



**industriales**  
etsii

Escuela Técnica  
Superior  
de Ingeniería  
Industrial

# UNIVERSIDAD POLITÉCNICA DE CARTAGENA

Escuela Técnica Superior de Ingeniería Industrial

## Modelado y Simulación del Funcionamiento y Control de un Motor BLDC

TRABAJO FIN DE GRADO  
GRADO EN ELECTRÓNICA INDUSTRIAL Y AUTOMÁTICA

**Autor:** María Duro López  
**Director:** José Antonio Villarejo Mañas



Universidad  
Politécnica  
de Cartagena

Cartagena, a 25 de septiembre del 2017

# ÍNDICE

1. Introducción.....	4
1.1. Motivación.....	4
1.2. Objetivos.....	5
2. Estado del arte.....	6
2.1. Motores BLDC.....	6
2.2. Comparativa con los motores CC con escobillas.....	7
3. Modelo del motor.....	9
3.1. Estátor.....	9
3.2. Rotor.....	9
3.3. Sensores de posición.....	10
3.4. Control de la conmutación.....	11
3.4.1. Etapa de potencia.....	12
3.4.2. Lógica de control del inversor.....	18
3.5. Modelo matemático.....	21
3.6. Simulaciones.....	28
4. Diseño del controlador.....	35
4.1. Introducción.....	35
4.2. Técnica de control con PWM.....	36
4.3. Diseño del lazo de corriente.....	40
4.4. Diseño del lazo de velocidad.....	47
4.4.1. Sensor de velocidad angular.....	47
4.4.2. Cálculo del PI para el control de la velocidad.....	51
4.4.3. Comportamiento del control ante la carga.....	56
5. Controlador digital.....	60
5.1. Introducción.....	60
5.2. Conversor Analógico-Digital.....	60
5.3. Representación de números en Formato de Punto Fijo.....	61
5.4. Multiplicador de 32 bits.....	62
5.5. Controlador PI discreto.....	63
5.5.1. Windup.....	65
6. Conclusiones.....	69
7. Bibliografía.....	70

# ÍNDICE DE ILUSTRACIONES

Ilustración 1. Diagrama de un motor BLDC.	9
Ilustración 2. Sección transversal de un motor BLDC de 4 polos.	10
Ilustración 3. Diagrama de un resolver.	11
Ilustración 4. Posibles caminos de la corriente en el control trapezoidal.	12
Ilustración 5. Inversor trifásico.	12
Ilustración 6. Símbolo eléctrico del MOSFET tipo N.	13
Ilustración 7. Símbolo eléctrico del MOSFET tipo P.	13
Ilustración 8. Símbolo eléctrico del transistor IGBT.	14
Ilustración 9. Control de la conmutación, inversor y modelo del motor BLDC en Xcos.	14
Ilustración 10. Inversor trifásico.	14
Ilustración 11. Interfaz de las señales lógicas de los sensores con el medio puente.	15
Ilustración 12. Medio puente del inversor trifásico.	16
Ilustración 13. Driver con transistor bipolar para activación de MOSFET de canal P.	16
Ilustración 14. Driver con aislamiento para dos transistores IGBT.	17
Ilustración 15. Aislamiento de circuitos mediante un optoacoplador.	17
Ilustración 16. Estados de conmutación del inversor.	18
Ilustración 17. Circuito de control de la conmutación.	21
Ilustración 18. Circuito equivalente de un motor DC.	22
Ilustración 19. Circuito equivalente del motor BLDC.	22
Ilustración 20. Modelado del subsistema eléctrico del motor BLDC.	25
Ilustración 21. Puntos de interpolación para la onda trapezoidal de la FCEM.	26
Ilustración 22. Función para obtener la fuerza contraelectromotriz.	26
Ilustración 23. Puntos de interpolación para las señales de los sensores de efecto Hall.	27
Ilustración 24. Modelado del subsistema mecánico del motor BLDC.	27
Ilustración 25. Corriente de las tres fases: $I_A$ (negro), $I_B$ (verde) e $I_C$ (rojo).	29
Ilustración 26. Voltaje de línea $U_{AB}$ (negro), $U_{BC}$ (verde) y $U_{CA}$ (rojo).	29
Ilustración 27. Fuerza contraelectromotriz $E_A$ (negro), $E_B$ (verde) y $E_C$ (rojo).	30
Ilustración 28. Par eléctrico $T_E$ .	30
Ilustración 29. Velocidad angular $W_M$ .	31
Ilustración 30. Corriente de las tres fases: $I_A$ (negro), $I_B$ (verde) e $I_C$ (rojo).	32
Ilustración 31. Voltaje de línea $U_{AB}$ (negro), $U_{BC}$ (verde) y $U_{CA}$ (rojo).	33
Ilustración 32. Fuerza contraelectromotriz $E_A$ (negro), $E_B$ (verde) y $E_C$ (rojo).	33
Ilustración 33. Par eléctrico $T_E$ .	34
Ilustración 34. Velocidad angular $W_M$ .	34
Ilustración 35. Técnica de control PI de doble circuito cerrado.	36
Ilustración 36. Reductor, PWM y lazo de corriente.	38
Ilustración 37. Señal triangular y señal de control para obtener el PWM.	39
Ilustración 38. Señal de pulsos del PWM.	40
Ilustración 39. Señales de pulsos para los seis transistores del inversor cuando hacemos PWM.	40
Ilustración 40. Relación entre el ciclo de trabajo y el valor de la señal de control.	41
Ilustración 41. Relación entre el ciclo de trabajo y la señal de control.	42
Ilustración 42. Diagrama de Bode del lazo de corriente en lazo abierto sin PI (negro) y con PI (azul).	43
Ilustración 43. Controlador PI para el lazo de corriente.	43
Ilustración 44. Cálculo de $K_{pwm}$ , $K_i$ y $K_p$ .	43
Ilustración 45. Gráfica superior: valor real de la corriente. Gráfica inferior: valor de corriente de consigna.	44
Ilustración 46. Bloque para obtener la señal de corriente $I_{abc}$ .	44
Ilustración 47. Diagrama de bloques para obtener la señal de corriente $I_{abc}$ .	45
Ilustración 48. Diagrama de Bode del lazo de corriente en lazo abierto sin PI (negro) y con PI (azul).	46
Ilustración 49. Valor real de la corriente $I_{ABC}$ (verde) y valor de la referencia (negro).	47
Ilustración 50. Sensor de velocidad angular.	48
Ilustración 51. Detector de paso por cero.	49
Ilustración 52. Velocidad calculada a partir del modelo (negro) y velocidad real medida (verde) para el primer motor.	50

