

Uso Combinado de Imágenes Espaciales con Planos de Masa Dinámicos: Aplicación al Análisis de Cavidades Rectangulares Multicapa

J. S. Gomez-Diaz, M. Garcia-Vigueras, D. Cañete-Rebenaque y A. Álvarez-Melcón
Universidad Politécnica de Cartagena, Antiguo Cuartel de Antigones
Campus Muralla del Mar s/n; 30202 Cartagena, Murcia, Spain.
E-mail: jsebastian_gomez@ono.com, alejandro.alvarez@upct.es

Abstract—The use of ground planes is proposed inside the spatial images technique in order to calculate the multilayered shielded Green's functions for rectangular enclosures. The positions of the ground planes are dynamically located, covering two walls of the cavity, as a function of the source position. Spatial mirror images, related to the ground planes, are used to perfectly impose the boundary conditions along these cavity walls. This completely removes the problems associated to the singular behavior of the source when it is placed close to a wall or a corner, improving numerical stability. In addition, the method leads to a very efficient computation (about 15 times faster than the original approach), due to the reduced number of non-mirror images that must be effectively computed. A multi-band filter in hybrid waveguide-microstrip technology is analyzed with the new method, showing excellent agreement with measured data.

I. INTRODUCCIÓN

La técnica de las imágenes espaciales ha sido recientemente desarrollada para el cálculo de las funciones de Green asociadas a cavidades multicapa encapsuladas circulares [1] o con una geometría más genérica [2], [3]. La técnica presenta problemas de convergencia aparecen cuando la fuente puntual se sitúa muy cerca de las paredes de la cavidad, debido a la gran dificultad de compensar la singularidad introducida por la fuente. Para resolver este problema se pueden emplear técnicas de optimización [2], que limitan el efecto de la singularidad. No obstante estas técnicas requieren un alto coste computacional, prohibitivo para el análisis práctico de circuitos de microondas.

En este artículo se propone el uso combinado de planos de masa con la técnica de imágenes espaciales, aplicado al análisis de cavidades multicapa rectangulares. Los planos de masa se sitúan cubriendo dos de las paredes de la cavidad, que se eligen por proximidad a la ubicación de la fuente. Cargas y dipolos especulares aparecen respecto a estos planos de masa. El valor de las imágenes especulares es conocido por teoría de imágenes [4], de tal forma que el número efectivo de imágenes que deben de ser calculadas de forma numérica es muy reducido. El efecto combinado de las imágenes especulares junto a las imágenes espaciales imponen las condiciones de contorno sobre los potenciales de forma *perfecta* en las dos paredes cubiertas por los planos de masa, y de forma numérica sobre las dos paredes restantes (como en la implementación original del método). El uso de planos de masa dinámicos, en

función de la posición de la fuente, elimina de forma completa los problemas de convergencia que aparecían cuando la fuente se sitúa cerca de una pared o esquina, ya que sobre esas paredes críticas las condiciones de contorno son impuestas de forma perfecta. De esta forma, el método es preciso para todas las posiciones de la fuente.

El método tiene dos ventajas fundamentales. En primer lugar, las condiciones de contorno se imponen de forma perfecta en aquellas paredes cercanas a la fuente puntual, eliminando cualquier posible inestabilidad numérica. En segundo lugar, el tiempo de cálculo se reduce de forma exponencial, ya que hay un menor número de imágenes cuyo valor hay que calcular de forma numérica. Aunque realmente el número total de imágenes es superior, el valor complejo de la mayor parte de estas imágenes es conocido gracias a la teoría de imágenes, por lo que el tamaño de los sistemas de ecuaciones a resolver se reduce de forma considerable.

Para demostrar la utilidad práctico del método propuesto, se realiza el análisis de un filtro multi-banda en la tecnología híbrida guidaonda-microstrip, que combina dos resonadores microstrip con la resonancia proporcionada por la cavidad [5]. Los resultados obtenidos concuerdan de forma excelente con medidas experimentales, validando la técnica propuesta. Finalmente, destacar que este análisis es más de 15 veces más rápido que la implementación original de las imágenes espaciales [3].

