolución del número de Nusselt junto con las tendencias calculadas.

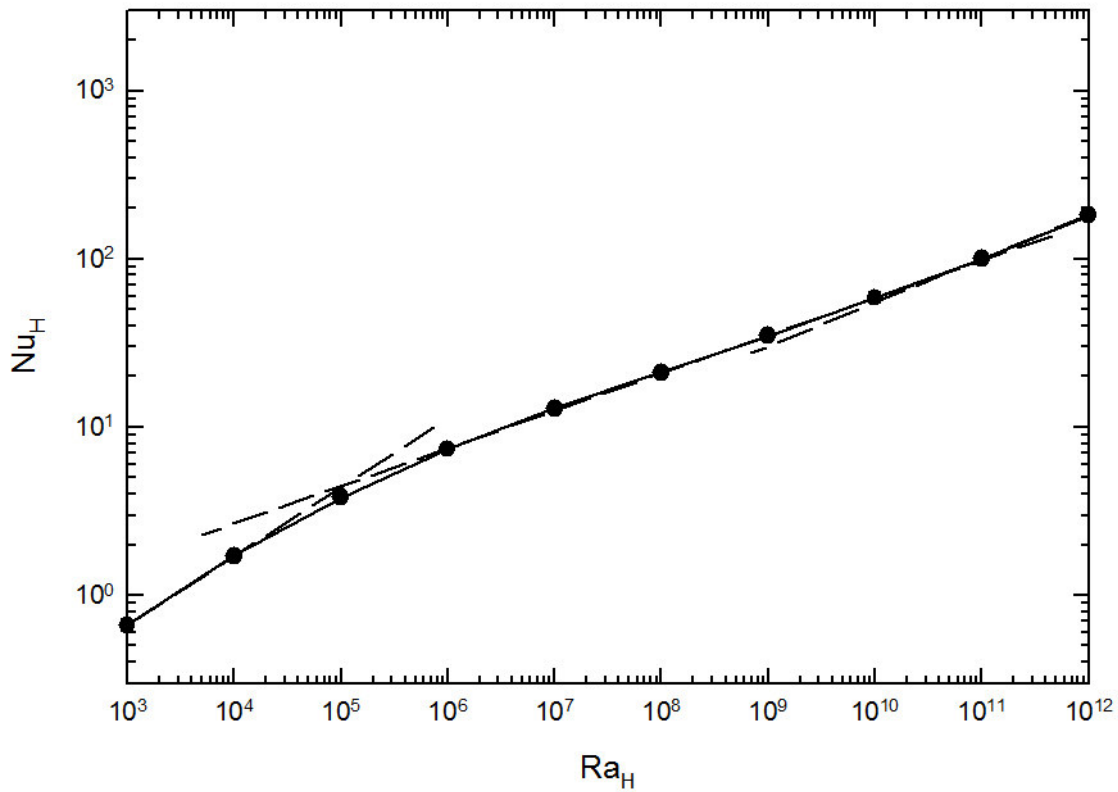


Figura 7.5: Valores de Nusselt, y de las correlaciones calculadas, obtenidos en función de un rango de valores de Rayleigh con una condición de calentamiento de flujo de calor constante en una cavidad simple, con propiedades variables donde $\Lambda = 0,01$.

Para la evolución del flujo másico se han calculado:

$$M = 0,03461(Ra_H)^{0,4326}, \quad \text{para } 10^3 < Ra_H < 10^4,$$

$$M = 0,1093(Ra_H)^{0,3319}, \quad \text{para } 10^5 < Ra_H < 10^{10},$$

$$M = 0,09174(Ra_H)^{0,3418}, \quad \text{para } 10^{11} < Ra_H < 10^{12}.$$

Con un grado de aproximación superior al 97%. En la Figura 7.6 se representa la evolución del flujo másico adimensional junto con las tendencias calculadas.

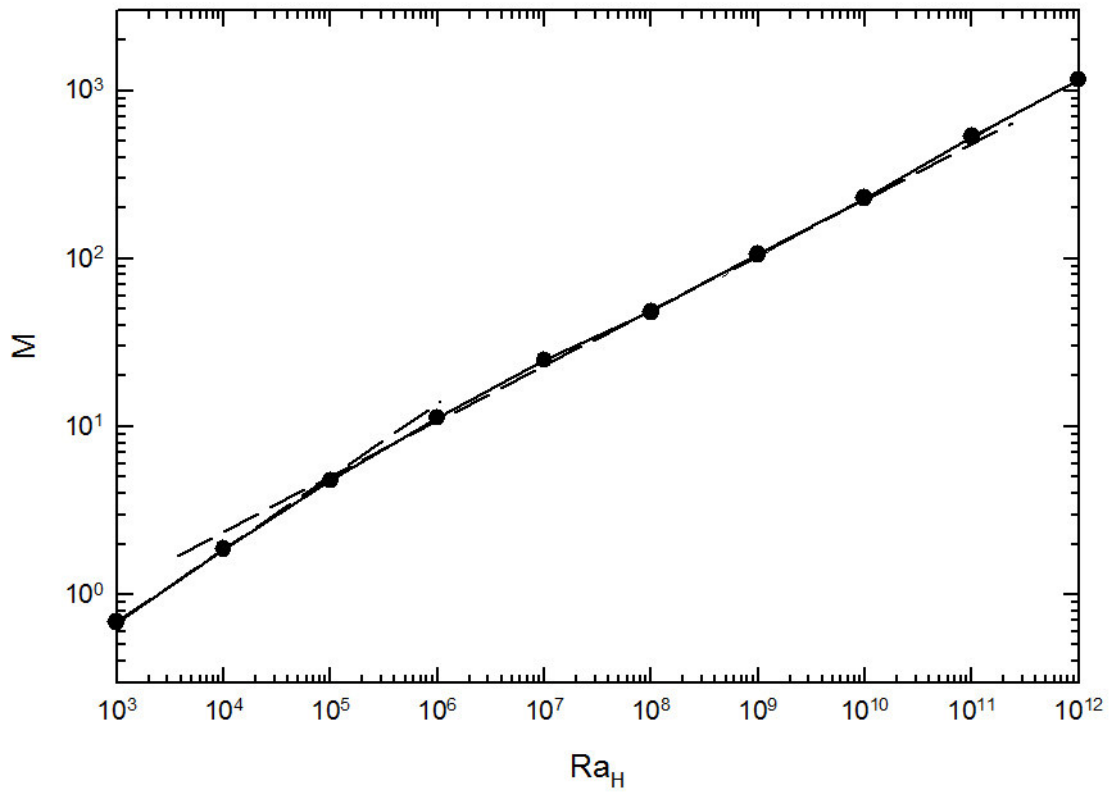


Figura 7.6: Valores del flujo másico adimensional, y de las correlaciones calculadas, obtenidos en función de un rango de valores de Rayleigh con una condición de calentamiento de flujo de calor constante en una cavidad simple, con propiedades variables donde $\Lambda = 0,01$.

Como era de esperar, para un valor tan bajo de Λ como el que se ha utilizado se obtienen resultados muy similares a los obtenidos tras aplicar la aproximación de Boussinesq, como se observa en la Figura 7.7.

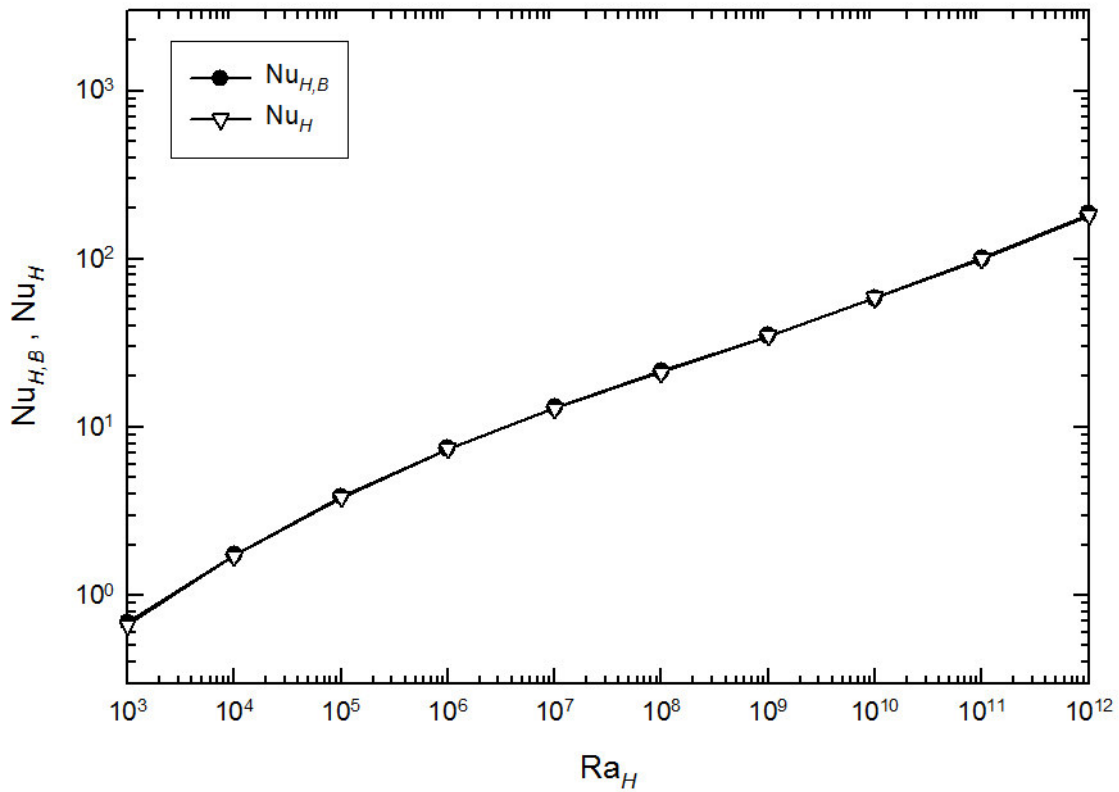


Figura 7.7: Comparación de los resultados obtenidos tras aplicar la aproximación de Boussinesq y tener en cuenta las propiedades variables en una cavidad simple con una condición de calor de flujo de calor constante.

Sin embargo al ir aumentando el parámetro de calentamiento los resultados que se obtienen cambian, y en algunos casos de forma drástica como se puede observar en la Figura 7.8, donde se representa el cociente entre el número de Nusselt con propiedades variables y el Nusselt con la aproximación de Boussinesq, en función del rango de valores de Λ , para los distintos valores de Rayleigh empleados.

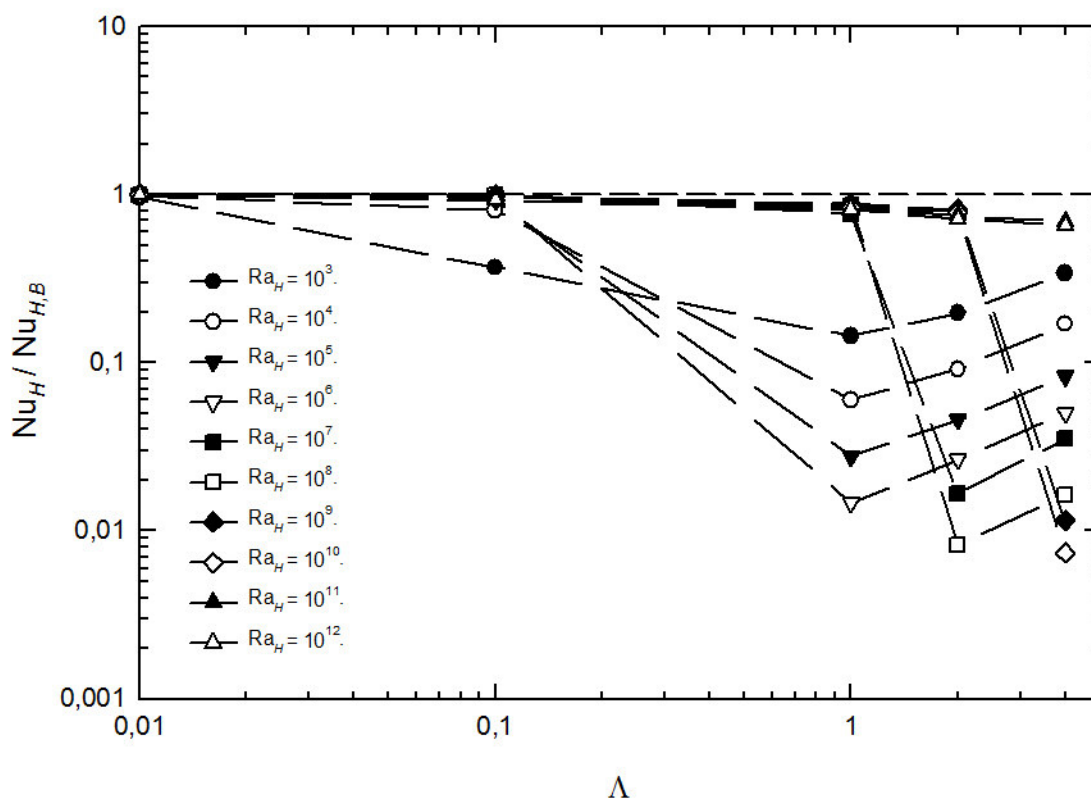


Figura 7.8: Cociente del valor de Nusselt con propiedades variables entre el Nusselt aplicando la aproximación de Boussinesq, en función de un rango de valores de Λ , para una serie de valores de Rayleigh, en el interior de una cavidad simple con un flujo de calor constante.

Como se ha comentado antes, para valores bajos del parámetro de calentamiento los resultados son muy similares a los obtenidos aplicando la aproximación de Boussinesq, sin embargo al ir aumentando el valor de Λ se observan diferencias considerables, llegando incluso a un descenso drástico del valor del número de Nusselt. Estas diferencias con respecto a la aproximación de Boussinesq pueden ser explicadas debido al incremento que se produce en la viscosidad del aire (“resistencia viscosa”) y el descenso en su densidad (“resistencia térmica”) que se producen al aumentar la diferencia de temperatura. Tanto la resistencia viscosa como la térmica aumentan más rápidamente que la fuerza de flotación producida por la convección. Cuando la diferencia de temperatura aumenta, la fuerza de flotación tienden a alcanzar un cierto límite en lugar de aumentar indefinidamente. En este punto se produce una caída drástica en la disipación del calor desde el muro calentado, lo que trae como consecuencia el descenso drástico en el valor del Nusselt observado. Con los resultados a la vista se observa que el efecto de tener propiedades variables es más apreciable cuanto más pequeño es el Rayleigh, sin embargo para un determinado valor de Λ suficientemente alto para cada uno de los valores de Ra_H se produce el descenso súbito que se ve reflejado en la Figura 7.9, donde se puede observar de forma gráfica este efecto drástico asociado al burnout.

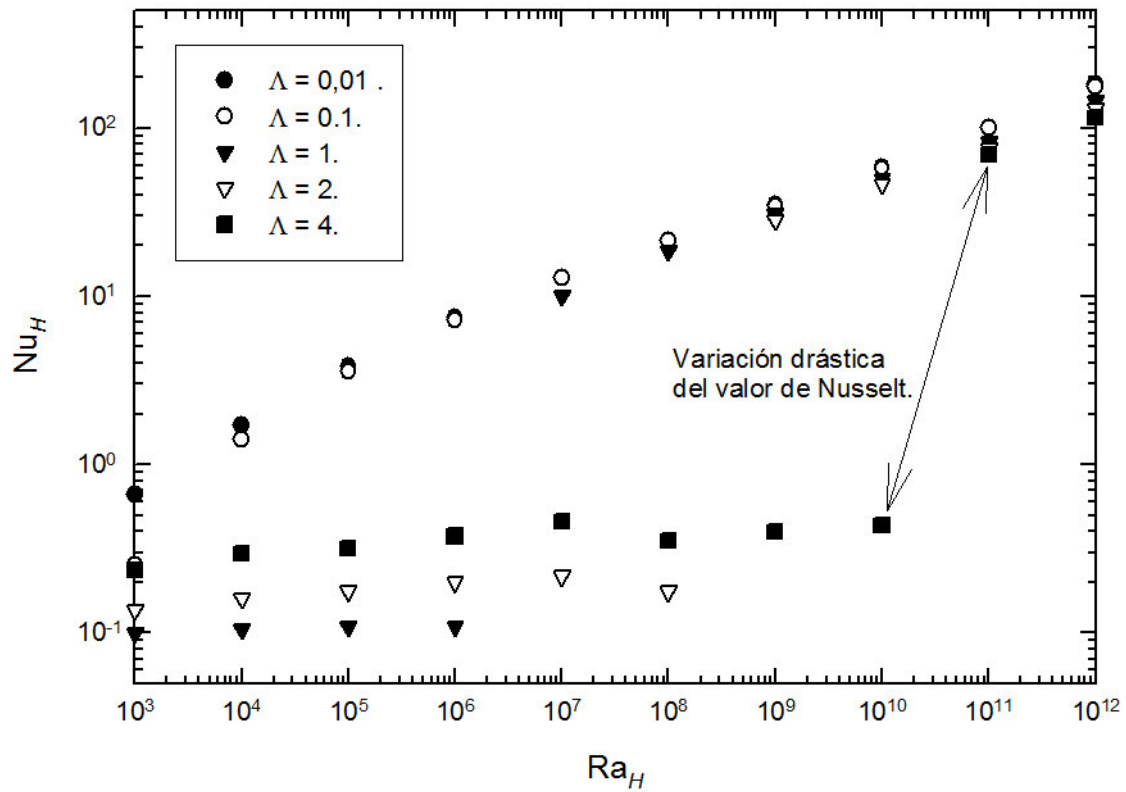


Figura 7.9: Valores de Nusselt obtenidos en función de un rango de valores de Rayleigh para distintos valores del parámetro de calentamiento Λ en el interior de una cavidad simple, para una condición de calentamiento de flujo de calor constante.