Ilustración 53. Velocidad calculada a partir del modelo (negro) y velocidad real medida (verde) para el segundo motor. _____	51
Ilustración 54. Diagrama de bode del lazo de velocidad en lazo abierto con el retraso añadido (negro) y sin añadir (azul). _____	52
Ilustración 55. Margen de fase y margen de ganancia de nuestro sistema incluyendo el retraso. _____	52
Ilustración 56. Diagrama de Bode del lazo de velocidad en lazo abierto sin PI (negro) y con PI (azul). _____	54
Ilustración 57. Margen de fase y margen de ganancia de nuestro sistema incluyendo el PI. _____	54
Ilustración 58. Velocidad real medida (negro) y velocidad de consigna (verde) cuando la frecuencia de corte es 5Hz. _____	55
Ilustración 59. Velocidad real medida (negro) y velocidad de consigna (verde) cuando la frecuencia de corte es 50Hz. _____	55
Ilustración 60. Velocidad real medida (negro) y de consigna (verde) para el tercer motor con frecuencia de corte de 50Hz. _____	56
Ilustración 61. Técnica de control PI de doble circuito cerrado implementada en Xcos. _____	56
Ilustración 62. Respuesta del segundo motor ante una entrada en escalón de $T_L$ de 0.45 Nm. _____	57
Ilustración 63. Respuesta del segundo motor ante una entrada en escalón de $T_L$ de 0.7 Nm. _____	57
Ilustración 64. Diagrama del lazo de velocidad del motor BLDC con par de carga. _____	58
Ilustración 65. Tiempo de respuesta de la velocidad ante una entrada en escalón de 0.45Nm. _____	59
Ilustración 66. Tiempo de respuesta de la velocidad ante una entrada en escalón de 0.7Nm. _____	59
Ilustración 67. Técnica de control PI de doble circuito cerrado en tiempo discreto. _____	61
Ilustración 68. Multiplicador de 32 bits. _____	62
Ilustración 69. Detector de overflow del multiplicador de 32 bits. _____	63
Ilustración 70. Diagrama de bloques que forman el PI digital. _____	64
Ilustración 71. Velocidad real medida (negro) y de consigna (verde) obtenidas con el controlador digital. _	64
Ilustración 72. Velocidad real medida (negro) y de consigna (verde) obtenidas con el controlador digital. _	65
Ilustración 73. Diagrama de bloques del esquema back calculation anti-windup. _____	66
Ilustración 74. Control de la velocidad cuando $T_t=0.001$ . _____	67
Ilustración 75. Control de la velocidad cuando $T_t=0.0001$ . _____	67
Ilustración 76. Control de la velocidad cuando $T_t=0.0006$ . _____	68

## 1. Introducción.

### 1.1. Motivación.

La aplicación de motores se ha extendido a todo tipo de campos en el último siglo y supone el principal dispositivo electrónico-mecánico de conversión de energía desde hace más de dos. Para adaptarse a las diferentes necesidades prácticas que han ido surgiendo, aparecen diversos tipos de motores, con potencias que van desde unos escasos milivatios a millones de kilovatios, incluyendo motores síncronos, motores de inducción, motores de corriente continua, motores de reluctancia conmutados, etc. Aunque el motor síncrono tiene una serie de ventajas como la capacidad de obtener un gran par, características mecánicas sólidas, alta precisión y eficiencia, tiene dificultades en la regulación de velocidad, lo que limita el alcance de su aplicación. Un motor de inducción tiene las ventajas de presentar una estructura simple, fácil fabricación, eficiencia y bajo coste, pero dejará de resultar económico si queremos una regulación suave de la velocidad en un amplio rango. A su vez, los motores de reluctancia conmutados pueden obtener un par alto a baja velocidad, pero el ruido y el rizado de par limitan sus aplicaciones.