II. DESARROLLO TEÓRICO

Consideremos una cavidad multicapa rectangular, excitada por una fuente puntual. La implementación propuesta de las imágenes espaciales emplea dos planos de masa auxiliares, que son ubicados a lo largo de dos de las paredes eléctricas perfectas de la cavidad. Como se comentó anteriormente, la ubicación de estos planos es dinámica en función de la posición de la fuente.

La ventaja principal de usar planos de masa sobre las paredes de la cavidad es que las condiciones de contorno en esas paredes se satisfacen de forma perfecta, gracias al conjunto total de imágenes especulares. De esta forma, las condiciones de contorno sólo deben de ser impuestas de forma numérica en las dos paredes restantes. Así se reducen de forma considerable el número efectivo de imágenes que deben

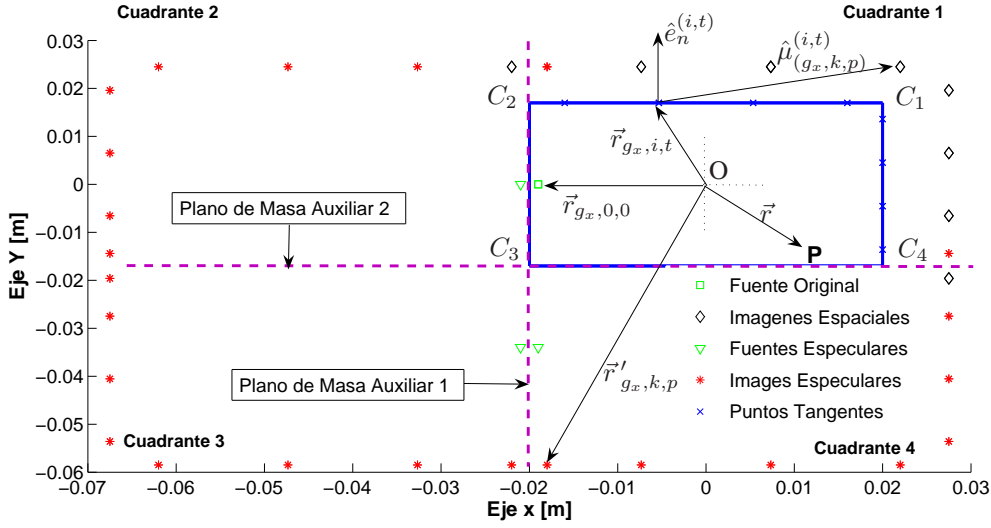


Fig. 1. Uso combinado de planos de masa auxiliares con la técnica de imágenes espaciales para el análisis de cavidades multicapa rectangulares. Imágenes especulares, con respecto de cada plano de masa, aparecen respecto a cada imagen espacial original. Las condiciones de contorno sobre los potenciales son impuestas de forma numérica en puntos discretos de aquellas paredes de la cavidad que no han sido cubiertas con los planos de masa, mientras que se imponen de forma perfecta en aquellas paredes cubiertas por los planos de masa. Las dimensiones de la cavidad son de 40x34 mm, y está compuesta por dos capas, una de dieléctrico (con $\epsilon_r = 2.2$ y altura 3.17 mm) y otra de aire (con altura 3.0 mm). La fuente puntual se sitúa en la posición $(-19, 0.0, 3.14)$ mm. O es el origen de coordenadas y P es un punto de observación cualquiera dentro de la cavidad.

de ser calculadas. Tras situar los planos de masa, imágenes especulares aparecen respecto a cada imagen espacial. Esta situación es representada en la Fig. 1.