Para estudiar el comportamiento del fluido de forma más gráfica se puede recurrir a los patrones de flujo, en la Figura 7.10 se representa la evolución de las líneas de corriente para distintos valores de Rayleigh.

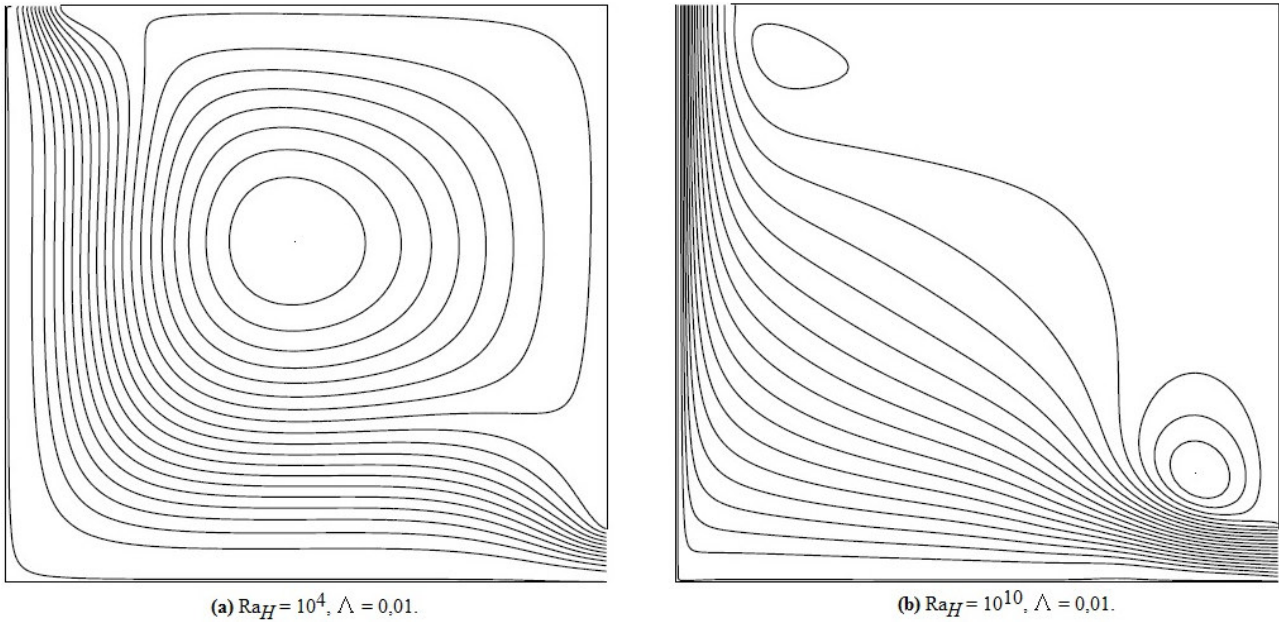


Figura 7.10: Líneas de corriente para distintos valores de Rayleigh en cavidad simple con condición de calentamiento de flujo de calor constante. . Donde las velocidades máximas son (a) $v_{max} = 0.032 \text{ m/s}$ y (b) $v_{max} = 0.149 \text{ m/s}$.

Para un valor bajo de Rayleigh se observa como el fluido entra a la cavidad por la apertura inferior de la pared izquierda y sale de la misma por la apertura que se encuentra a la izquierda de la pared superior, cabe destacar la formación de un remolino en la parte central de la cavidad; para un valor de Rayleigh más elevado se observa como las líneas de corriente se acercan más a la pared calentada (pared izquierda) y el remolino antes existente en la parte central se ha reducido considerablemente quedando de él un pequeño ovillo en las proximidades de la apertura de la pared derecha, así como en las proximidades de la apertura de la pared superior. Un comportamiento similar al que se obtuvo en la simulación de la condición de calentamiento isoterma.

Si de igual modo que se hizo en el Capítulo 6 se quiere estudiar como evoluciona la velocidad con respecto al Rayleigh se calcula los distintos valores de ζ de los casos (a) y (b). Donde los resultados son:

$$\zeta_{Ra=10^4} = \frac{0.032 \cdot 0.017571}{1.544 \cdot 10^{-5} \cdot 10^4} = 3.64166 \cdot 10^{-3}.$$

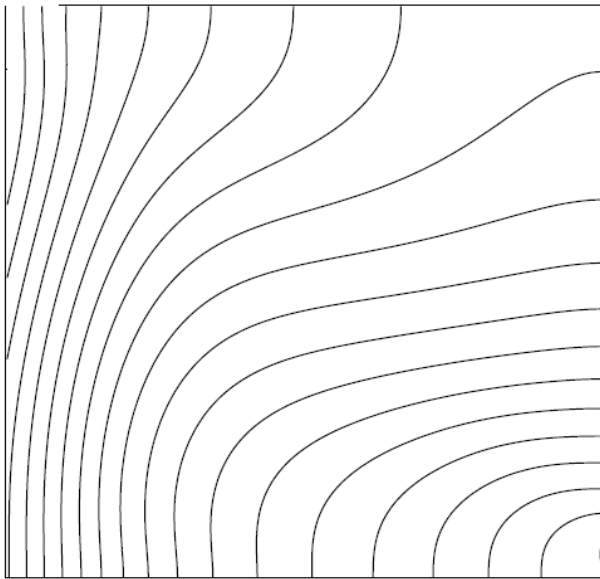
$$\zeta_{Ra=10^{10}} = \frac{0.149 \cdot 0.6995}{1.544 \cdot 10^{-5} \cdot 10^{10}} = 6.7504 \cdot 10^{-7}.$$

De igual modo que ocurría en el caso anterior, donde la condición de calentamiento era isoterma, la evolución de la velocidad adimensional viene a indicar que a pesar de que la velocidad aumenta debido a los efectos de flotación que se inducen al aumentar el valor del número de Rayleigh, la tasa de incremento es inferior a la tasa de crecimiento del Rayleigh.

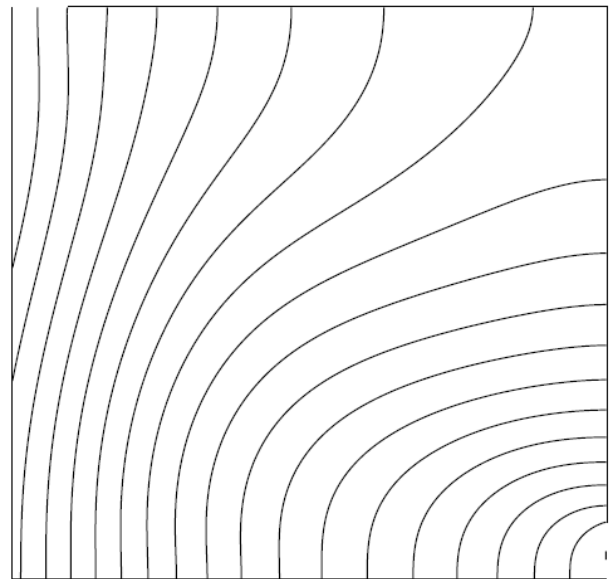
Para estudiar el efecto de las propiedades variables recurrimos a la representación de los contornos de temperatura, en las Figuras 7.11, 7.12, y 7.13 se representan dichos contornos para distintos valores de Rayleigh, y distintos valores del parámetro de calentamiento.

En estas representaciones las líneas isotermas situadas en la izquierda de la cavidad (pared

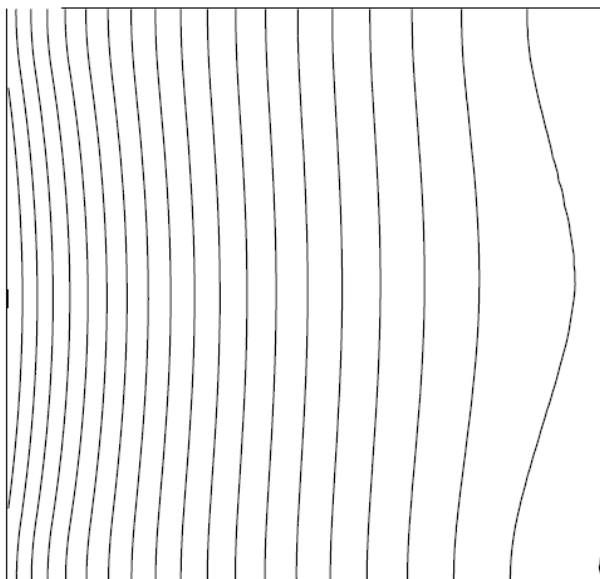
calentada) representan los contornos a mayor temperatura, gradualmente se representan las líneas a una temperatura menor situándose el contorno de menor temperatura en la derecha de la cavidad.



(a) $\Lambda = 0.01$.

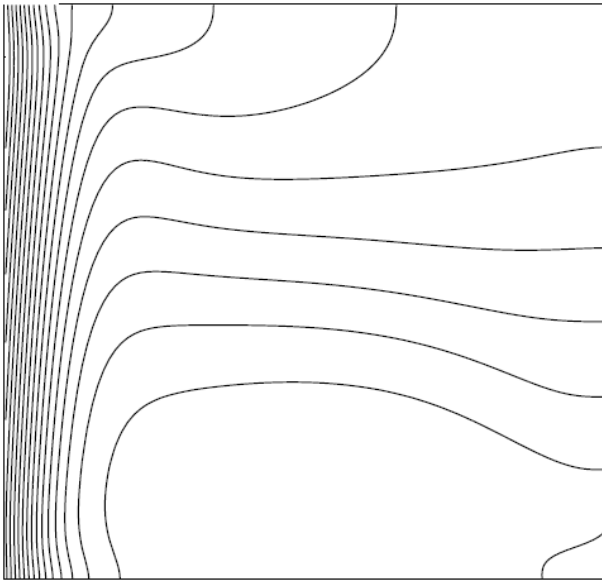


(b) $\Lambda = 0.1$.

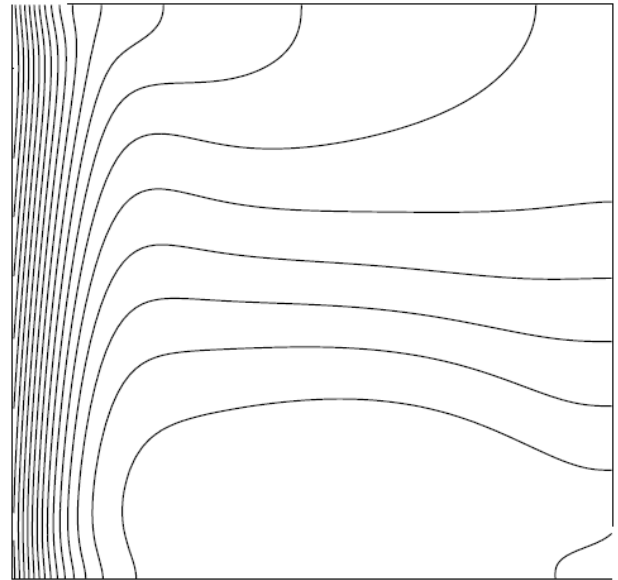


(c) $\Lambda = 1$.

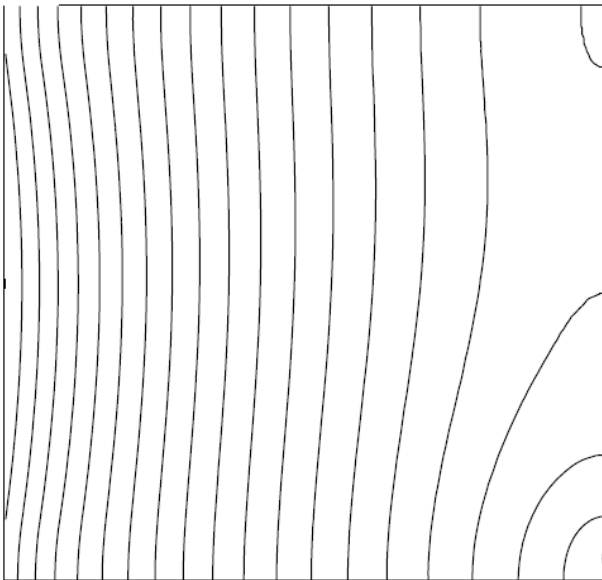
Figura 7.11: Contornos de temperatura en una cavidad simple con condición de calentamiento de flujo de calor constante para un valor de $Ra_H = 10^4$ para distintos valores del parámetro de calentamiento.



(a) $\Lambda = 0,01$.



(b) $\Lambda = 0,1$.



(c) $\Lambda = 1$.

Figura 7.12: Contornos de temperatura en una cavidad simple con condición de calentamiento de flujo de calor constante para un valor de $Ra_H = 10^6$ para distintos valores del parámetro de calentamiento.

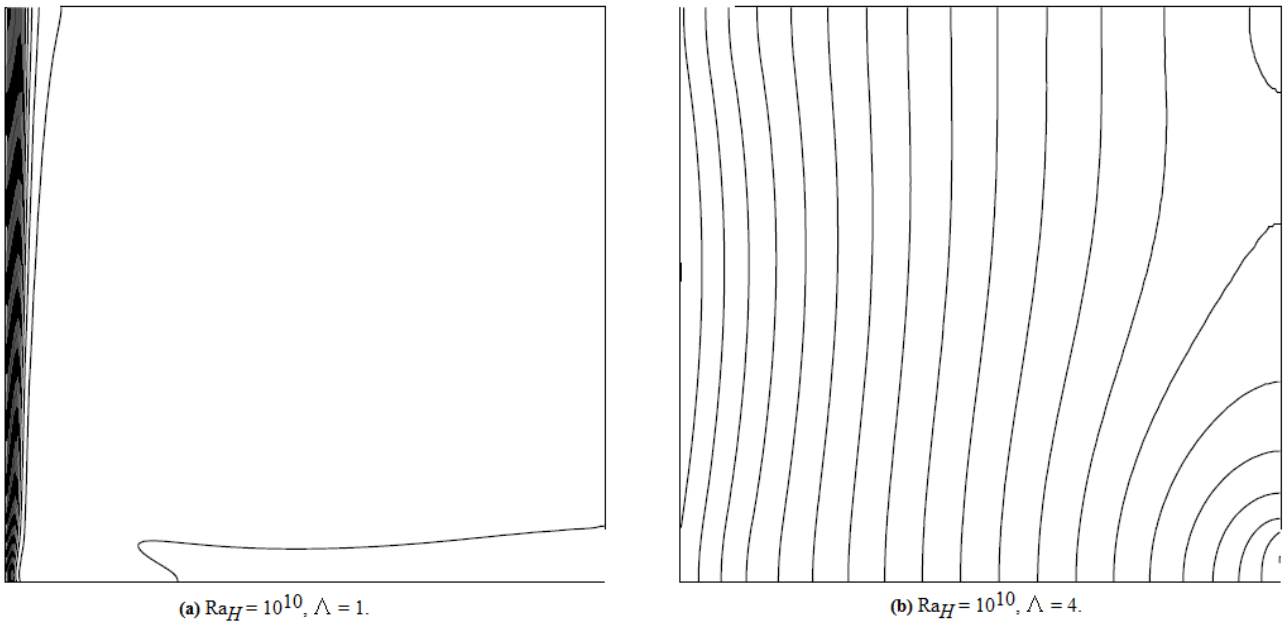


Figura 7.13: Contornos de temperatura en una cavidad simple con condición de calentamiento de flujo de calor constante para un valor de $Ra_H = 10^{10}$ para distintos valores del parámetro de calentamiento.

En vista de los patrones de flujo que se han representado se observa que dentro de un mismo valor del parámetro de calentamiento, Λ , al aumentar gradualmente el valor del número de Rayleigh las líneas isothermas se desplazan hacia la pared calentada estrechándose en la zona izquierda de la cavidad, quedando así dominada en su mayor parte por el fluido a menor temperatura. Este hecho, fácil de observar con ayuda de las líneas de contorno isothermas, demuestran el estrechamiento que se produce en la capa límite térmica según aumentas el valor del número de Rayleigh, pasando de un régimen laminar a otro turbulento, como se ha explicado con anterioridad, con la consecuencia de la mejora en la transmisión del calor y el aumento del valor del número de Nusselt.

Por otro lado, dentro de un mismo valor del número de Rayleigh al ir aumentando el valor del parámetro de calentamiento se reproduce el fenómeno inverso, las líneas isothermas se expanden gradualmente en el interior de la cavidad desde la pared izquierda hacia la derecha, por lo que el fluido a mayor temperatura tiende a ocupar un porcentaje importante de la cavidad. Al contrario que lo que ocurría al aumentar el valor del Rayleigh lo que se demuestra con este fenómeno es un aumento en el espesor de la capa límite, lo que, lógicamente, trae como consecuencia que se obtengan valores del número de Nusselt cada vez más bajos.

Capítulo 8. Cavity con geometría variable

8.1 Introducción y motivación

Lo que se pretende estudiar en este apartado es la influencia que tiene sobre la eficiencia en la transmisión del calor la disposición de distintas geometrías en el interior de una cavity para una condición de calentamiento de flujo de calor constante desde la pared izquierda.

Con la introducción de distintas geometrías se pretende simular posibles configuraciones que se puedan encontrar en aplicaciones reales, sobre todo en sistemas de climatización pasiva en edificios. Las geometrías que se pretenden simular son las que se han descrito en el Capítulo 2:

- *Placa, de espesor despreciable, adiabática* (configuración Figura 2.2): esta configuración podría simular, de forma muy sencilla, la geometría de una chimenea solar.

- *Muro, de cierto espesor, adiabático* (configuración Figura 2.3): en este caso se pretende simular, como en el caso anterior, la geometría de una chimenea solar con algo más de realismo.

- *Muro, de cierto espesor, adiabático junto con diversos obstáculos a la entrada de la cavity* (configuración Figura 2.4): esta configuración es una variante de la chimenea solar donde se pretende simular posibles obstáculos que se encontrasen a la entrada de la misma. Éstos podrían ser la causa de posibles formaciones de turbulencias.