En los motores tradicionales de corriente continua la conmutación se lleva a cabo mecánicamente mediante el uso de escobillas, lo que conlleva fricción, que acorta la vida del motor y produce ruido. Con esta condición, y teniendo en cuenta otros inconvenientes como el mantenimiento que requieren y los altos costes de producción, sus aplicaciones también quedan limitadas. Por tanto, en las aplicaciones de pequeño y mediano tamaño surgió la necesidad urgente de nuevos motores de alto rendimiento: los motores BLDC (del inglés, *Brushless Direct Current Motors*) o en castellano, motores de corriente de continua o CC sin escobillas.

Los primeros motores de continua aparecieron en torno a 1840 y no fue hasta un siglo después, con el desarrollo de los dispositivos de electrónica de potencia y los materiales de imanes permanentes, cuando aparecieron los motores brushless. En la década de 1930 algunos estudiantes empezaron a diseñar motores en los que se implementó conmutación electrónica, sin embargo, los componentes de electrónica de potencia aún no estaban muy avanzados y no consiguieron un conmutador adecuado. En 1955, Harrison y Rye hicieron la primera patente de un conmutador electrónico constituido por un circuito con tiristores que sustituía al conmutador mecánico. Este primer prototipo presentaba varios inconvenientes, entre otros, un gran consumo de potencia. Tras muchos experimentos y pruebas en laboratorios, apareció la conmutación que se servía de componentes basados en el efecto Hall en 1962, lo que inauguró una nueva era en la producción de los motores brushless. Más adelante, con el desarrollo de semiconductores de alto rendimiento, materiales de imanes permanentes y técnicas de control, se produjo otra gran expansión de este tipo de motores. A finales de los 90, la informática y las teorías de control experimentaron grandes avances y surgieron diferentes estrategias y métodos de control que permitieron mejorar notablemente el rendimiento y minimizar el rizado del par. Actualmente se siguen desarrollando técnicas

de control haciendo que los motores brushless se vean implicados en un sin fin de aplicaciones y sean el motivo de estudio de numerosos científicos e investigadores [1].

### 1.2. Objetivos.

El objetivo principal de este proyecto es modelar y simular el funcionamiento y control de un motor de corriente continua sin escobillas. Para ello, lo primero será definir los componentes que forman un motor BLDC. Después se obtendrá el modelo teórico de su funcionamiento y se verificará dicho modelo mediante un software de simulación. Por último, nos centraremos en el diseño del circuito controlador. Las fases descritas para llevar a cabo el proyecto conllevarán a su vez una serie de subobjetivos específicos:

- Estudio del funcionamiento del conmutador electrónico e implementación y simulación del mismo.
- Estudio, diseño y simulación del inversor del motor.
- Implementación del resto del motor basándose en el modelo matemático previamente definido.
- Estudio de la técnica de control trapezoidal, también conocida como *six steps mode* (del inglés, modo de los seis pasos).
- Aplicación de la técnica de control al control de posición y velocidad, diseñando así el circuito controlador.
- Digitalización del controlador.

## 2. Estado del arte.

### 2.1. Motores BLDC.

Los motores BLDC tienen un papel muy importante en la actualidad. Se utilizan ampliamente en diversos campos: la industria del automóvil, la industria aeroespacial, la comunicación, la tecnología médica, la automatización industrial o la robótica. Estas aplicaciones van evolucionando rápidamente, exigiendo motores con ciclos de vida más largos, mayores rendimientos, con interferencias electromagnéticas cada vez más reducidas y que estos sistemas sean flexibles, pudiéndose adaptar con facilidad a la evolución que se pueda producir en el mercado. Todo ello de manera que resulte relativamente económica, intentando reducir al máximo los costes. Los motores BLDC permiten cubrir estas necesidades, presentando una alta fiabilidad y eficiencia.

En este trabajo se llevará a cabo un estudio de este tipo de motores y el desarrollo, en base a este estudio, de una parte esencial de los mismos: el controlador. Al contrario que los motores CC con escobillas, todo motor BLDC requiere de conmutación electrónica, la cual lleva a cabo, usando la realimentación de la posición del rotor para determinar cuándo conmutar la corriente.

Para conocer los aspectos necesarios para desarrollar este proyecto resulta útil conocer el estado del arte del motor CC sin escobillas y del controlador del mismo. Existen numerosos libros que tratan el funcionamiento, materiales, componentes, características y parámetros que los definen.

En Krause et al 2002 se presentan los principios básicos de las máquinas eléctricas. Se profundiza en el estudio en estado estacionario del motor, desarrollándose las ecuaciones en los diferentes marcos de referencia. Y además, trata todas las ecuaciones que definen a los motores brushless, así como las diferentes tipologías de control del mismo [2].