Concretamente, las condiciones de contorno para los potenciales son impuestas en $N \times M$ puntos discretos a lo largo de dos paredes de la cavidad, distribuidas en M anillos de N puntos. Estas dos paredes son las que no están cubiertas por los planos de masa (ver Fig. 1). Después, $N \times M$ imágenes espaciales se emplean para imponer las condiciones de contorno, al igual que se hacía en la implementación original de esta técnica. Debido a la presencia de los planos de masa, imágenes especulares (tanto de la fuente como de las imágenes espaciales) aparecen respecto a ellos. De esta forma, el número total de imágenes es de $4 \times N \times M + 3$. Es importante señalar que las imágenes especulares tienen los mismos valores que las imágenes espaciales, y son únicamente afectadas por un cambio de signo, según la teoría de imágenes [4]. Finalmente, la interacción conjunta de todas las imágenes impone de forma perfecta las condiciones de contorno sobre las dos paredes de la cavidad cubiertas por los planos de masa, y una excelente aproximación numérica en las otras dos paredes.

Para obtener el potencial escalar eléctrico se debe de resolver el siguiente sistema de ecuaciones lineales:

$$\sum_{p=1}^M \sum_{k=1}^N q_{k,p} A(\vec{r}_{i,t}, \vec{r}'_{k,p}) = -A(\vec{r}_{i,t}, \vec{r}'_{0,0}) \quad (1)$$

$$t = 1, 2, 3, \dots, M; \quad i = 1, 2, 3, \dots, N$$

donde A se define como

$$A(\vec{r}, \vec{r}'_{k,p}) = S_0 [\tilde{G}_V(\vec{r}, \vec{r}'_{g_1,k,p})] - S_0 [\tilde{G}_V(\vec{r}, \vec{r}'_{g_2,k,p})] + S_0 [\tilde{G}_V(\vec{r}, \vec{r}'_{g_3,k,p})] - S_0 [\tilde{G}_V(\vec{r}, \vec{r}'_{g_4,k,p})]. \quad (2)$$

En esta notación, nos referimos a la k -ésima imagen dentro del p -ésimo anillo situado en el cuadrante g_x ($x = 1, 2, 3, 4$) usando el vector de posición $\vec{r}'_{g_x,k,p}$. Observe que el cuadrante 1 contiene las imágenes espaciales, mientras que el resto de cuadrantes contienen las imágenes especulares. De forma similar, nos referimos al i -ésimo punto sobre la pared de la cavidad dentro del t -ésimo anillo con el vector de posición $\vec{r}_{i,t}$. Observe que estos puntos están definidos únicamente sobre las dos paredes no cubiertas por los planos de masa, ya que las condiciones de contorno se impondrán de forma perfecta en las otras dos. Finalmente, el vector de posición de la fuente se denota por $\vec{r}'_{0,0}$. Es interesante señalar que el cálculo de las funciones de Green de una cavidad multicapa rectangular se obtiene mediante las funciones de Green asociadas a un medio multicapa infinito, usando la transformada Sommerfeld de orden cero (S_0) [6]. Al resolver el sistema de ecuaciones anterior (Eq. 1) obtenemos los valores complejos asociados a las cargas imagen ($q_{k,p}$). El potencial eléctrico escalar es finalmente obtenido mediante la suma siguiente:

$$G_{VT}(\vec{r}) = A(\vec{r}, \vec{r}'_{0,0}) + \sum_{p=1}^M \sum_{k=1}^N q_{k,p} A(\vec{r}, \vec{r}'_{k,p}). \quad (3)$$