- *Muro, de cierto espesor, adiabático segmentado* (configuración Figura 2.5): en este último caso se simula una posible variación de los anteriores, donde el muro estará troceado.

La metodología será la misma que en los capítulos anteriores, se simulará un rango de valores de Rayleigh comprendido entre $10^3 < Ra < 10^{12}$, posteriormente se estudiarán los resultados obtenidos; y para completar el análisis se estudiarán diversos patrones de flujo, para tener así una idea más clara de como influye la geometría en el comportamiento del fluido.

8.2 Resultados para el número de Nusselt y el flujo másico

Los resultados obtenidos tras llevar a cabo las simulaciones pertinentes se pueden ver en la Figura 8.1.

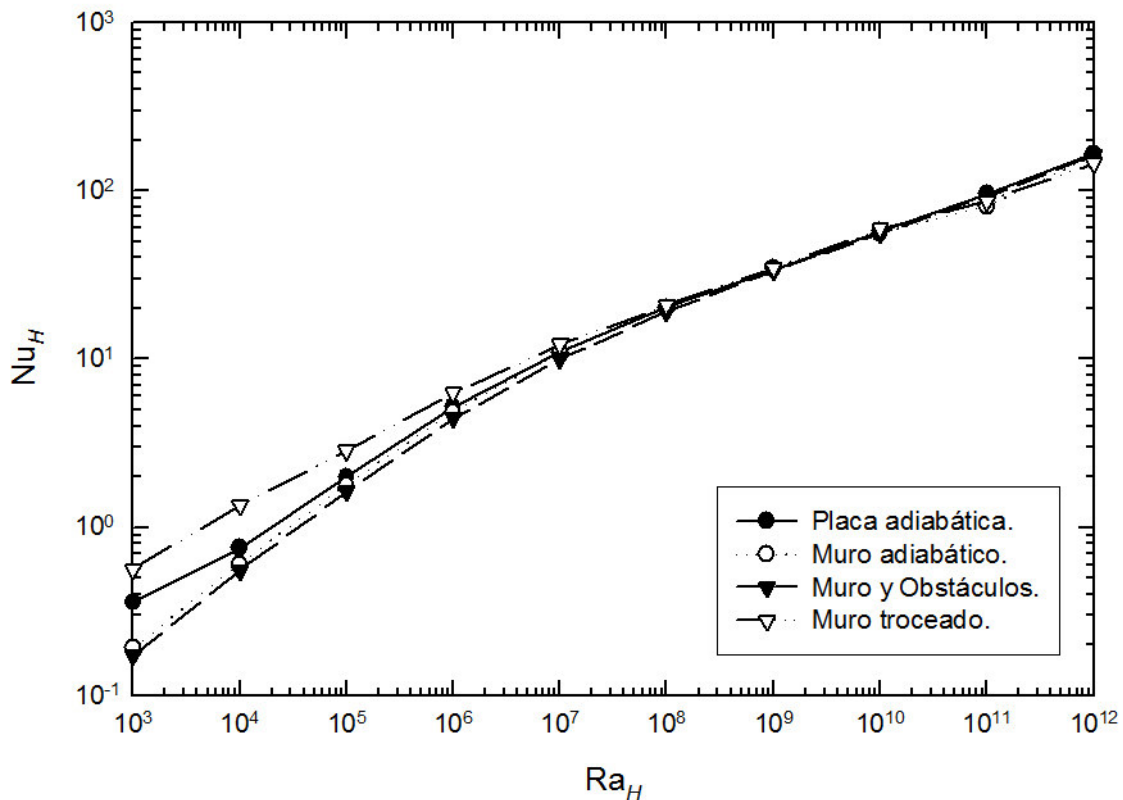


Figura 8.1: Valores de Nusselt obtenidos en la simulación de distintas configuraciones geométricas, en función de un rango de valores de Rayleigh, con un calentamiento de flujo de calor constante.

En vista de los resultados se observa que para valores bajos de Rayleigh existe una diferencia considerable entre los valores de Nusselt, llegando a tener diferencias del 226,84% entre los valores máximo y mínimo (muro troceado y muro con obstáculos) para un Rayleigh de 10^3 . Esta diferencia va disminuyendo según aumenta el valor del Rayleigh llegando a ser en su punto de menor diferencia ($Ra = 10^9$) del 3,39% entre el muro adiabático y el muro adiabático con obstáculos.

Estas diferencias se pueden explicar dado a que, como se ha comentado en los capítulos anteriores, para valores de Rayleigh bajos la capa límite térmica posee mayor espesor, lo que trae como consecuencia una menor eficiencia en la transmisión del calor, y esto se traduce en un menor valor del número de Nusselt. Por lo tanto sería de esperar que en las configuraciones con mayor superficie de contacto para un mismo valor del número de Rayleigh existan valores menores de Nusselt.

El espesor de la capa límite irá disminuyendo según aumentemos el valor de Rayleigh, y se pase de un flujo laminar a uno turbulento. Entramos entonces en la zona de transición, para valores intermedios de Rayleigh, donde, por lo que se acaba de comentar, se espera que la influencia de la de la capa límite tenga menor influencia sobre la eficiencia en la transmisión de calor, y por lo tanto se espera que los valores de Nusselt se vayan homogeneizando.

Posteriormente se observa que los valores de Nusselt comienzan levemente a divergir de nuevo, por lo tanto se pueden diferenciar distintas tendencias para distintos tramos donde para valores de Rayleigh comprendidos entre 10^3 y 10^7 cada configuración geométrica posee una tendencia claramente diferente, para valores entre 10^8 y 10^{10} la tendencia es prácticamente la misma para los distintos casos, y por último para valores entre 10^{11} y 10^{12} se volverán a tener tendencias diferentes. Las correlaciones de estas distintas tendencias que se han calculado para las distintas geometrías son las siguientes:

- Figura 2.2 (*Placa adiabática*):

$$\begin{aligned} \text{Nu}_H &= 0,03712 \cdot \text{Ra}_H^{0,3531}, & \text{para } 10^3 < \text{Ra}_H < 10^4, \\ \text{Nu}_H &= 0,3086 \cdot \text{Ra}_H^{0,2270}, & \text{para } 10^5 < \text{Ra}_H < 10^{10}, \\ \text{Nu}_H &= 0,2181 \cdot \text{Ra}_H^{0,2401}, & \text{para } 10^{11} < \text{Ra}_H < 10^{12}. \end{aligned}$$

Con un grado de aproximación superior al 96%.

- Figura 2.3 (*Muro adiabático*):

$$\begin{aligned} \text{Nu}_H &= 0,02498 \cdot \text{Ra}_H^{0,3774}, & \text{para } 10^3 < \text{Ra}_H < 10^4, \\ \text{Nu}_H &= 0,3086 \cdot \text{Ra}_H^{0,2270}, & \text{para } 10^5 < \text{Ra}_H < 10^{10}, \\ \text{Nu}_H &= 0,04045 \cdot \text{Ra}_H^{0,3}, & \text{para } 10^{11} < \text{Ra}_H < 10^{12}. \end{aligned}$$

Con un grado de aproximación superior al 97%.

- Figura 2.4 (*Muro con obstáculos*):

$$\begin{aligned} \text{Nu}_H &= 0,02154 \cdot \text{Ra}_H^{0,3814}, & \text{para } 10^3 < \text{Ra}_H < 10^4, \\ \text{Nu}_H &= 0,3086 \cdot \text{Ra}_H^{0,2270}, & \text{para } 10^5 < \text{Ra}_H < 10^{10}, \\ \text{Nu}_H &= 0,1827 \cdot \text{Ra}_H^{0,2458}, & \text{para } 10^{11} < \text{Ra}_H < 10^{12}. \end{aligned}$$

Con un grado de aproximación superior al 97%.

- Figura 2.5 (*Muro troceado*):

$$\begin{aligned} \text{Nu}_H &= 0,08396 \cdot \text{Ra}_H^{0,309}, & \text{para } 10^3 < \text{Ra}_H < 10^4, \\ \text{Nu}_H &= 0,3086 \cdot \text{Ra}_H^{0,2270}, & \text{para } 10^5 < \text{Ra}_H < 10^{10}, \\ \text{Nu}_H &= 0,2996 \cdot \text{Ra}_H^{0,2237}, & \text{para } 10^{11} < \text{Ra}_H < 10^{12}. \end{aligned}$$

Con un grado de aproximación superior al 97%.

En la Figura 8.2 se representan los valores del número de Nusselt que se han obtenido junto con las diferentes tendencias.

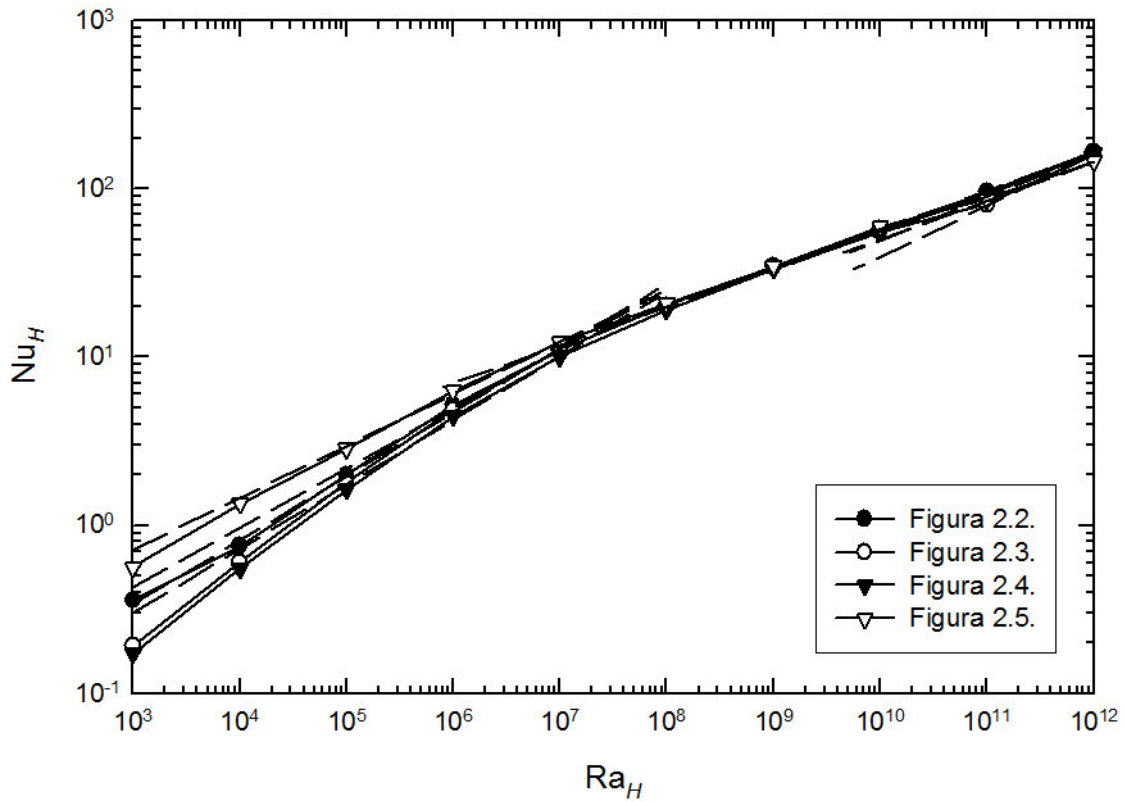
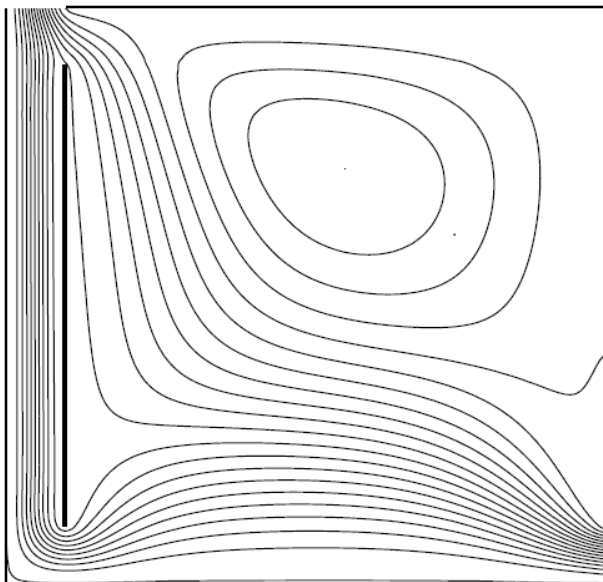
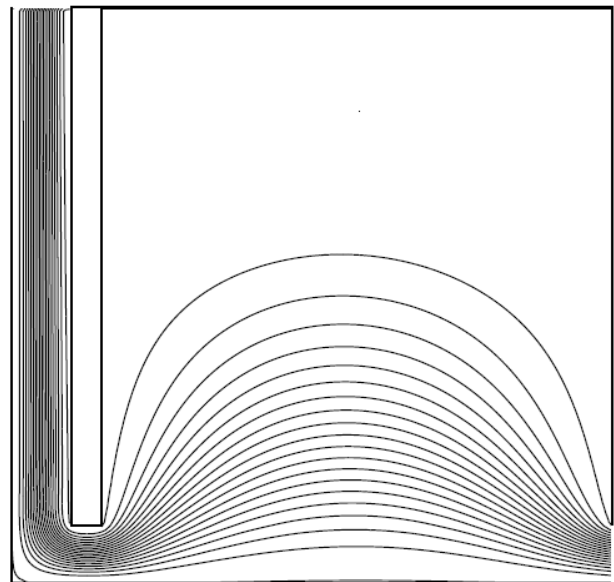


Figura 8.2: Valores de Nusselt en la simulación de distintas configuraciones geométricas junto a las correlaciones calculadas para las diferentes tendencias, en función de un rango de valores de Rayleigh, con un calentamiento de flujo de calor constante.

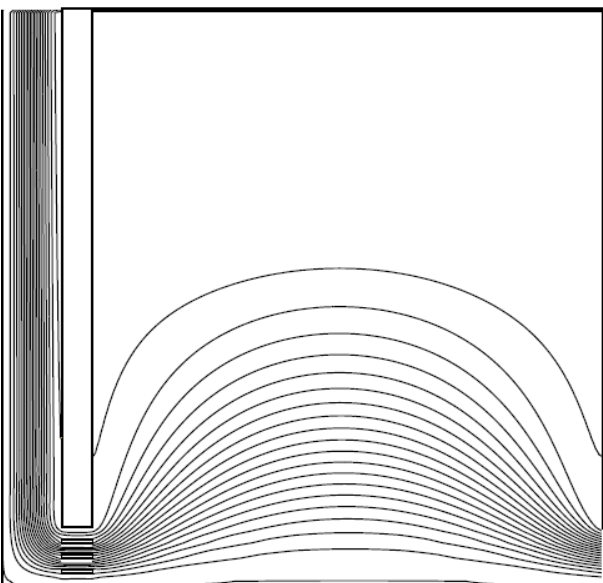
Otra forma de estudiar las diferencias entre el comportamiento del fluido en cada configuración es mediante la visualización de los patrones de flujo, en la Figura 8.3 se representan las líneas de corriente en las distintas configuraciones para un Rayleigh de valor 10^4 .



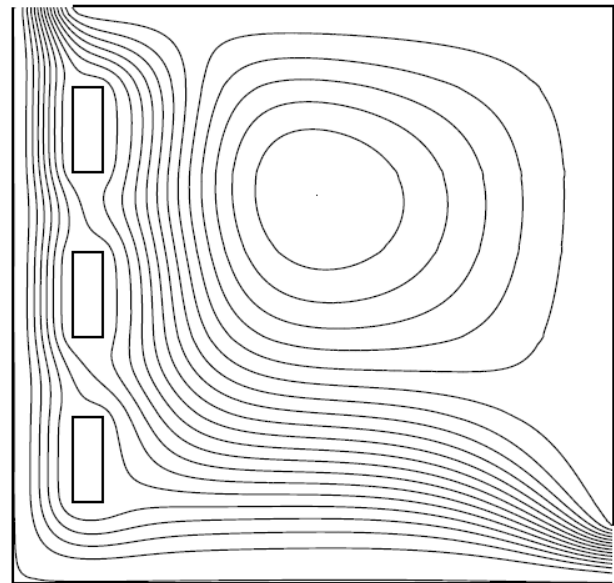
(a) Configuración Figura 2.2.



(b) Configuración Figura 2.3.



(c) Configuración Figura 2.4.



(d) Configuración Figura 2.5.

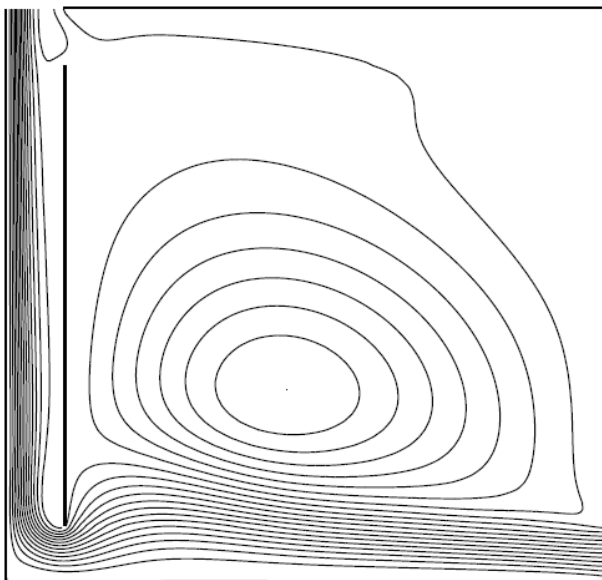
Figura 8.3: Representación de las líneas de corriente para las distintas configuraciones geométricas con una condición de calentamiento de flujo de calor constante y un $Ra_H = 10^4$.

En vista de las líneas de corriente que se han obtenido se observa que para la Configuración 1 el fluido entra a la cavidad por la apertura inferior derecha, y éste saldrá por la apertura superior izquierda, el flujo pasará en parte por el hueco superior de la placa adiabática y en parte por la parte inferior; obsérvese que se produce una recirculación del fluido en sentido favorable a las agujas del reloj en la parte superior derecha de la cavidad.