Por otro lado, en Gieras et al 2004 se muestra la tecnología existente en los materiales de construcción de motores de imán permanente, se presenta un estudio exhaustivo de todas las máquinas que cuentan con un rotor de esta naturaleza [3].

En Hyun et al 2007 se trata el diseño y análisis de un controlador para el seguimiento de la velocidad de un motor síncrono de imán permanente, que tendrá aplicación en los vehículos eléctricos. En concreto se considera un controlador sin sensores, lo que implica un control vectorial sin sensores de posición del rotor. Las teorías expuestas consideran la minimización de pérdidas, por medio del control, y presentan resultados analíticos que pueden resultar una herramienta muy útil a la hora de diseñar sistemas de control para máquinas eléctricas de imán permanente [4].

En Ying et al 2006 se describe un modelo matemático de motores CC sin escobillas de imán permanente en el marco de referencia *abc*. Se proporciona una simulación por ordenador del accionamiento del motor utilizando el software LabView. La simulación se utiliza convenientemente para estudiar el rendimiento dinámico o en estado estacionario de los controladores de estos motores, ya sea control trapezoidal o sinusoidal, en diferentes condiciones de funcionamiento [5].

Además, se han desarrollado numerosos artículos y tesis sobre los motores brushless. Algunas están enfocadas a alguna aplicación en concreto, como Molinero, O. 2014 que diseña un circuito de control y potencia para el convertidor de corriente continua implementado en una bicicleta eléctrica [6]. O Moscat, A. 2014, que desarrolla un controlador de presión de combustible basado en bombas trifásicas sin escobillas [7]. Otras, se centran exclusivamente en el estudio, diseño, simulación y posterior análisis, de un sistema de control para motores BLDC.

Baldursson, S. 2005, tras definir los principios básicos por los que se rige un motor BLDC, determina el modelo matemático y procede a su simulación. En las simulaciones posteriores lleva a cabo diferentes técnicas de control, utilizando el software de simulación Matlab [8].

Una vez hecho el contacto con el mundo de los motores eléctricos de CC sin escobillas y adquirir los conocimientos básicos, debemos centrarnos en el objeto de este trabajo: la simulación de un sistema de control para motores BLDC. Para simular el modelo del motor y de su controlador, usaremos la herramienta de simulación Scilab. Scilab es un software para análisis numérico, visualización 2-D y 3-D, optimización, análisis estadístico, diseño y análisis de sistemas dinámicos. Nos serviremos de su herramienta Xcos, la cual permite una interfaz gráfica para el diseño de modelos. Para realizar algunas simulaciones complementarias nos valdremos del software PSIM. Este programa contiene modelos de motores BLDC y ejemplos de control simples que nos facilitarán el trabajo y nos ayudarán a hacernos una idea del controlador que se va a implementar. Una vez hecho el modelo del motor, podremos verificarlo mediante los parámetros tomados de datasheets de diferentes fabricantes de motores. En este proyecto utilizaremos principalmente motores de Maxon Motor. Para ir profundizando en los ensayos e ir familiarizándonos con las técnicas de control nos serán de utilidad los catálogos y manuales de componentes de determinadas empresas. Empezaremos simulando notas de aplicación de fabricantes como Microchip, Atmel y Texas Instruments, yendo de una menor a mayor dificultad. Así entenderemos mejor el funcionamiento de toda la electrónica del motor y podremos desarrollar a continuación nuestro propio controlador, aplicando la técnica de control trapezoidal.

### 2.2. Comparativa con los motores CC con escobillas.

El motor CC sin escobillas presenta una serie de ventajas respecto a otros motores. Ya que se desarrolló sobre la base de los motores CC con escobillas, se realizará una breve comparación con este, pudiendo apreciar así la evolución y las mejoras que se aplicaron. La principal diferencia que encontraremos será el método de conmutación. El motor CC con escobillas usa un interruptor eléctrico rotativo conocido como conmutador que, junto con las escobillas, invierte la corriente produciendo lo que se denomina conmutación mecánica. Sin embargo, en el motor brushless, estos componentes mecánicos son sustituidos por interruptores electrónicos, lo que nos evita el periódico mantenimiento que requieren las escobillas y el conmutador.

El uso de escobillas ocasionará una serie de problemas como la producción de arcos eléctricos, que origina ruido y causa interferencias electromagnéticas. Además, tendrá peor rendimiento térmico. En el motor BLDC sólo la armadura del bobinado origina



calor, la cual constituye el estátor, y está conectada a la carcasa externa del motor, lo que hace que el calor se disipe mejor que en un motor donde el rotor se encuentre en el interior.

Estas condiciones hacen que las aplicaciones de los motores con escobillas queden más limitadas. En contraste, resumimos las ventajas que presenta un motor brushless [9]:

- Mejores características velocidad-par motor, ya que no se produce la fricción de las escobillas que reduce el par útil del motor.
- Mayor respuesta dinámica debido a que hay menor inercia en el rotor.
- Mayor rango de velocidad al no haber limitaciones mecánicas impuestas por las escobillas y el conmutador.
- Menor ruido debido a la ausencia de los arcos eléctricos.