Para la obtención del potencial vector magnético se sigue un procedimiento similar. Al situar un dipolo orientado en la dirección x , para imponer las condiciones de contorno se obtiene el siguiente sistema de ecuaciones lineales:

$$\begin{aligned}
& -\sin \varphi_{i,t} \sum_{p=1}^M \sum_{k=1}^N T(\vec{r}, \vec{r}'_{k,p}) I_{k,p}^x + \\
& \cos \varphi_{i,t} \sum_{p=1}^M \sum_{k=1}^N U(\vec{r}, \vec{r}'_{k,p}) I_{k,p}^y = \sin \varphi_{i,t} T(\vec{r}_{i,t}, \vec{r}'_{0,0}) \\
\end{aligned} \quad (4a)$$

$$\begin{aligned}
& \cos \varphi_{i,t} \sum_{p=1}^M \sum_{k=1}^N V_{(k,p)}^{(i,t)} I_{k,p}^x + \\
& \sin \varphi_{i,t} \sum_{p=1}^M \sum_{k=1}^N W_{(k,p)}^{(i,t)} I_{k,p}^y = -\cos \varphi_{i,t} V_{(0,0)}^{(i,t)}; \\
& \quad t = 1, 2, 3, \dots, M \quad i = 1, 2, 3, \dots, N
\end{aligned} \quad (4b)$$

donde T , U , V y W se definen como

$$\begin{aligned}
T(\vec{r}, \vec{r}'_{k,p}) &= S_0 [\tilde{G}_A(\vec{r}, \vec{r}'_{g_1,k,p})] + S_0 [\tilde{G}_A(\vec{r}, \vec{r}'_{g_2,k,p})] \\
& - S_0 [\tilde{G}_A(\vec{r}, \vec{r}'_{g_3,k,p})] - S_0 [\tilde{G}_A(\vec{r}, \vec{r}'_{g_4,k,p})],
\end{aligned} \quad (5a)$$

$$\begin{aligned}
U(\vec{r}, \vec{r}'_{k,p}) &= S_0 [\tilde{G}_A(\vec{r}, \vec{r}'_{g_1,k,p})] - S_0 [\tilde{G}_A(\vec{r}, \vec{r}'_{g_2,k,p})] \\
& - S_0 [\tilde{G}_A(\vec{r}, \vec{r}'_{g_3,k,p})] + S_0 [\tilde{G}_A(\vec{r}, \vec{r}'_{g_4,k,p})],
\end{aligned} \quad (5b)$$

$$\begin{aligned}
V_{(k,p)}^{(i,t)} &= -S_1 [\tilde{G}_A(\vec{r}_{i,t}, \vec{r}'_{g_1,k,p})] \hat{e}_n^{(i,t)} \cdot \hat{\mu}_{(g_1,k,p)}^{(i,t)} \\
& - S_1 [\tilde{G}_A(\vec{r}_{i,t}, \vec{r}'_{g_2,k,p})] \hat{e}_n^{(i,t)} \cdot \hat{\mu}_{(g_2,k,p)}^{(i,t)} \\
& + S_1 [\tilde{G}_A(\vec{r}_{i,t}, \vec{r}'_{g_3,k,p})] \hat{e}_n^{(i,t)} \cdot \hat{\mu}_{(g_3,k,p)}^{(i,t)} \\
& + S_1 [\tilde{G}_A(\vec{r}_{i,t}, \vec{r}'_{g_4,k,p})] \hat{e}_n^{(i,t)} \cdot \hat{\mu}_{(g_4,k,p)}^{(i,t)},
\end{aligned} \quad (5c)$$

$$\begin{aligned}
W_{(k,p)}^{(i,t)} &= -S_1 [\tilde{G}_A(\vec{r}_{i,t}, \vec{r}'_{g_1,k,p})] \hat{e}_n^{(i,t)} \cdot \hat{\mu}_{(g_1,k,p)}^{(i,t)} \\
& + S_1 [\tilde{G}_A(\vec{r}_{i,t}, \vec{r}'_{g_2,k,p})] \hat{e}_n^{(i,t)} \cdot \hat{\mu}_{(g_2,k,p)}^{(i,t)} \\
& + S_1 [\tilde{G}_A(\vec{r}_{i,t}, \vec{r}'_{g_3,k,p})] \hat{e}_n^{(i,t)} \cdot \hat{\mu}_{(g_3,k,p)}^{(i,t)} \\
& - S_1 [\tilde{G}_A(\vec{r}_{i,t}, \vec{r}'_{g_4,k,p})] \hat{e}_n^{(i,t)} \cdot \hat{\mu}_{(g_4,k,p)}^{(i,t)}.
\end{aligned} \quad (5d)$$