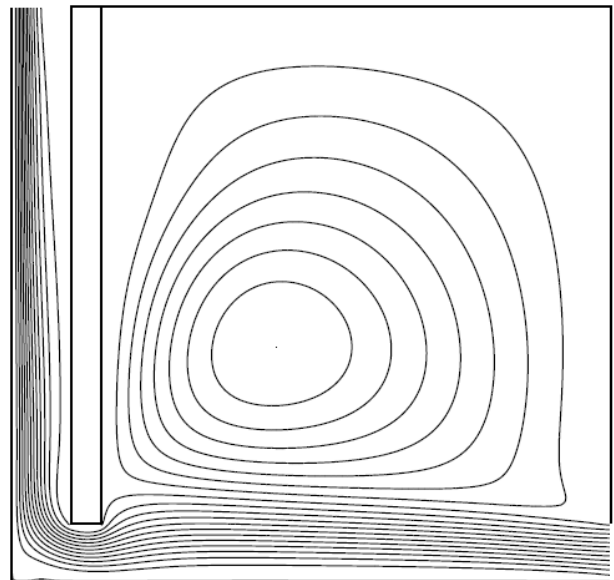
En las Configuraciones 2 y 3 el comportamiento es bastante similar, la entrada y salida del fluido al interior de la cavidad se produce en el mismo sentido que el caso anterior como cabría de esperar. La totalidad del fluido pasa por debajo del muro, no existen recirculaciones importantes en estas configuraciones, la diferencia en el comportamiento del flujo entre estas configuraciones radica en que para la Configuración 3 las líneas de corriente ascienden más que en la Configuración 2, probablemente a causa de la existencia de obstáculos bajo el muro ya que harán efecto “tapón” a la entrada del fluido.

Por último, para la Configuración 4 se tiene el mismo sentido del flujo, la mayor parte del fluido atraviesan la parte superior e inferior del muro segmentado, mientras que un porcentaje menor del mismo circulan entre los huecos intermedios. En esta Configuración, al igual que ocurría en la primera, existe un remolino de mayores dimensiones en la zona superior derecha de la cavidad.

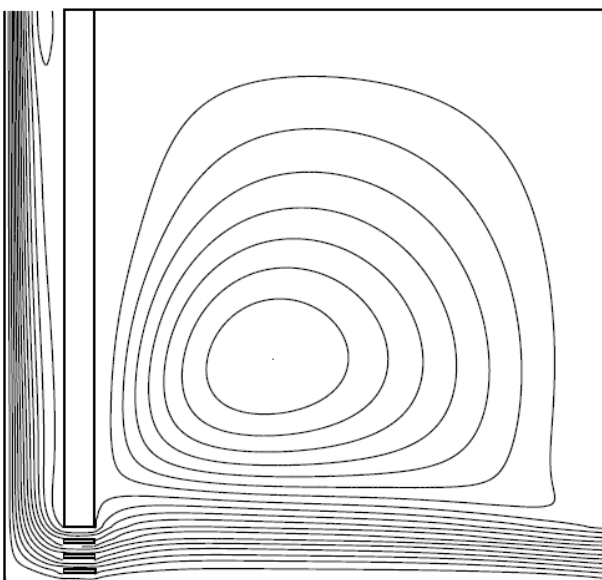
Es interesante estudiar las líneas de corriente para un caso en el que el Rayleigh es mayor para ver como evoluciona el comportamiento del fluido; en la Figura 8.4 se tiene una representación para un valor de $Ra = 10^9$.



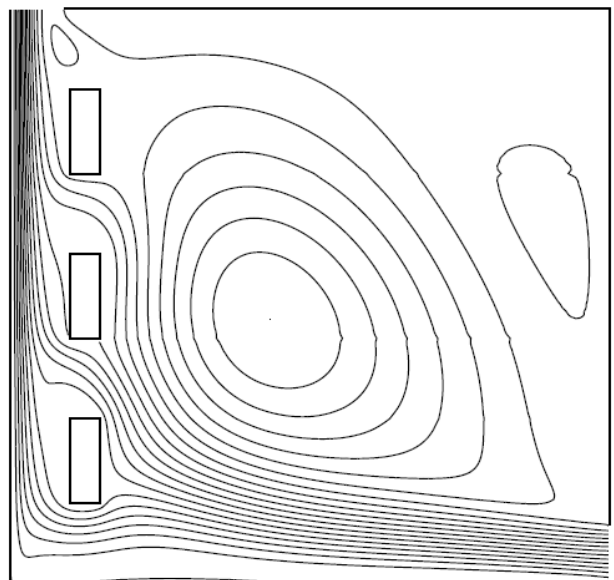
(a) Configuración Figura 2.2.



(b) Configuración Figura 2.3.



(c) Configuración Figura 2.4.



(d) Configuración Figura 2.5.

Figura 8.4: Representación de las líneas de corriente para las distintas configuraciones geométricas con una condición de calentamiento de flujo de calor constante y un $Ra_H = 10^9$.

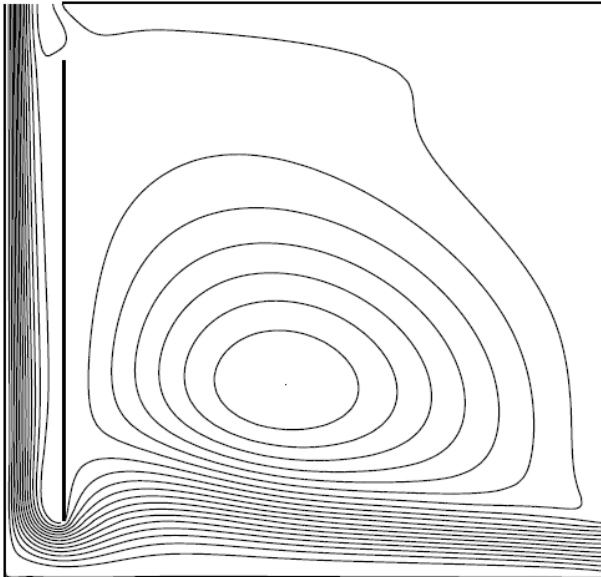
Para un Rayleigh tan elevado las líneas de corriente se asemejan más entre las distintas configuraciones. De forma general, en las cuatro configuraciones cabe señalar el acercamiento que se produce de las líneas de corriente hacia la pared calentada. En comparación con los resultados obtenidos para un Rayleigh menor se observa que para la Configuración 1 la mayor parte del flujo

circula por la parte inferior de la placa, disminuyendo considerablemente el flujo que existía en la parte superior. Existe una pequeña recirculación en la apertura de la salida del fluido, y se observa que el remolino que para un Rayleigh de 10^4 se encontraba en la parte superior derecha de la cavidad para este Rayleigh mayor se encuentra más centrado dentro en la misma.

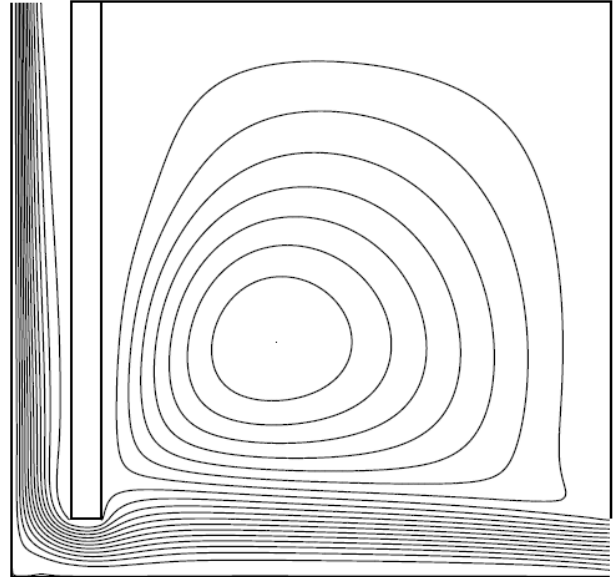
Las líneas de corriente de las Configuraciones 2 y 3 siguen siendo bastante similares, en comparación con el caso de menor Rayleigh cabe destacar la formación de una recirculación en sentido de las agujas del reloj en la parte central de la cavidad, y la existencia de una pequeña recirculación en la apertura por la que el fluido sale de la cavidad en la Configuración 3.

En la Configuración 4, al igual que ocurre en la Configuración 1, el flujo de la parte superior del muro troceado disminuye considerablemente, aumentando así el flujo que circula por los huecos inferiores. El remolino antes existente se sitúa más centrado dentro de la cavidad, y aparecen dos nuevas recirculaciones tanto en la parte lateral derecha de la cavidad, como en las proximidades de la apertura de salida de la misma.

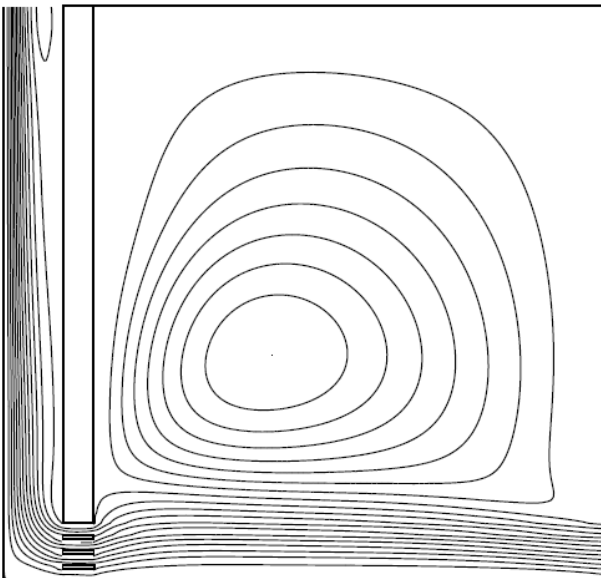
De mismo modo que se se ha llevado a cabo con las líneas de corriente, en las Figuras 8.5 y 8.6 se representan los contornos de velocidad absoluta para un Rayleigh de 10^4 y 10^9 , para las distintas configuraciones que se han estudiado.



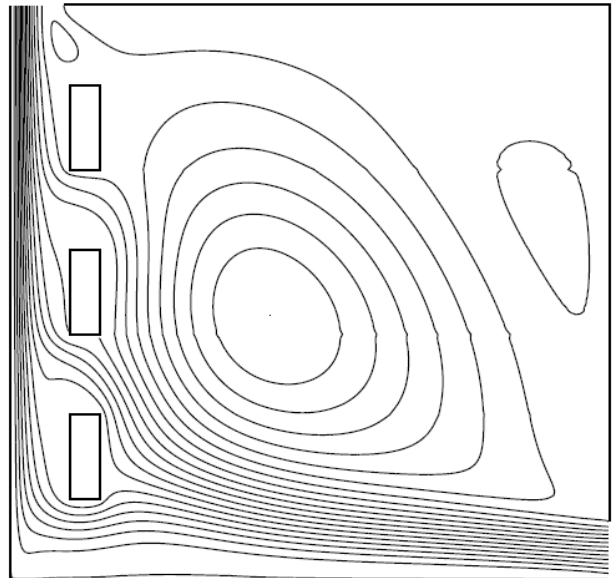
(a) Configuración Figura 2.2.



(b) Configuración Figura 2.3.

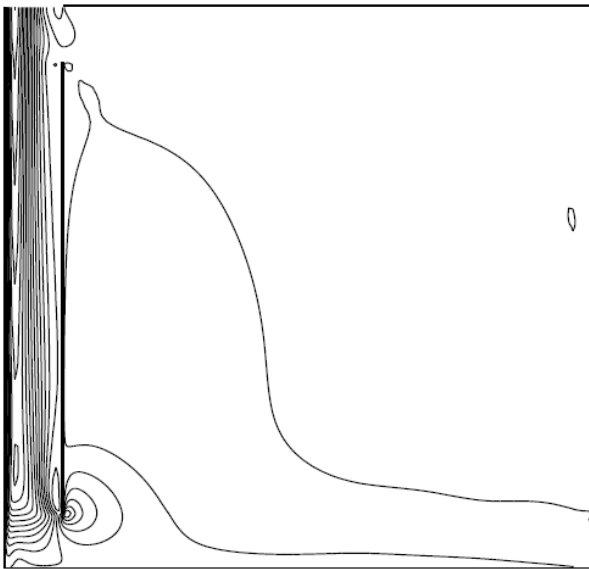


(c) Configuración Figura 2.4.

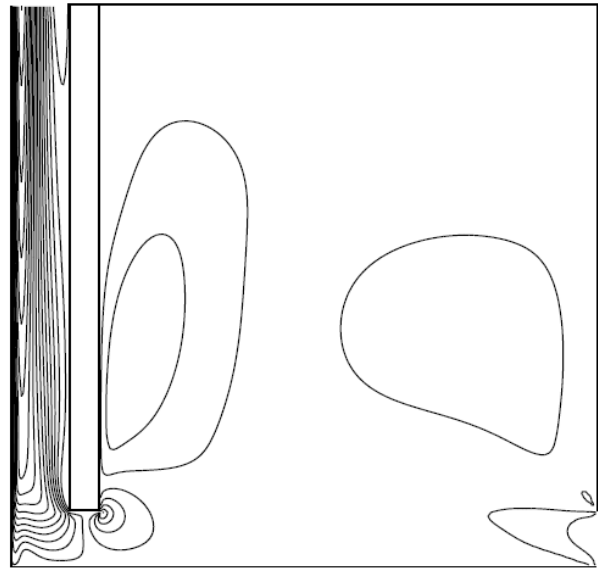


(d) Configuración Figura 2.5.

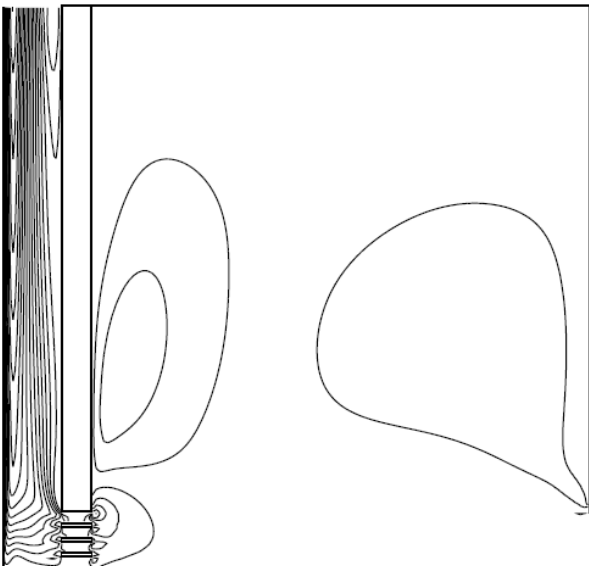
Figura 8.5: Representación de los contornos de velocidad absoluta para las distintas configuraciones geométricas con una condición de calentamiento de flujo de calor constante y un $Ra_H = 10^4$. Donde las velocidades máximas son (a) $v_{max} = 0.022m/s$, (b) $v_{max} = 0.0126 m/s$, (c) $v_{max} = 0.0116 m/s$ y (d) $v_{max} = 0.027m/s$.



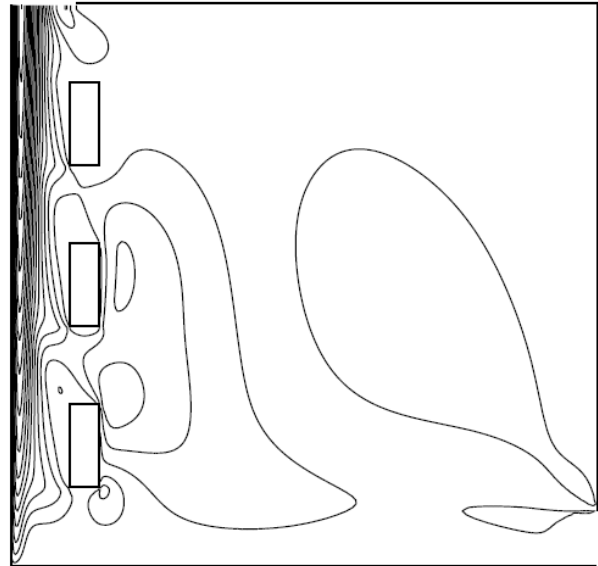
(a) Configuración Figura 2.2.



(b) Configuración Figura 2.3.



(c) Configuración Figura 2.4.



(d) Configuración Figura 2.5.

Figura 8.6: Representación de los contornos de velocidad absoluta para las distintas configuraciones geométricas con una condición de calentamiento de flujo de calor constante y un $Ra_H = 10^9$. Donde las velocidades máximas son (a) $v_{max} = 0.121\text{m/s}$, (b) $v_{max} = 0.122\text{ m/s}$, (c) $v_{max} = 0.115\text{ m/s}$ y (d) $v_{max} = 0.129\text{ m/s}$.

En estas figuras se puede apreciar la distinta distribución de las velocidades para cada Configuración geométrica, donde se podría destacar la formación para valores bajos de Rayleigh de “ovillos” en torno a las esquinas de la placa adiabática así como de los muros y obstáculos, o en la apertura que actúa como entrada a la cavidad, y como al aumentar el valor del Rayleigh disminuyen dichos “ovillos”, produciéndose al mismo tiempo un acercamiento de las líneas de velocidad hacia la pared calentada.

Tras el estudio de los patrones de flujo se ha podido observar de una forma gráfica el distinto comportamiento del fluido para las distintas configuraciones geométricas, así como su evolución para distintos valores de Rayleigh, de modo que ayudan a comprender la influencia de la variación geométrica sobre la eficiencia de la transmisión del calor, y sirven de apoyo a los resultados obtenidos en el cálculo del Nusselt.