Todo ello desemboca en un motor con mayor eficiencia. Los motores BLDC pueden resultar más caros debido a la inserción del circuito de control, sin embargo, si la aplicación requiere control de la velocidad y un control preciso de la posición, estos motores no sólo son más ventajosos, sino que resultan mucho más económicos en su totalidad.

Por último, añadir que en este tipo de motor la proporción de torque que se proporciona en relación con el tamaño del motor es bastante mayor, lo que lo hace óptimo para aplicaciones donde se necesita alta potencia y el espacio y el peso son factores críticos [10]. Por ello, en el mercado nos encontramos con una amplia gama de motores brushless de pequeño y mediano tamaño con diferente par, velocidad y potencia.

### 3. Modelo del motor.

Conocer la estructura del motor, su modo de operación y su modelo matemático es fundamental para el diseño del sistema de control. La estructura de un motor BLDC contiene una parte fija, el estátor, donde se encuentran los devanados, y una parte móvil, el rotor de imanes permanentes. En los motores CC con escobillas tradicionales, como ya se mencionó en el apartado anterior, se usan escobillas para la conmutación, haciendo que la dirección del campo magnético principal y la dirección del campo magnético de la armadura sean perpendiculares entre sí cuando el motor está funcionando. Éstas fueron sustituidas por un circuito electrónico que hace la función de conmutador, el cual, junto con unos sensores de posición que se incorporan al motor y un inversor, permite controlar la posición y la dirección de giro. A continuación, se exponen detalladamente cada una de las partes mencionadas y, en su caso, los componentes que a su vez las forman, junto con la descripción de su implementación y funcionamiento en Xcos.

#### 3.1. Estátor.

El estátor de un motor BLDC es similar al de un motor síncrono o un motor de inducción. Los motores pueden ser monofásicos, bifásicos o trifásicos, donde los monofásicos y los trifásicos son los más utilizados. En nuestro trabajo trataremos con un motor trifásico, nombrando a las tres fases A, B y C respectivamente. En el estátor se encuentran acopladas al núcleo de hierro estas tres fases de devanado. Generalmente este tipo de motores tiene los devanados conectados en estrella, por lo que se unirán en un mismo punto A', B' y C', como podemos observar en la Ilustración 1. Por otro lado, los terminales A, B y C irán conectados al circuito de potencia.

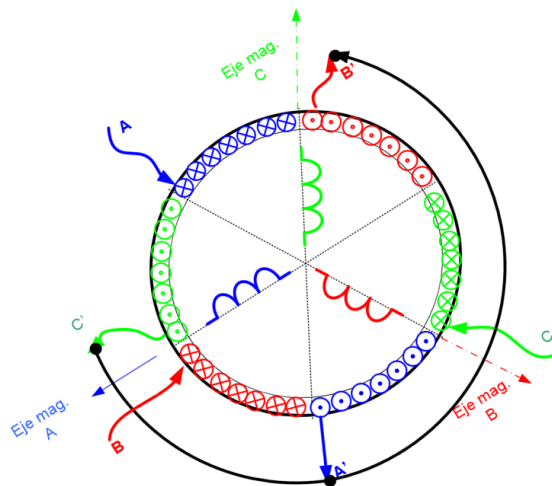


Ilustración 1. Diagrama de un motor BLDC.

#### 3.2. Rotor.

El rotor está formado con imanes permanentes y un determinado número de pares de polos acoplados en la superficie o en el interior del núcleo de hierro. Cuanto mayor número de polos mayor es el par obtenido para la misma intensidad de corriente, aunque se llegará a un punto donde debido al espacio necesario entre imanes el par

dejará de crecer. El coste de fabricación del rotor aumenta con el número de imanes, por lo que hay que llegar a un balance entre par, número de polos y coste.

En cuanto a los materiales de fabricación, los imanes permanentes están conformados normalmente de unos materiales que contienen elementos pertenecientes a lo que se conoce como “tierras raras”. Las tierras raras son un grupo de 17 elementos químicos que es poco común encontrar en una forma pura. Los imanes permanentes pueden contener elementos como el neodimio que, combinado con hierro y boro (NdFeB), tiene la ventaja de presentar una alta coercitividad y constituye imanes de alto rendimiento [11].

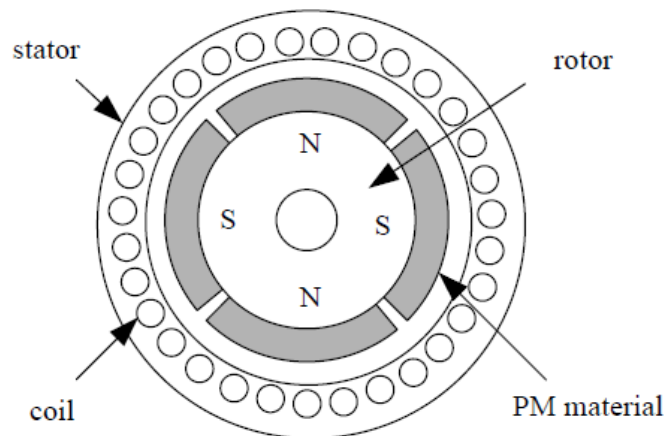


Ilustración 2. Sección transversal de un motor BLDC de 4 polos.