Es importante distinguir los diferentes vectores y ángulos empleados en la notación (ver Fig. 1). Concretamente, se realiza el cálculo del producto escalar entre el vector unitario $\hat{e}_n^{(i,t)}$ [normal a la pared donde se define el punto (i, t)] y el vector unitario $\left[\hat{\mu}_{(g_x,k,p)}^{(i,t)} \right]$, que relaciona la imagen (g_x, k, p) con el punto (i, t) . Además, $\varphi_{i,t}$ se define como el ángulo entre el vector unitario $(\hat{e}_n^{(i,t)})$ y el eje x . Para el caso de cavidades rectangulares, $\varphi_{i,t}$ tiene un valor de 0 o de $\pi/2$ para paredes orientadas en el eje x ó y , respectivamente. Es interesante señalar que en este caso se emplea la transformada Sommerfeld de orden 1 (S_1) [6]. Esto es debido a las derivadas espaciales que se necesitan al imponer las condiciones de contorno para el campo normal a la paredes de la cavidad.

Al resolver este sistema de ecuaciones, obtenemos los valores complejos de los dipolos imágenes orientados en el eje x ($I_{k,p}^x$) o en el eje y ($I_{k,p}^y$). Una vez obtenidos estos valores,

las componente diádicas del potencial vector magnético se obtienen empleando las siguientes sumas finitas:

$$G_{A_T}^{xx}(\vec{r}, \vec{r}'_0) = T(\vec{r}, \vec{r}'_{0,0}) + \sum_{p=1}^M \sum_{k=1}^N I_{k,p}^x T(\vec{r}, \vec{r}'_{k,p}), \quad (6)$$

$$G_{A_T}^{yx}(\vec{r}, \vec{r}'_0) = \sum_{p=1}^M \sum_{k=1}^N I_{k,p}^y U(\vec{r}, \vec{r}'_{k,p}). \quad (7)$$

Para el caso de un dipolo fuente orientado en el eje y , se obtienen ecuaciones similares.

La ubicación de las imágenes espaciales alrededor de la cavidad que se está analizando siempre ha sido un grado de libertad importante de esta técnica, con una influencia directa en la precisión de la misma. A diferencia de otros métodos de optimización [2], el método propuesto en este artículo impone de forma perfecta las condiciones de contorno en dos paredes de la cavidad rectangular, eliminando completamente los problemas asociados al comportamiento singular de la fuente cuando ésta se encuentra cerca de la pared. Esto evita que la ubicación de las imágenes espaciales deban de compensar numéricamente esta singularidad, como ocurría anteriormente [3]. De esta forma, el impacto de la posición de las imágenes espaciales sobre la precisión del método es drásticamente reducido.

Otra ventaja interesante del método propuesto es la reducción del tiempo de cálculo requerido para obtener las funciones de Green. Aunque el número total de imágenes ha aumentado con esta técnica, la mayoría de ellas son imágenes especulares, con un valor complejo previamente conocido por teoría de imágenes. De esta forma, el número total de imágenes efectivas que deben de ser calculadas se reduce de forma considerable. Esta reducción es una consecuencia directa de la imposición perfecta de las condiciones de contorno en dos de las paredes de la cavidad.

III. RESULTADOS

En esta sección, demostraremos en primer lugar que el método propuesto es capaz de obtener las funciones de Green asociadas a una cavidad rectangular multicapa de forma precisa, incluso cuando la fuente se sitúa muy cerca de una de las paredes de la cavidad (ver Fig. 1). Para ello, mostramos en la Fig. 2 el potencial escalar eléctrico a lo largo del perímetro de la cavidad, usando imágenes espaciales combinadas y sin combinar con planos de masa.