Es interesante ver para este apartado como evoluciona la velocidad adimensional, ζ :
Configuración Figura 2.2:

$$\zeta_{Ra_H=10^4} = \frac{v_{max} \cdot H}{\nu \cdot Ra_H} = \frac{0.0220 \cdot 0.017571}{1.544 \cdot 10^{-5} \cdot 10^4} = 2.5036 \cdot 10^{-3}.$$

$$\zeta_{Ra_H=10^7} = \frac{v_{max} \cdot H}{\nu \cdot Ra_H} = \frac{0.121 \cdot 0.3785}{1.544 \cdot 10^{-5} \cdot 10^9} = 2.966 \cdot 10^{-6}.$$

Configuración Figura 2.3:

$$\zeta_{Ra_H=10^4} = \frac{v_{max} \cdot H}{\nu \cdot Ra_H} = \frac{0.0126 \cdot 0.017571}{1.544 \cdot 10^{-5} \cdot 10^4} = 1.4339 \cdot 10^{-3}.$$

$$\zeta_{Ra_H=10^7} = \frac{v_{max} \cdot H}{\nu \cdot Ra_H} = \frac{0.122 \cdot 0.3785}{1.544 \cdot 10^{-5} \cdot 10^9} = 2.99 \cdot 10^{-6}.$$

Configuración Figura 2.2:

$$\zeta_{Ra_H=10^4} = \frac{v_{max} \cdot H}{\nu \cdot Ra_H} = \frac{0.0116 \cdot 0.017571}{1.544 \cdot 10^{-5} \cdot 10^4} = 1.3201 \cdot 10^{-3}.$$

$$\zeta_{Ra_H=10^7} = \frac{v_{max} \cdot H}{\nu \cdot Ra_H} = \frac{0.115 \cdot 0.3785}{1.544 \cdot 10^{-5} \cdot 10^9} = 2.820 \cdot 10^{-6}.$$

Configuración Figura 2.2:

$$\zeta_{Ra_H=10^4} = \frac{v_{max} \cdot H}{\nu \cdot Ra_H} = \frac{0.0270 \cdot 0.017571}{1.544 \cdot 10^{-5} \cdot 10^4} = 3.0726 \cdot 10^{-3}.$$

$$\zeta_{Ra_H=10^7} = \frac{v_{max} \cdot H}{\nu \cdot Ra_H} = \frac{0.129 \cdot 0.3785}{1.544 \cdot 10^{-5} \cdot 10^9} = 3.16 \cdot 10^{-6}.$$

Para ambos valores de Rayleigh se observa que la configuración en la que se alcanza una velocidad máxima es la correspondiente a la Figura 2.5, y que la menor de las velocidades máximas corresponde a la configuración de la Figura 2.4. En cuanto a la evolución de la velocidad adimensional se observa que disminuye considerablemente, lo que significa que, como ya se ha indicado en capítulos anteriores, la velocidad aumenta pero no tanto como podría indicar el aumento del número de Rayleigh.

Para completar este estudio visual sobre el comportamiento del fluido en distintas geometrías se van a añadir distintas representaciones vectoriales de la velocidad para distintos planos en y y x para un valor de Rayleigh de 10^4 , como se puede observar en las Figuras 8.7, 8.8, 8.9, 8.10, 8.11, 8.12, 8.13, y 8.14.

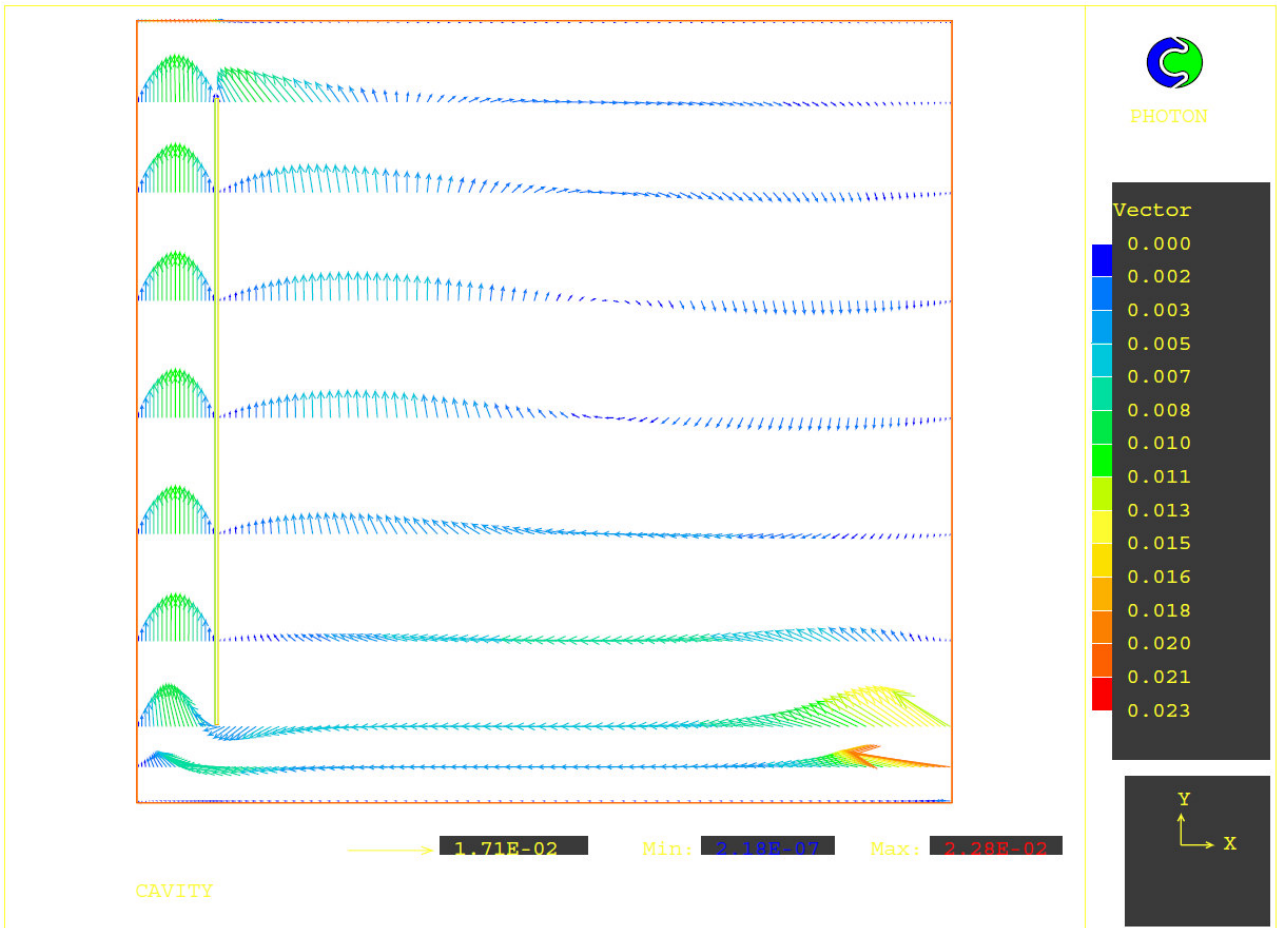


Figura 8.7: Representación de los vectores de velocidad en el plano y, en la Configuración de la Figura 2.2 para un Rayleigh de 10^4 bajo condición de calentamiento de flujo de calor constante.

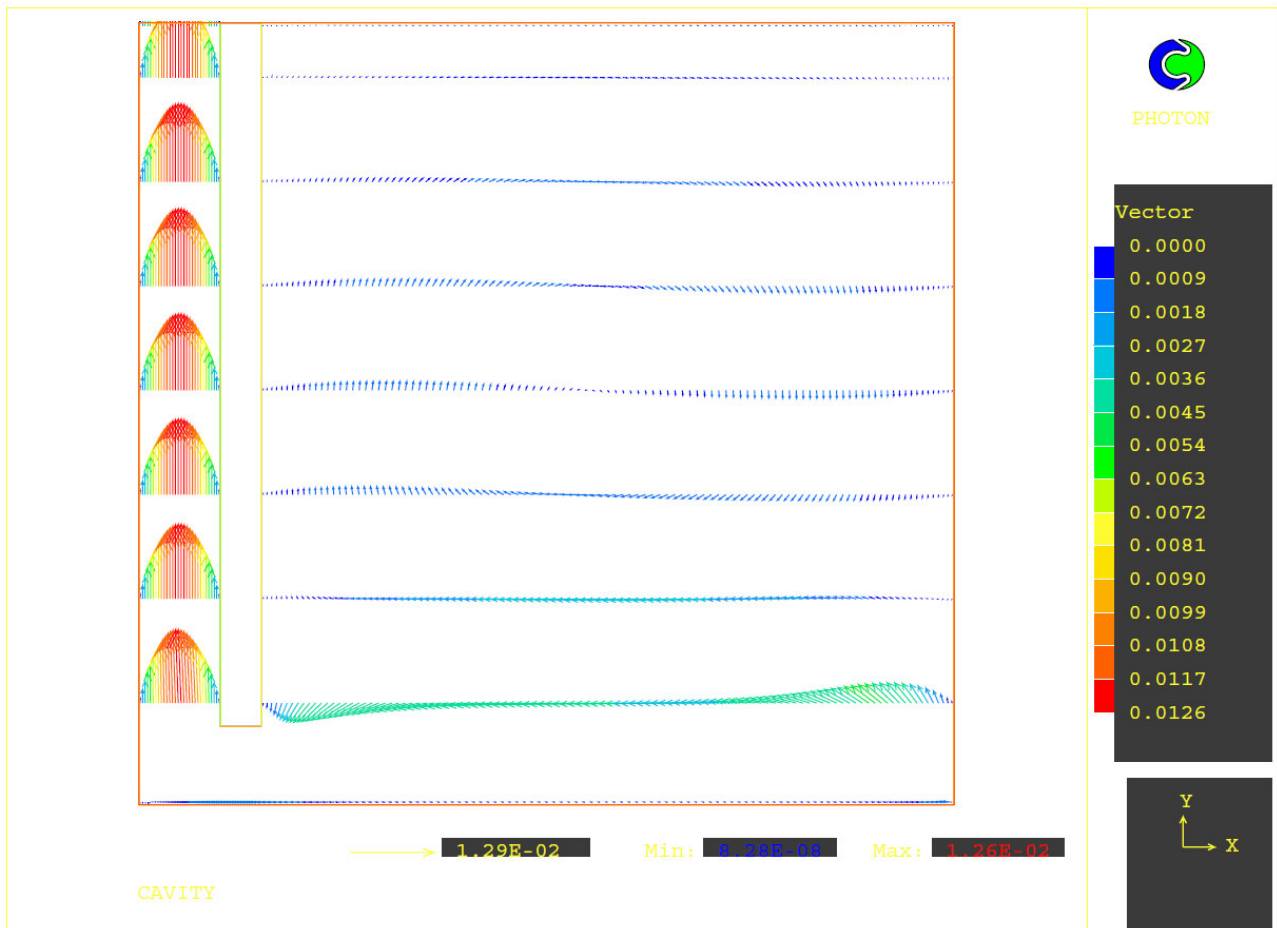


Figura 8.8: Representación de los vectores de velocidad en el plano y, en la Configuración de la Figura 2.3 para un Rayleigh de 10^4 bajo condición de calentamiento de flujo de calor constante.

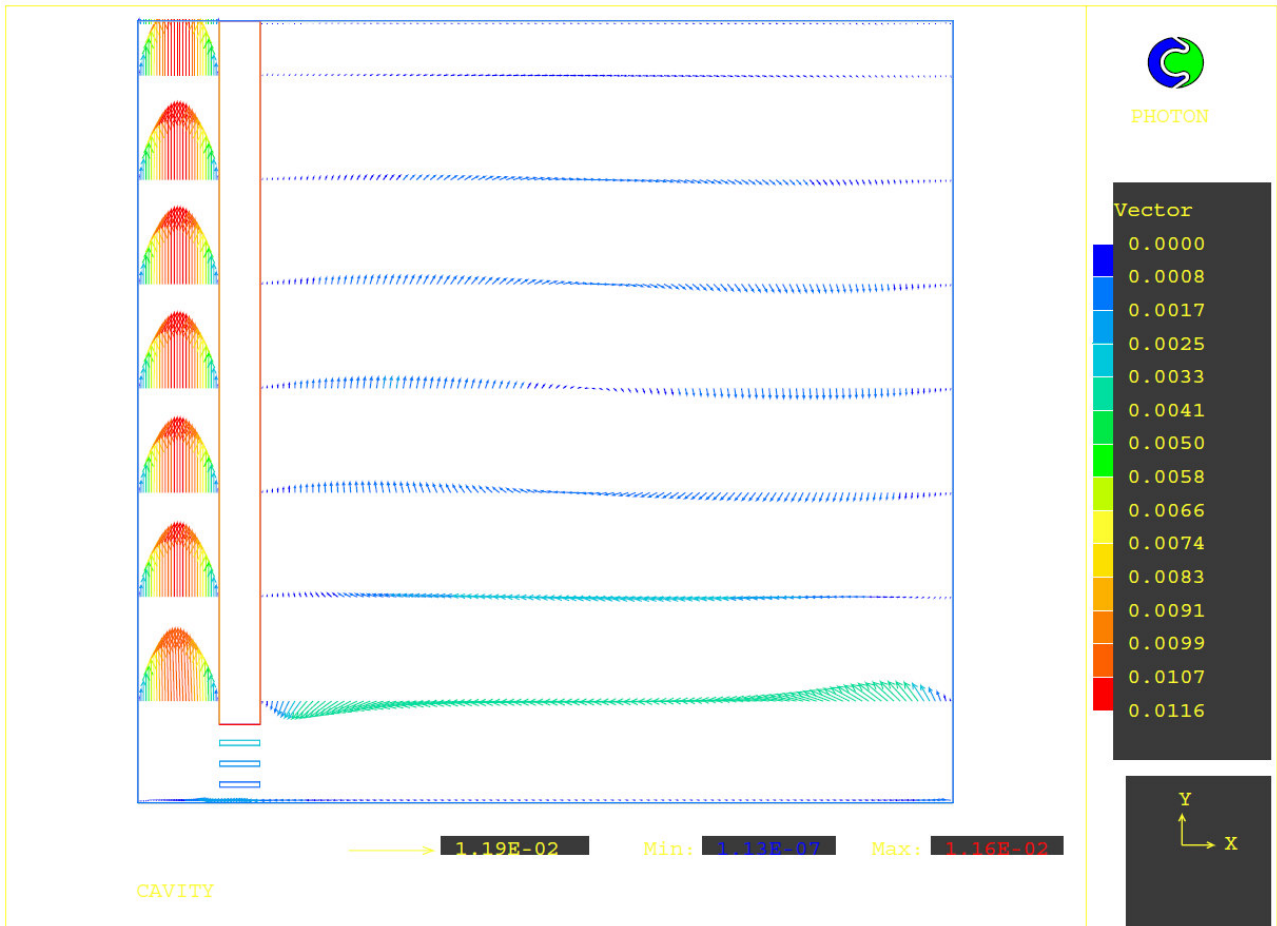


Figura 8.9: Representación de los vectores de velocidad en el plano y, en la Configuración de la Figura 2.4 para un Rayleigh de 10^4 bajo condición de calentamiento de flujo de calor constante.

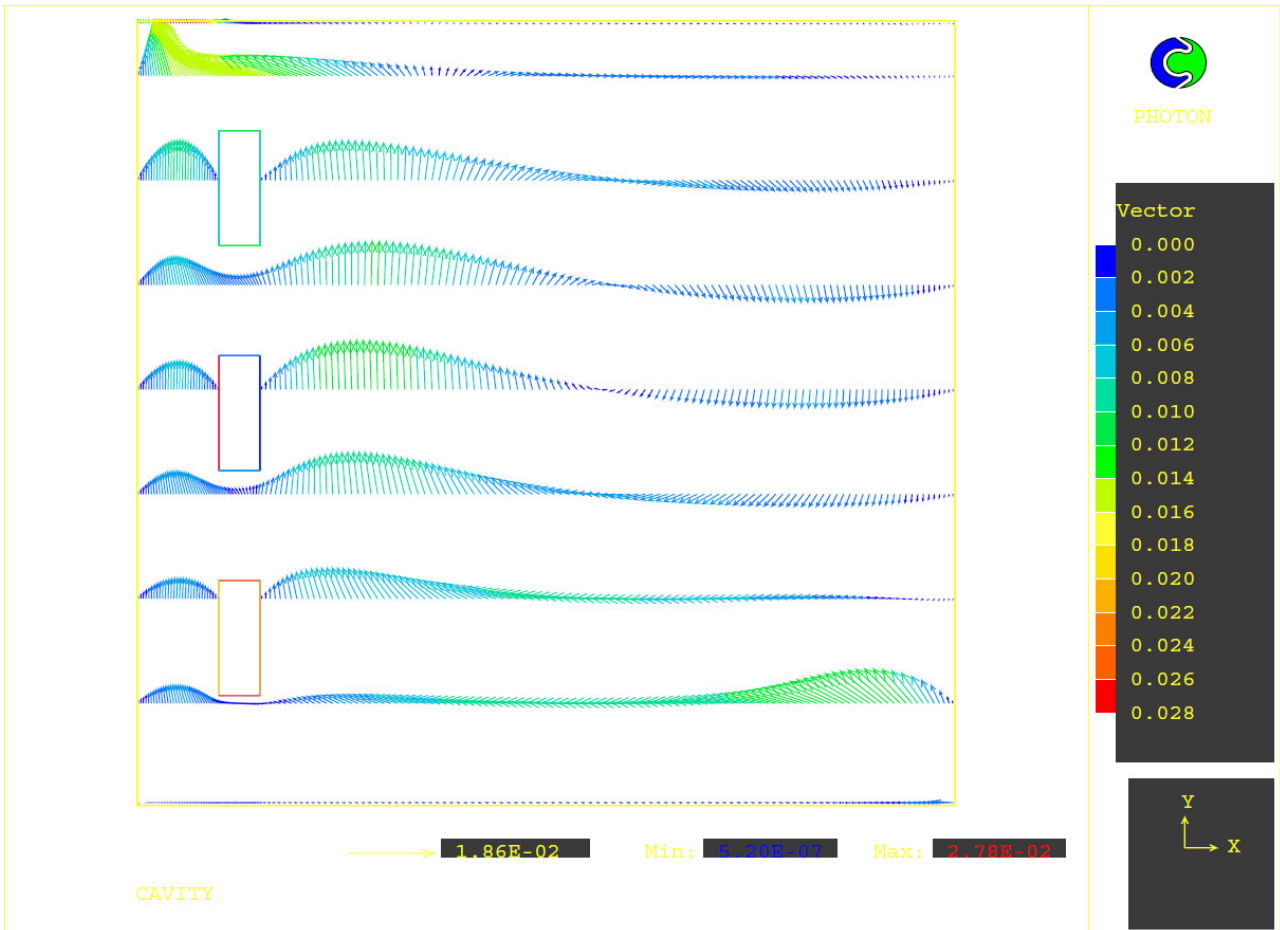


Figura 8.10: Representación de los vectores de velocidad en el plano y, en la Configuración de la Figura 2.5 para un Rayleigh de 10^4 bajo condición de calentamiento de flujo de calor constante.