### 3.3. Sensores de posición.

Una información vital para nuestro sistema de control es la posición del rotor. Esta información es usada para general las señales de conmutación de los transistores, asegurando estabilidad y una rápida respuesta dinámica. Los tres tipos de sensores de posición más usados en esta tecnología son los siguientes:

**Sensores de efecto Hall:** se integran tres sensores de este tipo (H1, H2 y H3) en el estátor, desfasados entre sí  $120^\circ$ . Cuando los polos magnéticos del rotor pasan por los sensores de efecto Hall, estos detectan su presencia y se genera una señal. De manera que cada  $60^\circ$  un sensor cambia su estado al detectar esta presencia, necesitando seis pasos para completar un ciclo eléctrico completo. De esta forma se conoce la posición del rotor y se proporciona la información correcta para efectuar la conmutación. El rotor girará continuamente debido al campo magnético giratorio generado paso a paso por la corriente en el entrehierro.

**Encoders incrementales o codificadores incrementales:** estos sensores usan discos codificados ópticamente para producir una serie de pulsos de onda cuadrada. La posición se determina contando el número de pulsos desde una posición de referencia conocida. Estos sensores no se ven influidos por la vibración que se genera en el eje cuando éste empieza a girar. De ellos también se puede obtener la medida de la velocidad contando el número de pulsos en un período de tiempo fijo.

**Resolvers:** estos sensores de posición son otro tipo de codificador. Los resolvers parecen motores pequeños, pero son básicamente transformadores rotativos diseñados de tal forma que su coeficiente de acoplamiento entre el rotor y el estátor varía en función de la posición angular del eje. Constan de tres devanados, uno ligado al rotor y alimentado con una fuente sinusoidal y otros dos devanados ortogonales conectados al estátor. Un campo electromagnético (EMF, *Electromagnetic Field*) posterior es inducido por la bobina giratoria en cada uno de los devanados del estátor del resolver. Decodificando estas dos señales, es posible obtener el  $\text{sen}(x)$  y el  $\text{cos}(x)$  donde  $x$  es la posición del rotor. La resolución del resolver depende del conversor analógico-digital [12].

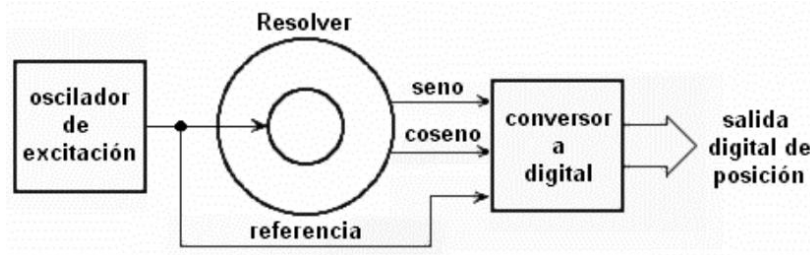


Ilustración 3. Diagrama de un resolver.

De los mencionados, los sensores de efecto Hall, como tipo de sensor magnético, tienen las ventajas de tener un volumen compacto, buen rendimiento y, en comparación con los otros tipos, resultan más económicos. En consecuencia, es el sensor más usado en sistemas de control de motores brushless como detector de posición del rotor y el que incorporaremos en nuestro modelo. Como se ha dicho, se acoplarán tres sensores de este tipo desfasados  $120^\circ$  entre sí.

### 3.4. Control de la conmutación.

El método más simple y que se usa de forma habitual para controlar los motores sin escobillas es el conocido como control trapezoidal o *six steps mode* (modo de los seis pasos). En esta técnica se controla la corriente que circula por los terminales del motor, excitando un par simultáneamente y manteniendo el tercer terminal desconectado. Sucesivamente se va alternando el par de terminales que conducen hasta completar un período con seis combinaciones distintas. En la Ilustración 4 se muestran los seis posibles caminos de circulación de la corriente en el control trapezoidal [13].

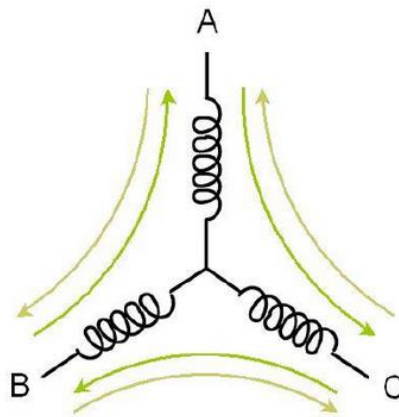


Ilustración 4. Posibles caminos de la corriente en el control trapezoidal.