En un caso ideal, el potencial escalar eléctrico es cero alrededor del perímetro de la cavidad. Como se puede observar en la figura, el método propuesto obtiene este resultado en las dos paredes donde los planos de masa han sido ubicados. En las otras dos paredes, el potencial presenta un valor de rizado muy bajo. Por el contrario, la implementación original de las imágenes espaciales no es capaz de compensar el comportamiento singular de la fuente cerca de la pared.

Las funciones de Green obtenidas han sido empleadas para el análisis de un filtro multi-banda diseñado en tecnología guiaonda-microstrip [5]. Este filtro se presenta en la Fig. 3.

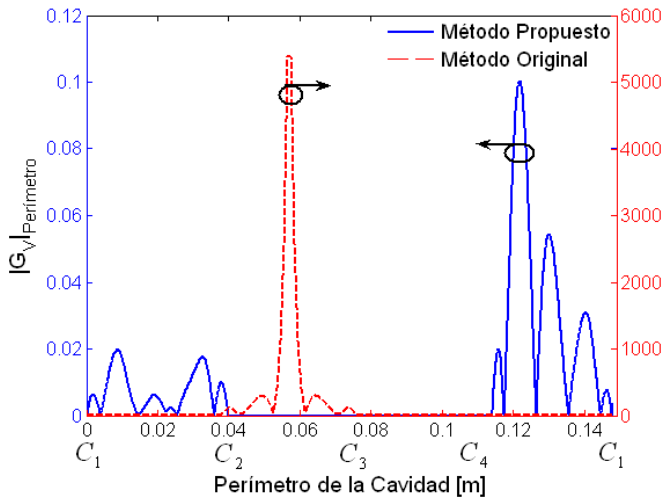


Fig. 2. Potencial escalar eléctrico $|G_V|$ a lo largo del perímetro de la cavidad (ver Fig. 1), obtenido con el método propuesto y con la implementación original de las imágenes espaciales. La fuente se ubica cerca de la pared en la posición $(-19, 0.0, 3.14)$ mm. Las etiquetas C_1 , C_2 , C_3 y C_4 indican los vértices de la cavidad (ver Fig. 1).

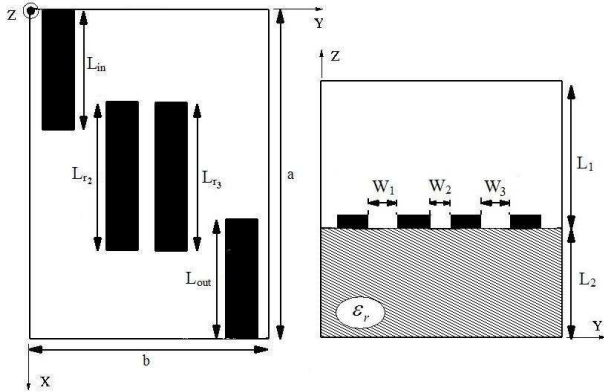


Fig. 3. Filtro multi-banda fabricado en la tecnología híbrida guíaonda-microstrip. $L_1 = 3.0$ mm, $L_2 = 3.15$ mm, $\epsilon_r = 2.2$ mm, $L_{in} = L_{out} = 14.0$ mm, $L_{r1} = L_{r2} = 24.54$ mm, $W_1 = W_3 = 1.8$ mm, $W_2 = 5.0$ mm, $a = 40.0$ mm, $b = 34.0$ mm.

Este filtro combina dos resonadores microstrip con la resonancia de la cavidad, obteniendo un filtro dual paso-banda de tercer orden. Observe que el modelado de la cavidad multicapa es fundamental en este caso, pues proporciona una de las resonancias del filtro dual. El resultado del análisis empleando el método propuesto se presenta en la Fig. 4. Resultados full-wave comerciales superimponen directamente y no han sido incluidos por simplicidad. Medidas experimentales son presentadas para una validación final, mostrando una concordancia muy buena con las simulaciones.