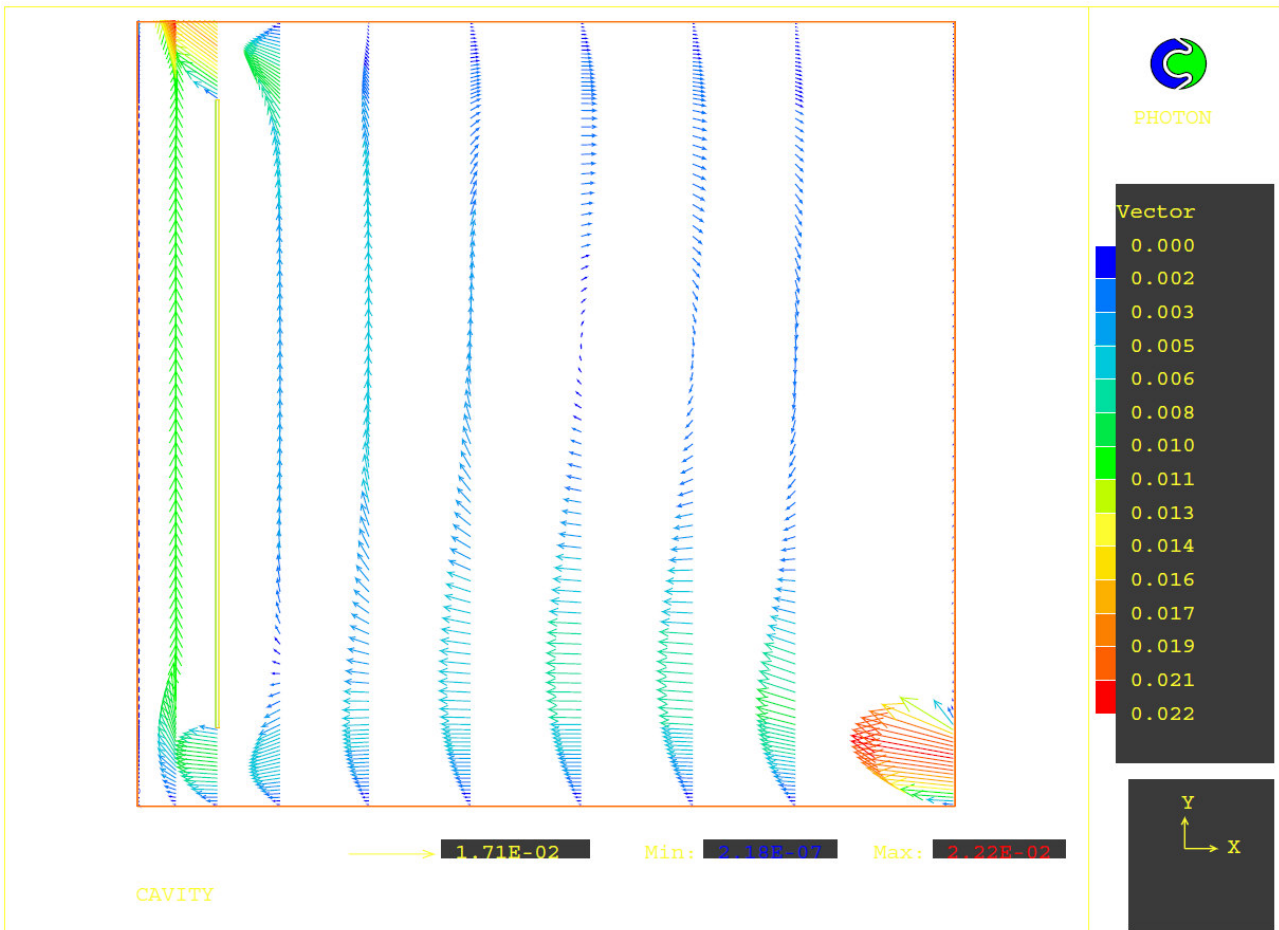


Figura 8.11: Representación de los vectores de velocidad en el plano x , en la Configuración de la Figura 2.2 para un Rayleigh de 10^4 bajo condición de calentamiento de flujo de calor constante.

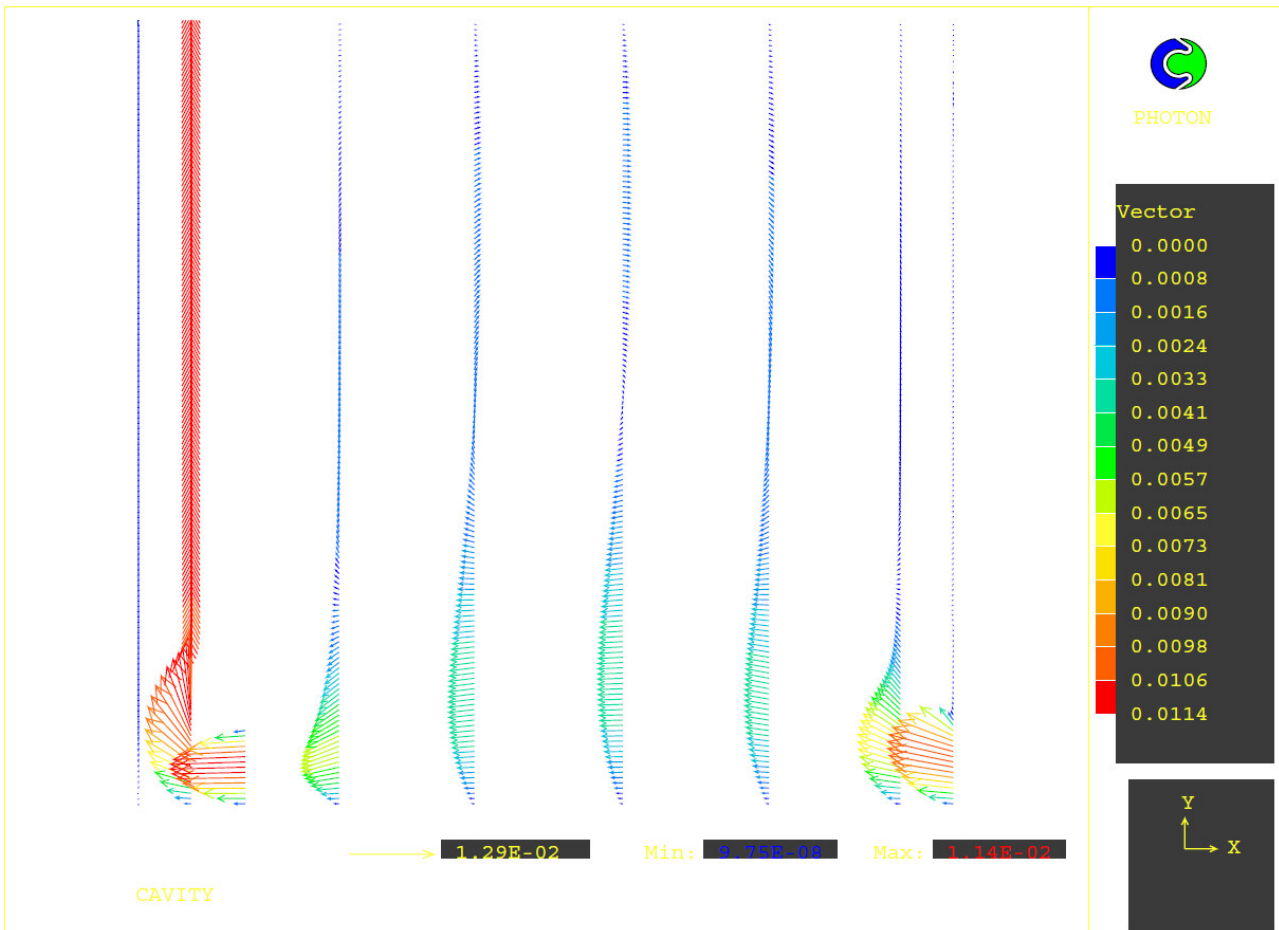


Figura 8.12: Representación de los vectores de velocidad en el plano x, en la Configuración de la Figura 2.3 para un Rayleigh de 10^4 bajo condición de calentamiento de flujo de calor constante.

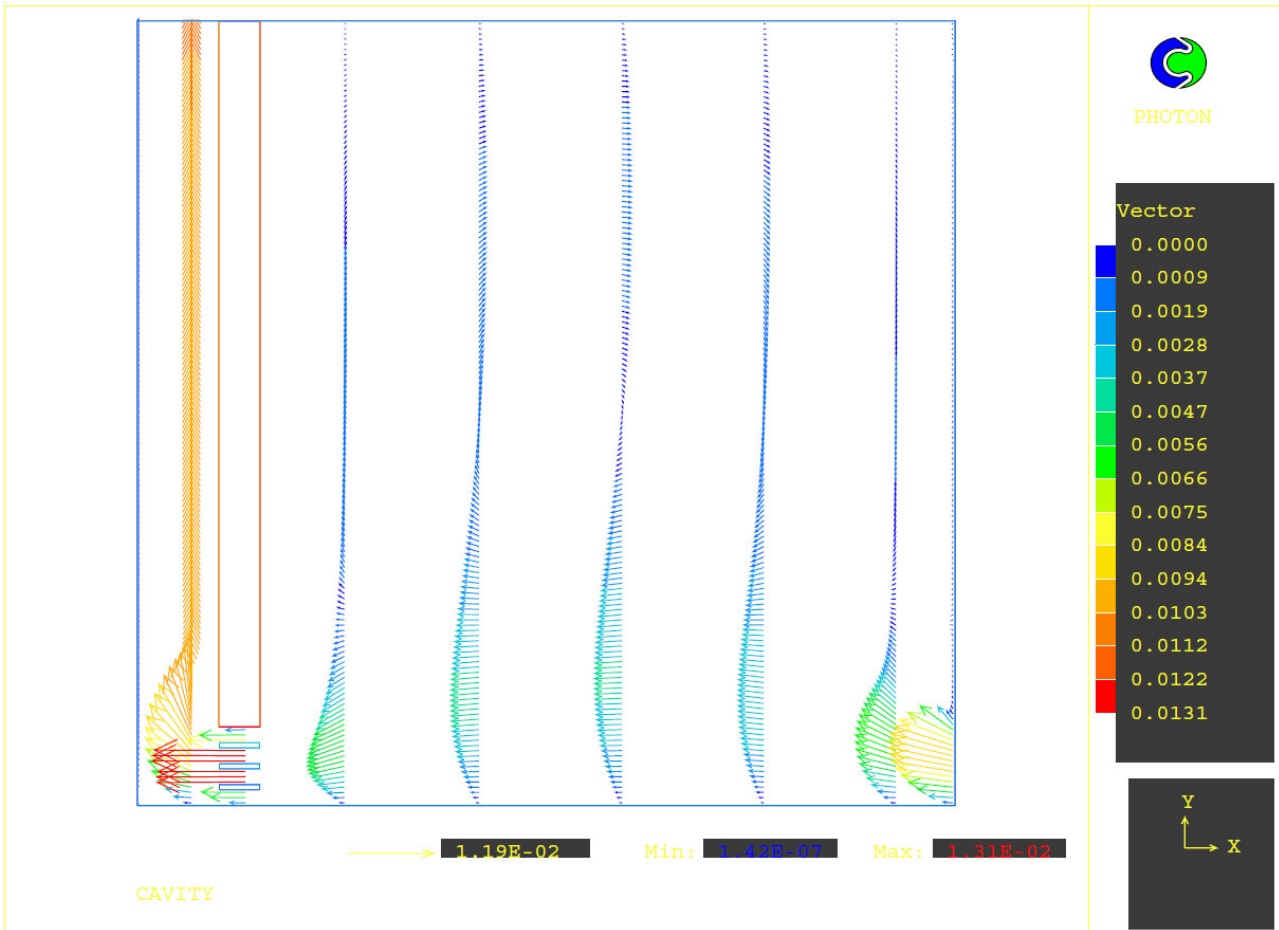


Figura 8.13: Representación de los vectores de velocidad en el plano x, en la Configuración de la Figura 2.4 para un Rayleigh de 10^4 bajo condición de calentamiento de flujo de calor constante.

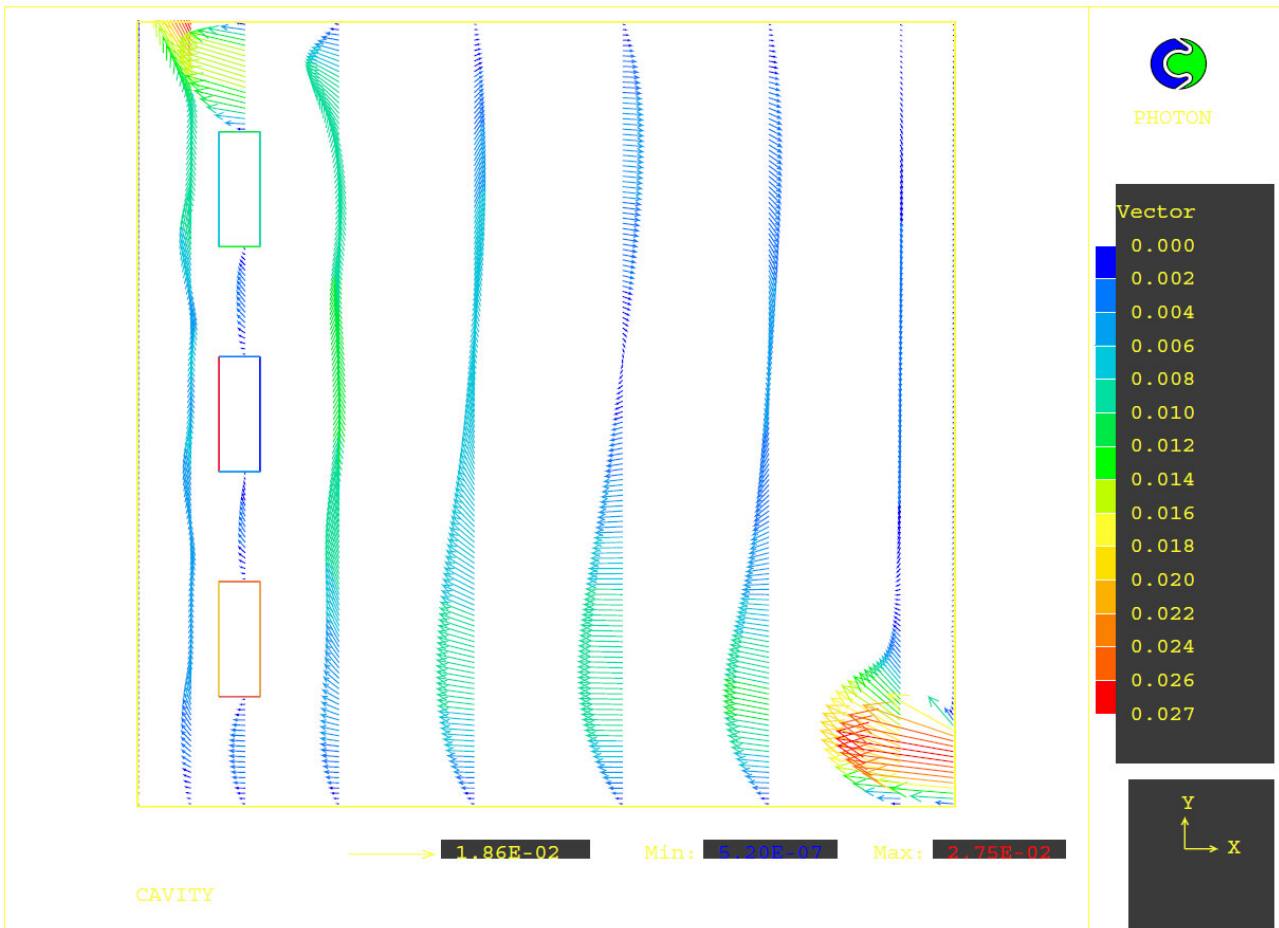


Figura 8.14: Representación de los vectores de velocidad en el plano x, en la Configuración de la Figura 2.5 para un Rayleigh de 10^4 bajo condición de calentamiento de flujo de calor constante.

De esta forma es fácil ver donde se alcanza la mayor velocidad, o la menor y las diferencias que hay entre cada geometría, así como el sentido y magnitud de las recirculaciones. Es interesante ver como para cada geometría la velocidad máxima, ya sea horizontal o vertical, se alcanza en un lugar u otro; para la configuración de la Figura 2.2 la velocidad vertical máxima se alcanza en la apertura de entrada, mientras que para las Figuras 2.3 y 2.4 se alcanza a lo largo del canal, por último en la Figura 2.5 se alcanza en la apertura de salida. Si ahora se observan las diferencias entre las velocidades horizontales, para la configuración de la Figura 2.2 la velocidad máxima se alcanza, de igual modo que la vertical, en la apertura de entrada a la cavidad, observándose también elevadas velocidades en el hueco superior de la placa adiabática. En cuanto a las configuraciones de las Figuras 2.3 y 2.4 la mayor velocidad se alcanza en el hueco inferior al muro, o en el caso de la Figura 2.4 entre los obstáculos, llamando la atención que para esta última configuración se alcanzan mayores velocidades que en la Figura 2.3 presentando perfiles de velocidad bastante similares. Por último, para la Figura 2.5 se alcanza la mayor velocidad horizontal en la apertura de entrada, presentando también elevadas velocidades alrededor de la apertura de salida.