Este método puede aplicarse tanto a motores con sensores de posición, como a motores que usan técnicas de control sin sensores. Entre sus ventajas destacamos que es sencillo y fácil de implementar, por lo que es muy usado en motores de pequeño tamaño. Pese a esto, tiene un problema inherente a la conmutación de las corrientes que es un rizado en el torque de salida. En aplicaciones donde se requieran fuerzas uniformes o bajas velocidades, esto puede llegar a ser un inconveniente.

#### 3.4.1. Etapa de potencia.

Para realizar el control trapezoidal se usa generalmente un inversor trifásico en la etapa de potencia. La unidad básica de este inversor es conocida como medio puente. Se conoce como medio puente debido a que un conjunto de dos de estos módulos forman un puente completo con forma de H. El inversor está compuesto por tres unidades de medio puente, una para cada fase, como podemos observar en la Ilustración 5. A su vez, cada medio puente está formado por dos transistores. En estos inversores trifásicos se pueden utilizar transistores IGBT (del inglés, *Insulated Gate Bipolar Transistor*) o transistores MOSFET (*Transistor de Efecto de Campo de Metal Óxido Semiconductor*).

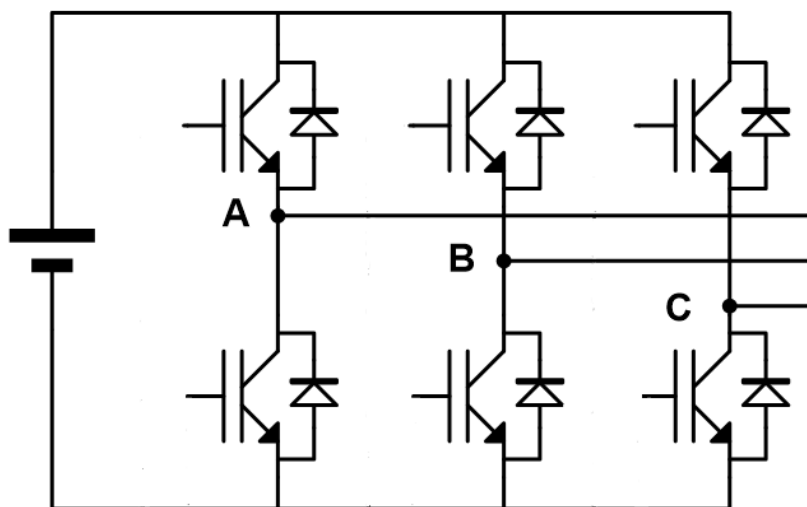


Ilustración 5. Inversor trifásico.

Los MOSFET son dispositivos semiconductores controlados por tensión, que requieren únicamente una pequeña intensidad de entrada. Esta situación provoca una elevada velocidad de conmutación, con tiempos de conmutación del orden de nanosegundos. Dispone de tres terminales denominados: drenador (D), surtidor (S) y puerta (G). El drenador y el surtidor son los polos del interruptor equivalente, mientras que la puerta sirve como elemento de control [14]. El MOSFET tiene incorporado en su encapsulado un diodo, que es muy útil en los sistemas conmutados de corriente, ya que impide la retroalimentación destructiva que se origina en este tipo de aplicaciones.

Existen dos tipos de MOSFET: de canal N y de canal P. El símbolo eléctrico de cada uno puede verse en las Ilustraciones 6 y 7 respectivamente. La gran mayoría de controladores para motores usan MOSFET de potencia de canal tipo N. La principal ventaja del MOSFET es que utiliza baja potencia para llevar a cabo su propósito y, la disipación de la energía, en términos de pérdida, es muy pequeña. Estas ventajas convirtieron al MOSFET en un componente importante en los diseños de manejo de conmutación de potencia.

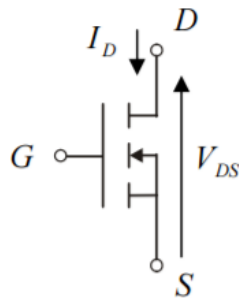


Ilustración 6. Símbolo eléctrico del MOSFET tipo N.

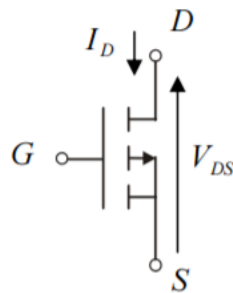


Ilustración 7. Símbolo eléctrico del MOSFET tipo P.

Por otro lado, en aplicaciones de alta corriente, son más recomendables los IGBT, ya que pueden trabajar con varios miles de voltios y corrientes tan elevadas que permiten llegar a cientos de kilovatios de potencia controlada [15]. Respecto a su estructura, el IGBT comparte varias características con los MOSFET: alta impedancia de entrada, fácil manejo controlable por tensión y bajas pérdidas de conducción en estado activo. Este dispositivo también cuenta con tres terminales: colector (C), emisor (E) y puerta (G), y utiliza la tensión entre puerta y emisor para controlar el estado de funcionamiento. En la Ilustración 8 podemos ver el símbolo eléctrico del transistor IGBT.