Finalmente, observe que el tiempo de ejecución del método propuesto es muy bajo. Concretamente, el análisis del filtro propuesto se ha realizado en tan solo 0.45 segundos por punto frecuencial, mientras que la técnica original requería 7.1 segundos (es decir, el método propuesto es 15 veces más rápido que el original).

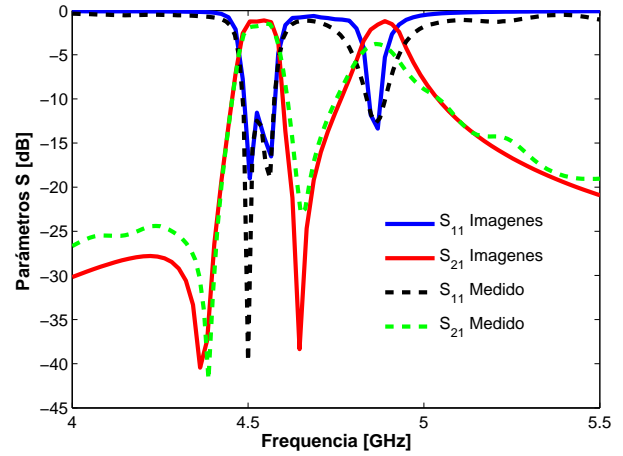


Fig. 4. Parámetros de dispersión del filtro presentado en la Fig. 3, analizado con la técnica de imágenes espaciales propuesta. Se presentan medidas experimentales para validar el método.

IV. CONCLUSIONES

En este artículo se ha propuesto el uso de planos de masa para mejorar la técnica de las imágenes espaciales, aplicada al cálculo de las funciones de Green de cavidades rectangulares multicapa. Las condiciones de contorno se imponen de forma perfecta en aquellas paredes de la cavidad cubiertas con los planos de masa, gracias a la aparición de imágenes especulares. Esto aumenta de forma considerable la estabilidad del método numérico, eliminando los problemas de convergencia que aparecían cuando la fuente singular se acercaba a alguna pared. Además, el tiempo de cálculo se ha reducido de forma notable, ya que el número de imágenes efectivas que deben de ser calculadas de forma numérica es muy reducido. Finalmente, la técnica propuesta se ha empleado para el análisis de un filtro en tecnología híbrida guíaonda-microstrip, mostrando una excelente concordancia con medidas experimentales.

REFERENCES

- [1] F. Q. Pereira, P. V. Castejon, D. C. Rebenaque, J. P. Garcia, and A. A. Melcon, "Numerical evaluation of the Green's functions for cylindrical enclosures," *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*, vol. 53, pp. 94–105, January 2005.
- [2] J. S. Gómez-Díaz, F. D. Quesada-Pereira, J. Pascual-Garcia, and A. Alvarez-Melcon, "Numerical Evaluation of the Green's Functions for Arbitrarily-Shaped Cylindrical Enclosures and their Optimization by a new Spatial Images Method," *Radio Science*, vol. 42, pp. 1–16, October 2007.
- [3] J. S. Gómez-Díaz, M. Martínez-Mendoza, F. Perez-Soler, F. D. Quesada-Pereira, and A. Alvarez-Melcon, "Practical Implementation of the Spatial Images Technique for the Analysis of Shilded Multilayered Printed Circuits," *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*, vol. 56, pp. 131–141, January 2008.
- [4] C. A. Balanis, *Advanced Engineering Electromagnetics*. John Wiley and Sons, 1989.
- [5] M. Martínez-Mendoza, J. S. Gómez-Díaz, D. Cañete-Rebenaque, and A. Alvarez-Melcon, "Design of Dual-Bandpass Hybrid Waveguide-Microstrip Microwave Filters," *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*, vol. 56, pp. 2913–2920, December 2008.
- [6] K. Michalski, "Extrapolation methods for Sommerfeld integral tails," *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, vol. 46, pp. 1405–1418, October 1998.