De igual modo se representan en las Figuras 8.15, 8.16, 8.17, y 8.18 los contornos de temperatura para cada geometría.

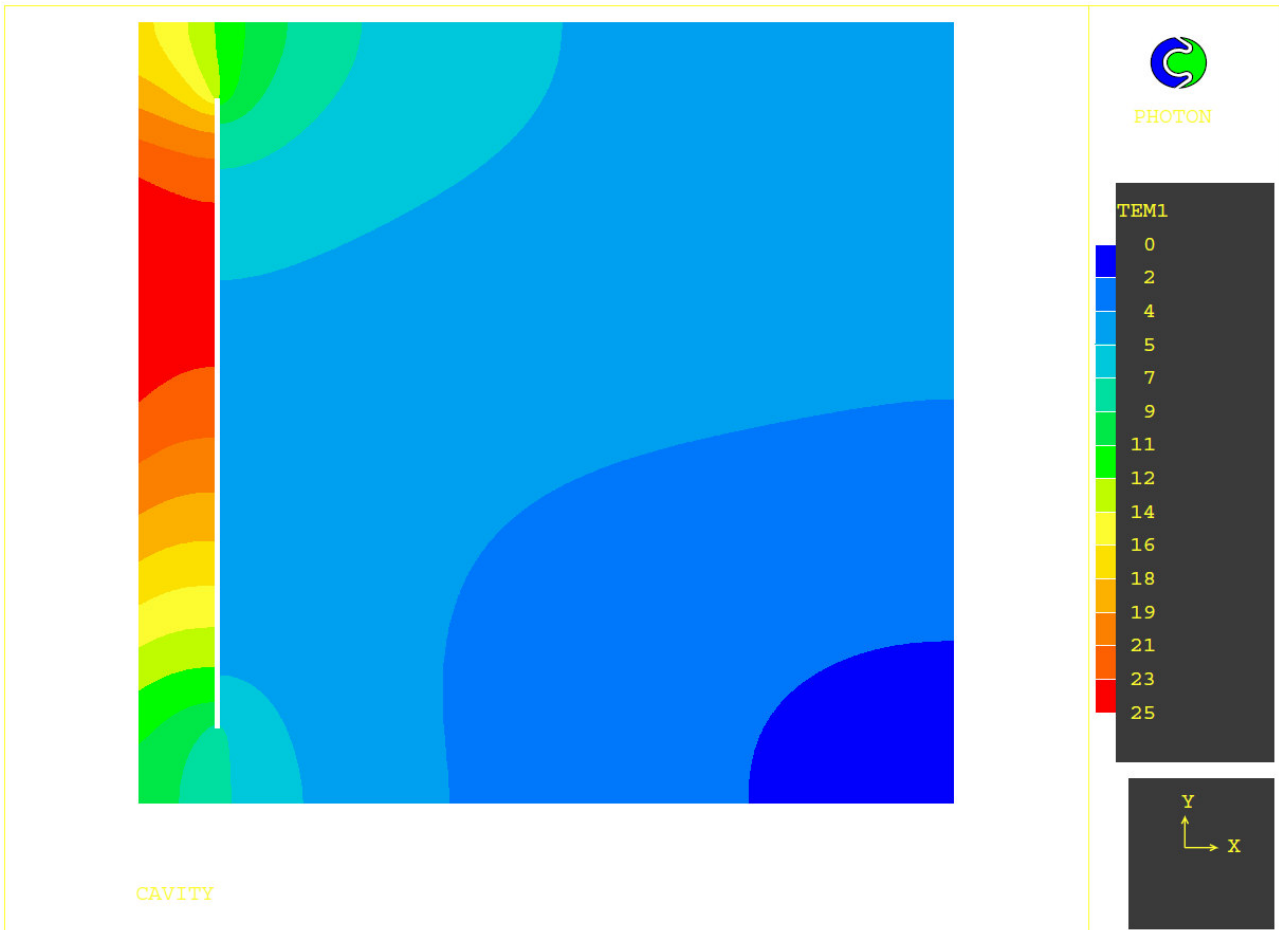


Figura 8.15: Representación de los contornos de temperatura en la Configuración de la Figura 2.2 para un Rayleigh de 10^4 bajo una condición de calentamiento de flujo de calor constante.

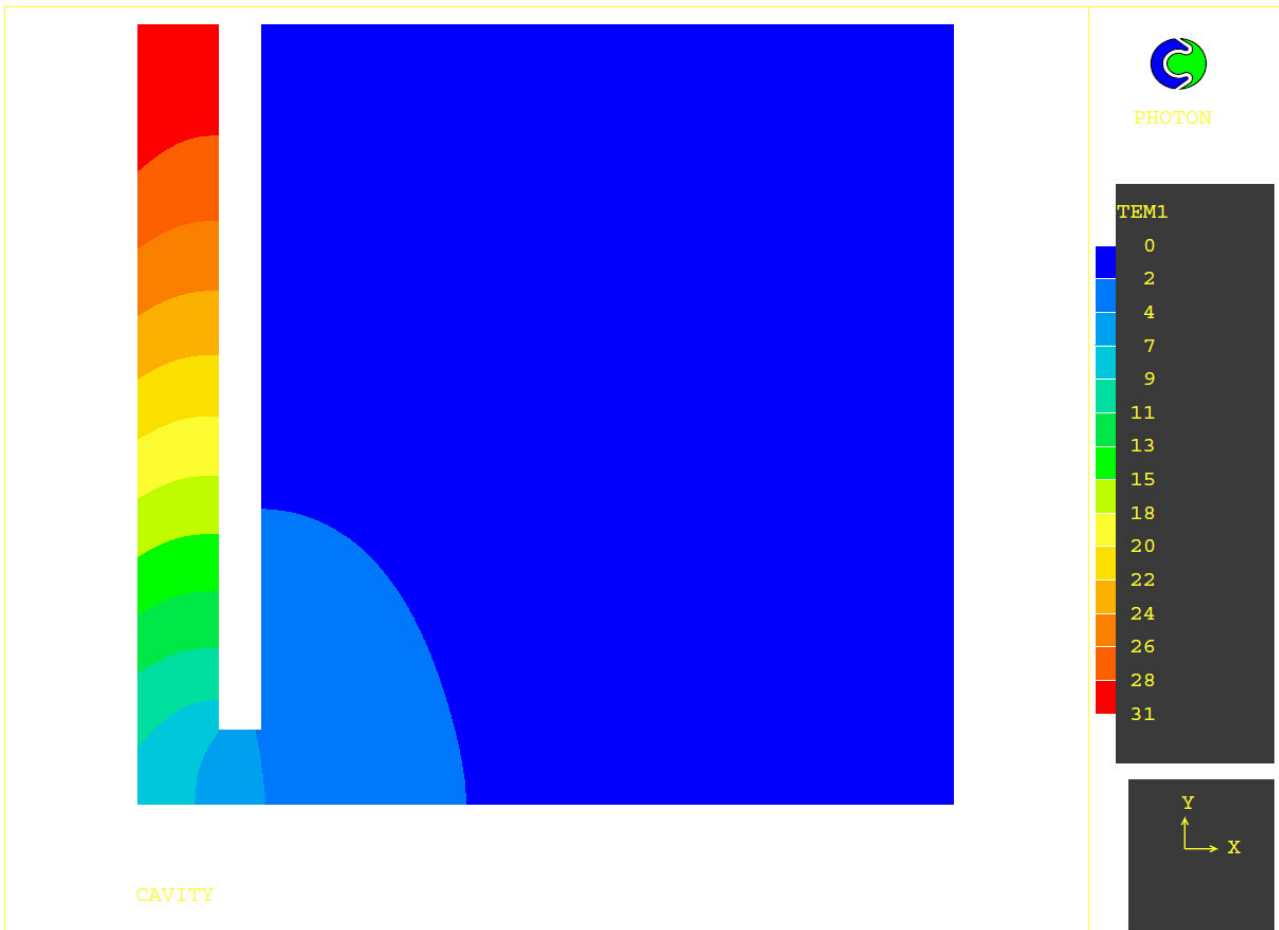


Figura 8.16: Representación de los contornos de temperatura en la Configuración de la Figura 2.3 para un Rayleigh de 10^4 bajo una condición de calentamiento de flujo de calor constante.

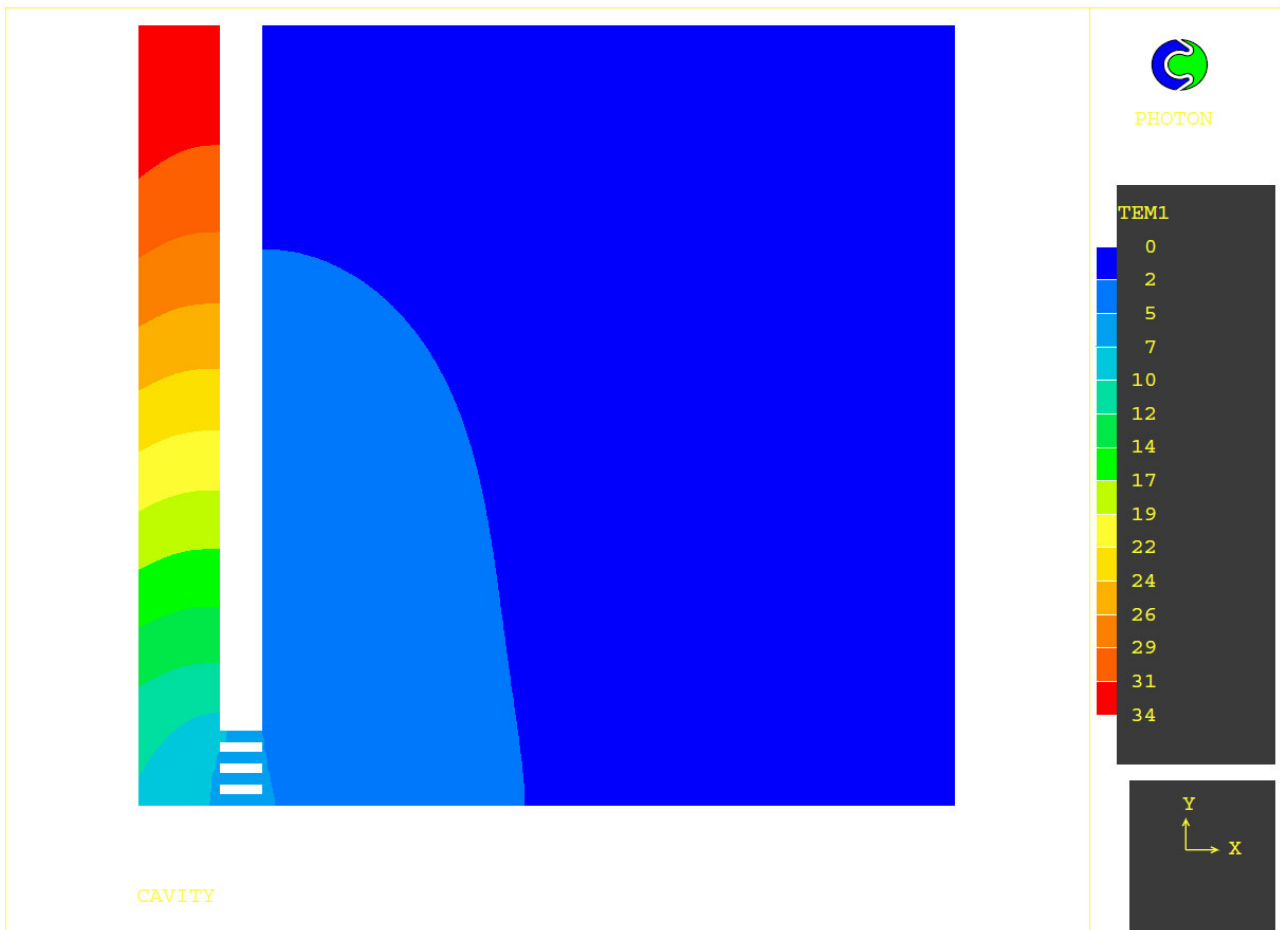


Figura 8.17: Representación de los contornos de temperatura en la Configuración de la Figura 2.4 para un Rayleigh de 10^4 bajo una condición de calentamiento de flujo de calor constante.

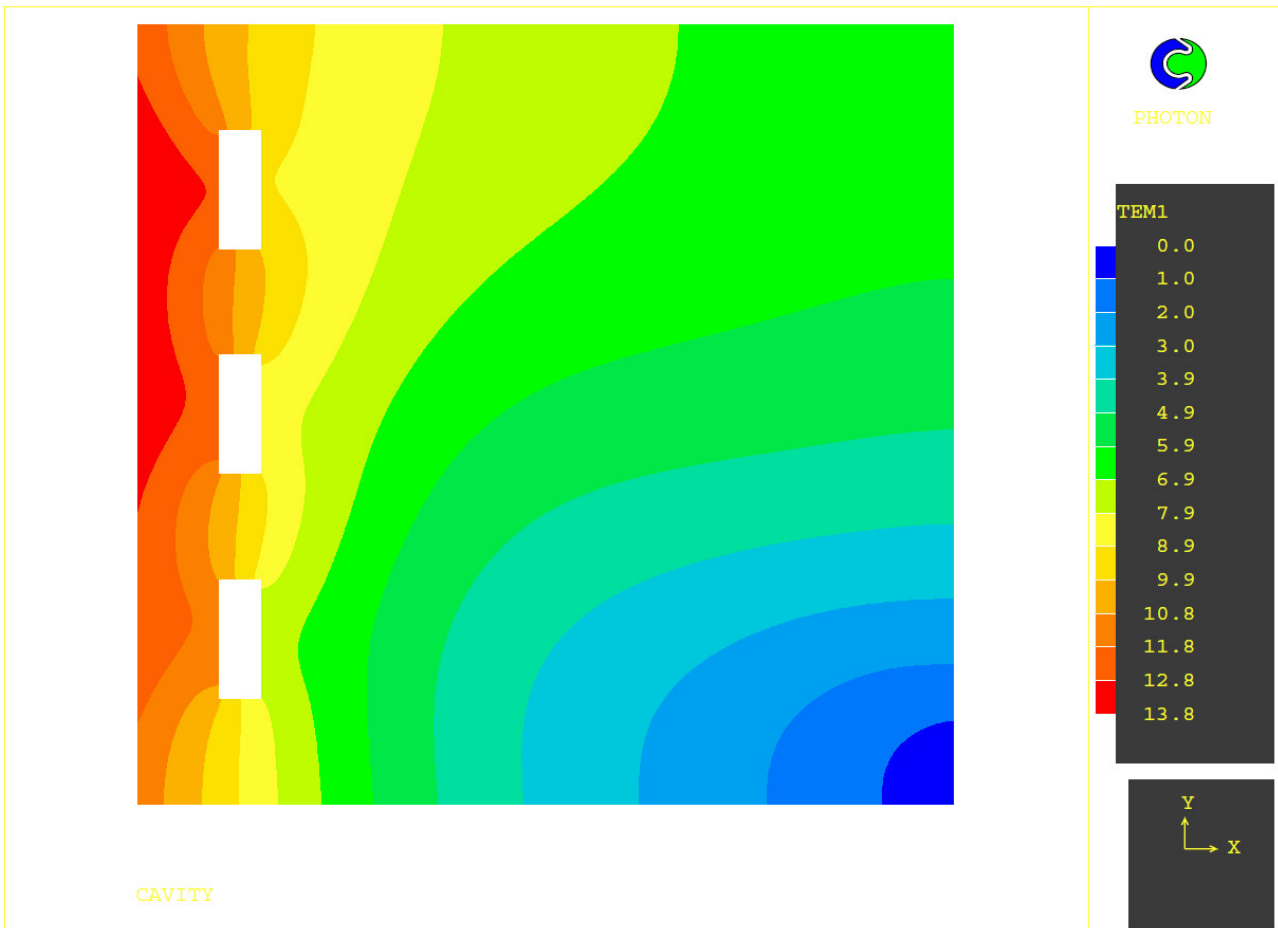


Figura 8.18: Representación de los contornos de temperatura en la Configuración de la Figura 2.5 para un Rayleigh de 10^4 bajo una condición de calentamiento de flujo de calor constante.

De forma que se puede ver con mucha facilidad la distribución de temperaturas para cada geometría, donde se observan diferencias importantes entre cada una. En todas, y como era evidente, el fluido a menor temperatura es el situado en la entrada de la cavidad, que gradualmente se va calentando hasta situarse el fluido a mayor temperatura en las proximidades de la pared calentada; sin embargo no todas las geometrías ofrecen el mismo “mecanismo” de calentamiento, se observa como en la Configuración de la Figura 2.5 la temperatura del fluido es mas heterogénea, es decir más gradual en el interior de la cavidad que en el resto de configuraciones. También es llamativo el punto donde se alcanza la mayor temperatura mientras en las Configuraciones correspondientes a las Figuras 2.3 y 2.4 la zona de mayor temperatura es la situada en la salida de la cavidad, en las Configuraciones 2.2 y 2.5 esta zona está situada por debajo.

Capítulo 9. Conclusiones

Para concluir este proyecto fin de grado se va a llevar a cabo una exposición de las principales conclusiones que se han sacado durante su elaboración. En este proyecto se ha realizado la simulación de un flujo convectivo natural en una cavidad de 2 dimensiones, se han llevado a cabo simulaciones con distintas condiciones de calentamiento (pared isoterma, y con flujo de calor constante) con la finalidad de representar distintas situaciones que se puedan dar en la vida real. Se ha estudiado el comportamiento del fluido para un rango de valores del número de Rayleigh comprendido entre $10^3 < Ra < 10^{16}$ para el caso de condición de calentamiento isoterma, y de $10^3 < Ra < 10^{12}$ para el caso de condición de calentamiento de flujo de calor constante. El estudio se ha llevado a cabo gracias a los resultados obtenidos tras la simulación numérica de este tipo de flujo a partir del programa de CFD Phoenics, a partir de dichos resultados se ha podido seguir la evolución tanto del número de Nusselt, que ha servido para tener una idea de la eficiencia en la transmisión del calor, como del flujo másico adimensional. Como parte de este trabajo también se ha estudiado el efecto de tener propiedades termofísicas variables, así como de la variación de la geometría de la cavidad insertando distintos obstáculos en el interior de la misma.

9.1 Condición de calentamiento isoterma. Conclusiones

En el caso en el que se ha considerado una condición de calentamiento en la que se tiene una pared a una temperatura constante se ha podido observar como al aumentar gradualmente el valor del número de Rayleigh se produce un incremento exponencial del caudal másico, a su vez debido al incremento de las fuerzas de flotación asociadas a una diferencia de temperatura. Dentro de esta evolución del caudal másico se observa la existencia de diferentes tendencias logarítmicas para distintos rangos del número de Rayleigh, para las que se han calculado sus respectivas correlaciones:

$$M = 0,00353(Ra_H)^{0,7291}, \quad \text{para } 10^3 < Ra_H < 10^4,$$

$$M = 0,06998(Ra_H)^{0,4326}, \quad \text{para } 10^5 < Ra_H < 10^{10},$$

$$M = 0,11365(Ra_H)^{0,4179}, \quad \text{para } 10^{11} < Ra_H < 10^{16}.$$

De igual modo, se observa una evolución exponencial del número de Nusselt al aumentar el valor

del número de Rayleigh, lo que quiere decir que se produce una mejoría en la eficiencia de la transmisión del calor según aumenta el valor del Rayleigh. Este efecto se produce debido a que al aumentar el número de Rayleigh se produce un estrechamiento de la capa límite térmica, y este estrechamiento trae como consecuencia la mejoría en la transmisión del calor. Como para el caso del flujo másico, se observa la existencia de distintas tendencias para distintos rangos del número de Rayleigh, dichas tendencias se pueden correlacionar de forma logarítmica:

$$\text{Nu}_H = 0,00438(\text{Ra}_H)^{0,6944}, \quad \text{para } 10^3 < \text{Ra}_H < 10^4,$$

$$\text{Nu}_H = 0,2391(\text{Ra}_H)^{0,2963}, \quad \text{para } 10^5 < \text{Ra}_H < 10^{10},$$

$$\text{Nu}_H = 0,01729(\text{Ra}_H)^{0,4076}, \quad \text{para } 10^{11} < \text{Ra}_H < 10^{16}.$$

Se ha introducido una velocidad adimensional, que relaciona la velocidad del fluido con el número de Rayleigh. Se ha observado que al aumentar de Rayleigh se obtienen valores de dicha velocidad adimensional considerablemente inferiores, lo que quiere decir que si bien se produce un aumento de la velocidad máxima, ésta no aumenta tanto como lo hace el valor del número de Rayleigh.

9.2 Condición de calentamiento de flujo de calor constante. Conclusiones

En el Capítulo 7 se estudia la evolución del flujo másico adimensional, así como la evolución del número de Nusselt para un rango de valores de Rayleigh, con una condición de calentamiento donde se tiene un flujo de calor constante asumiendo en primer lugar la aproximación de Boussinesq (propiedades termofísicas constantes), y posteriormente asumiendo propiedades termofísicas variables; a continuación se ha estudiado el efecto de estas últimas sobre el resultado teniendo en cuenta diferentes intensidades de calentamiento. Tras analizar los resultados, se puede concluir que en el caso en el que se tiene en cuenta la aproximación de Boussinesq, y al igual que ocurría bajo la condición de contorno isoterma, se obtiene una evolución exponencial de los valores del flujo másico y del número de Nusselt, la explicación es la misma, se produce un incremento del flujo másico debido al incremento de las fuerzas de flotación, y un aumento del número de Nusselt debido al estrechamiento que se produce en el espesor de la capa límite térmica. En este caso también se observa la existencia de diferentes tendencias para distintos rangos de Rayleigh, cuyas correlaciones logarítmicas para el flujo másico adimensional son:

$$M_B = 0,03875(\text{Ra}_H)^{0,4226}, \quad \text{para } 10^3 < \text{Ra}_H < 10^4,$$

$$M_B = 0,1100(\text{Ra}_H)^{0,3319}, \quad \text{para } 10^5 < \text{Ra}_H < 10^{10},$$

$$M_B = 0,09059(\text{Ra}_H)^{0,3397}, \quad \text{para } 10^{11} < \text{Ra}_H < 10^{12},$$

Y para el Nusselt:

$$\text{Nu}_{H,B} = 0,04389(\text{Ra}_H)^{0,3994}, \quad \text{para } 10^3 < \text{Ra}_H < 10^4,$$

$$\text{Nu}_{H,B} = 0,3560(\text{Ra}_H)^{0,2215}, \quad \text{para } 10^5 < \text{Ra}_H < 10^{10},$$

$$\text{Nu}_{H,B} = 0,13109(\text{Ra}_H)^{0,2623}, \quad \text{para } 10^{11} < \text{Ra}_H < 10^{12}.$$

En el caso de considerar propiedades variables se ha podido observar como para una intensidad de calentamiento pequeña ($\Lambda = 0,01$) se obtienen resultados muy similares a los obtenidos considerando la aproximación de Boussinesq. Las correlaciones a las que se ha llegado para este caso son:

$$M = 0,03461(\text{Ra}_H)^{0,4326}, \quad \text{para } 10^3 < \text{Ra}_H < 10^4, \text{ con un error cuadrático de } R^2 = 1,$$

$$M = 0,1093(\text{Ra}_H)^{0,3319}, \quad \text{para } 10^5 < \text{Ra}_H < 10^{10}, \text{ con un error cuadrático de } R^2 = 0,9999,$$

$$M = 0,09174(\text{Ra}_H)^{0,3418}, \quad \text{para } 10^{11} < \text{Ra}_H < 10^{12}, \text{ con un error cuadrático de } R^2 = 1.$$

Para el número de Nusselt:

$$\text{Nu}_H = 0,03906(\text{Ra}_H)^{0,4102}, \quad \text{para } 10^3 < \text{Ra}_H < 10^4,$$

$$\text{Nu}_H = 0,3398(\text{Ra}_H)^{0,2237}, \quad \text{para } 10^5 < \text{Ra}_H < 10^{10},$$

$$\text{Nu}_H = 0,14129(\text{Ra}_H)^{0,2592}, \quad \text{para } 10^{11} < \text{Ra}_H < 10^{12}.$$

Sin embargo se observa como al ir aumentando la intensidad del calentamiento los resultados que se obtienen considerando propiedades variables comienzan a discernir de los obtenidos asumiendo propiedades constantes, llegándose a producir un descenso drástico en el valor del número de Nusselt produciéndose un aumento importante en la temperatura del fluido que se encuentra en el interior de la cavidad. Este fenómeno, denominado por algunos autores burnout, se produce cuando la fuerza de flotación alcanza su valor límite, ya que ésta aumenta según se incrementa la diferencia de temperatura sin embargo no lo hace de forma indefinida sino que tiende a alcanzar un valor límite, mientras que el aumento de la viscosidad del aire continua, al igual que el descenso de densidad, lo que trae como consecuencia el descenso drástico en el valor del número de Nusselt. Este fenómeno es más sensible para valores bajos del número de Rayleigh, como se ha observado se puede reproducir el burnout para parámetros de calentamiento del orden de la unidad, pero por muy alto que sea el Rayleigh siempre existe una intensidad de calentamiento capaz de provocar esta situación crítica.

Bajo esta condición de calentamiento se produce, al igual que en el caso de la pared isoterma, una disminución en el valor de la velocidad adimensional.

9.3 Variación geométrica. Conclusiones

En el Capítulo 8 de este trabajo se estudia la influencia de la variación de la geometría en el interior de la cavidad con una condición de calentamiento de flujo de calor constante. Tras realizar dicho estudio cabe concluir que para valores bajos del número de Rayleigh existe una diferencia significativa entre los valores del número de Nusselt que se obtienen para cada configuración. Estas diferencias pueden ser explicadas debido a que para bajos valores de Rayleigh, donde se suele tener un flujo de tipo laminar, el espesor de la capa límite suele ser significativo, por lo tanto en las

configuraciones donde exista una mayor superficie de contacto entre el fluido y las paredes es de esperar que se obtengan valores del número de Nusselt menores. Al ir aumentando gradualmente el valor del Rayleigh el flujo evoluciona de laminar a un flujo de transición, y de éste a uno de tipo turbulento, a lo largo de este proceso se produce un estrechamiento en la capa límite térmica, por lo que los valores del número de Nusselt tenderán a converger según aumente el valor del Rayleigh.

Para cada configuración geométrica, y como ha ido ocurriendo en los capítulos anteriores, se observa la existencia de tres tendencias diferentes para diferentes valores de Rayleigh. En primer lugar, para valores bajos se observan tendencias diferentes entre las distintas configuraciones, cuya correlación se puede aproximar a una de tipo logarítmica:

- Placa adiabática:

$$Nu_H = 0,03712 \cdot Ra_H^{0,3531}, \quad \text{para } 10^3 < Ra_H < 10^4,$$

- Muro adiabático:

$$Nu_H = 0,02498 \cdot Ra_H^{0,3774}, \quad \text{para } 10^3 < Ra_H < 10^4,$$

- Muro con obstáculos:

$$Nu_H = 0,02154 \cdot Ra_H^{0,3814}, \quad \text{para } 10^3 < Ra_H < 10^4,$$

- Muro segmentado:

$$Nu_H = 0,08396 \cdot Ra_H^{0,309}, \quad \text{para } 10^3 < Ra_H < 10^4,$$

Posteriormente se observa una segunda tendencia similar para las diferentes configuraciones geométricas, cuya correlación aproximada es:

$$Nu_H = 0,3086 \cdot Ra_H^{0,2270}, \quad \text{para } 10^5 < Ra_H < 10^{10},$$

Finalmente, las tendencias de las diferentes configuraciones comienzan a divergir de nuevo:

- Placa adiabática:

$$Nu_H = 0,2181 \cdot Ra_H^{0,2401}, \quad \text{para } 10^{11} < Ra_H < 10^{12}.$$

- Muro adiabático:

$$Nu_H = 0,04045 \cdot Ra_H^{0,3}, \quad \text{para } 10^{11} < Ra_H < 10^{12}.$$

- Muro con obstáculos:

$$Nu_H = 0,1827 \cdot Ra_H^{0,2458}, \quad \text{para } 10^{11} < Ra_H < 10^{12}.$$

- Muro segmentado:

$$Nu_H = 0,2996 \cdot Ra_H^{0,2237}, \quad \text{para } 10^{11} < Ra_H < 10^{12}.$$

El comportamiento del fluido en cada configuración geométrica es diferente, se suele tener una velocidad mayor en la configuración donde existe un muro segmentado, mientras que la menor se obtiene para la configuración donde hay un muro adiabático con obstáculos. También se observa un comportamiento diferente en la distribución de la temperatura en el interior de la cavidad, mientras que para las configuraciones donde se incluye un muro adiabático, y un muro con obstáculos la zona a mayor temperatura es la que se encuentra en la apertura de salida de la cavidad, en las configuraciones esa zona se encuentra por debajo de la apertura de salida.

Por último, en cuanto a la evolución de la velocidad adimensional el resultado es el mismo que en los capítulos anteriores, aunque la velocidad aumenta a causa de las fuerzas de flotación lo hace con una tasa de crecimiento menor que la evolución del número de Rayleigh.

9.4 Futuras líneas de continuación del proyecto

Una vez finalizado este proyecto existe una serie de líneas de trabajo por las que se podría dar continuidad al mismo, a continuación se citan algunas que podrían resultar de interés llevar a cabo:

- Considerar cavidades con diferente geometría.
- El estudio de la influencia de incluir en el interior de la cavidad elementos no adiabáticos.
- Considerar la existencia de radiación sobre la cavidad.
- La evolución transitoria del fluido en el interior de la cavidad.
- Considerar un entorno en 3 dimensiones.
- Considerar condiciones de calentamiento variables.

Bibliografía

1. Wikipedia; disponible de <<http://es.wikipedia.org/wiki/Termosif%C3%B3n>>
2. F. J. Neila González; *Arquitectura bioclimática en un entorno sostenible*, Munilla-lería, 2004.
3. Wikipedia; disponible de <http://es.wikipedia.org/wiki/Chimenea_solar>
4. ABC, disponible de <<http://www.abc.es/ciencia/20131208/abci-invento-chimenea-solar-espanol-201312072202.html>>
5. A. M. Clausing; *Natural convection correlations of heat transfer*, J. Heat Transfer, Vol. 107, 133-138, 1985.
6. A. M. Clausing y S. N. Kempka; *The influence of property variation on natural convection from vertical surfaces*, J. Heat Transfer, Vol. 103, 609-612, 1981.
7. E. M. Sparrow y J. L. Gregg; *The variable fluid property problem in free convection*, J. Heat Transfer, Vol. 80, 879-886, 1958.
8. Z. Y. Guo, X. B. Wu; *Thermal drag and critical heat flux for natural convection of air in vertical parallel plates*, J. Heat Transfer, Vol. 115, 124-129, 1993.
9. J. Hernández, B. Zamora; *Effects of variable properties and non-uniform heating on natural convection flows in vertical channels*, Heat and Mass Transfer, Vol. 48, 793-807, 2005.
10. G. Gan, S. B. Riffat; *A numerical study of solar chimney for natural ventilation of buildings with heat recovery*, Appl. Therm. Eng. Vol 18, 1171-1187, 1998.
11. H. Onbasioglu, A.N. Egrican; *Experimental approach to the thermal response of passive systems*, Energy Convers. Manage. Vol 43, 2053-2065, 2002.
12. S. A. M. Burek, A. Habeb; *Air flow and thermal efficiency characteristics in solar chimneys and*

Trombe Walls, Energy Build, Vol 39, 128-135, 2007.

13. B. Zamora, A. S. Kaiser; *Optimum wall-to-wall spacing in solar chimney shaped channels in natural convection by numerical investigation*, Applied Thermal Engineering, Vol. 29, 762-769, 2009.

14. H. Akbari, T. R. Borgers; *Free convective turbulent flows within the Trombe Wall channel*, Solar Energy, Vol 33, 253-264, 1984.

15. W. Smolec, A. Thomas; *Problems encountered in heat transfer studies of a Trombe Wall*, Energy Convers Mgmt, Vol. 35, 483-491, 1994.

16. H. B. Awbi; *Design considerations for naturally ventilated buildings*, Renew Energy, Vol 5, 1081-1090, 1994.

17. B. Zamora, A. S. Kaiser; *Thermal and dynamic optimization of the convective flow in Trombe Wall shaped channels by numerical investigation*, Heat Mass Transfer, Vol. 45, 1393-1407, 2009.

18. Y. L. Chan, C. L. Tien; *A numerical study of two-dimensional laminar natural convection in shallow open cavities*, International Journal of Heat Mass transfer, Vol. 28, 603-612, 1985.

19. A. A. Mohamad, R. Viskanta; *An evaluation of different discretization schemes for natural convection of low-Prandtl number fluids in cavities*, Num Heat Transfer B, Vol. 16, 179-192, 1989.

20. E. Bilgen, H. Oztop; *Natural convection heat transfer in partially open inclined square cavities*, Int J. Heat Mass Transfer, Vol. 48, 1470-1479, 2005.

21. E. Bilgen, A. Balkaya; *Natural convection on discrete heaters in a square enclosure with ventilation ports*, Int J Heat Fluid Flow, Vol. 29, 1182-1189, 2008.

22. E. Bilgen, A. Muftuoglu; *Natural convection in a open square cavity with slots*, Int Comm Heat Mass Transfer, Vol. 35, 896-900, 2008.

23. K. Khanafer, K. Vafai; *Effective boundary conditions for bouyancy-driven flows and heat transfer in fully open-ended two-dimensional enclosure*, International Journal of Heat Mass Transfer, Vol. 45, 2527-2538, 2002.

24. S. Anil Lal, C. Reji; *Numerical prediction of natural convection in vented cavities using restricted domain approach*, International Journal Heat Mass Transfer, Vol. 52, 724-734, 2009.

25. B. Zamora, A. S. Kaiser; *Influence of the variable thermophysical properties on the turbulent bouyancy-driven airflow inside open cavities*, Heat Mass Transfer, Vol. 48, 35-53, 2012.

26. B. Zamora, A. S. Kaiser; *3D effects in numerical simulations of convective flows in cubical open cavities*, International Journal of Thermal Sciences, Vol.77, 172-185, 2014.

27. A. Bejan; *Heat transfer*, Wiley, 1993.

28. P. Ros; *Evaluación del código Phoenix para la simulación numérica del flujo en separadores de gotas de torres de refrigeración*; Proyecto Fin de Carrera, Universidad Politécnica de Cartagena, 2011.

29. C. D. Moreno Rodríguez; *Simulación numérica de flujos convectivos a altos números de Rayleigh en sistemas pasivos de climatización*; Proyecto de Fin de Carrera, Universidad Politécnica de Cartagena, 2007.
30. B. Zamora; *Notas sobre simulación numérica de flujo de fluidos*, Universidad Politécnica de Cartagena, 2013.
31. A. Viedma; *Apuntes de Mecánica de fluidos aplicada*, Universidad Politécnica de Cartagena, 2010.
32. A. Crespo; *Mecánica de Fluidos*, Thomson, 2006.
33. M. S. Nieto; *Mecánica de Fluidos general*, Universidad Politécnica de Cartagena, 2009.