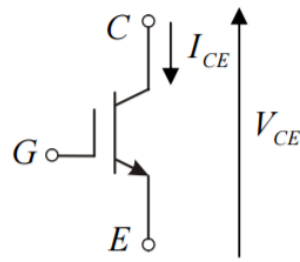


Ilustración 8. Símbolo eléctrico del transistor IGBT.

A continuación, se va a empezar a describir el diseño realizado en Xcos. En la Ilustración 9 podemos ver el modelo completo de nuestro motor dividido en bloques de Xcos que se han ido creando. Dentro del bloque "INVERSOR", se encuentra nuestro inversor trifásico compuesto por sus tres medios puentes conectados en paralelo alimentando las tres fases del motor. Esto puede verse en la Ilustración 10.

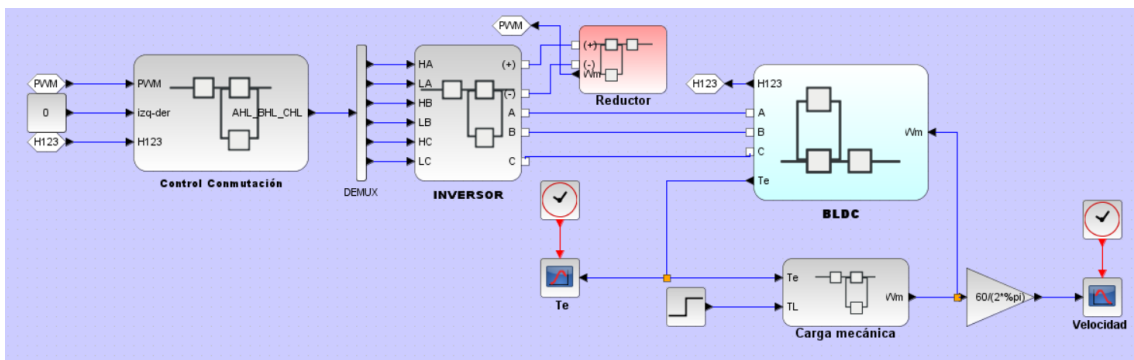


Ilustración 9. Control de la conmutación, inversor y modelo del motor BLDC en Xcos.

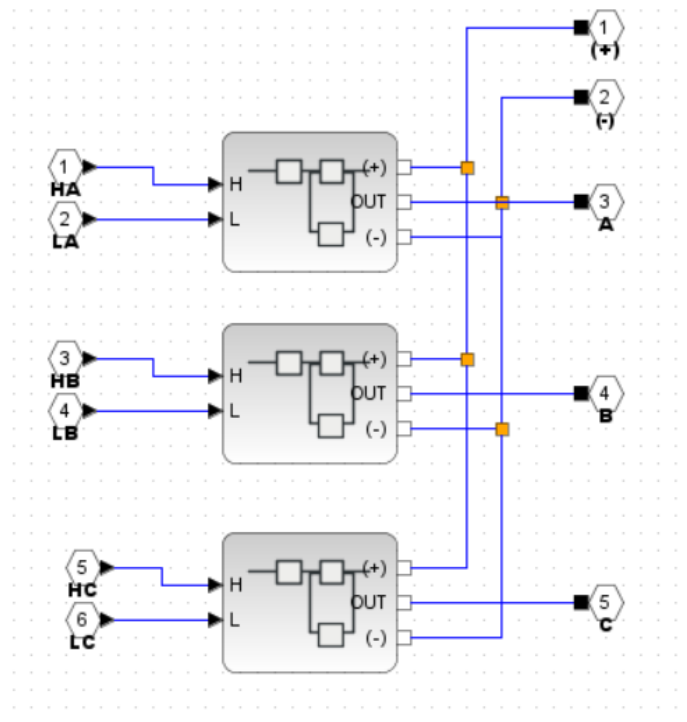


Ilustración 10. Inversor trifásico.

Se ha nombrado a los MOSFETs superiores HA, HB y HC dependiendo de la fase que le corresponde a cada uno, y de la misma manera a los MOSFETs inferiores LA, LB y LC. Los transistores se usan para invertir las corrientes de los devanados de acuerdo con las señales lógicas producidas por los sensores de efecto Hall. Estas señales llegan al medio puente por los puertos de entrada H y L que vemos en la Ilustración 11. Esta imagen representa el contenido de cada uno de los módulos que forman el inversor de la Ilustración 10. Los interruptores que se ven en la imagen son unos componentes de Xcos para enrutamiento de señales que seleccionan la señal de su primera o tercera entrada en función de una señal de control que entrará por la segunda entrada del componente, y que se corresponde con nuestras señales digitales provenientes de los sensores de efecto Hall. La lógica es sencilla, cuando hay un uno en la entrada de control del interruptor superior, este hará que llegue un uno al transistor superior del medio puente, quedando cerrado, y un cero al transistor inferior, dejándolo abierto. Cuando hay un cero, ocurre al contrario, se abre el superior y se cierra el inferior. La estructura del medio puente la podemos ver finalmente en la Ilustración 12.

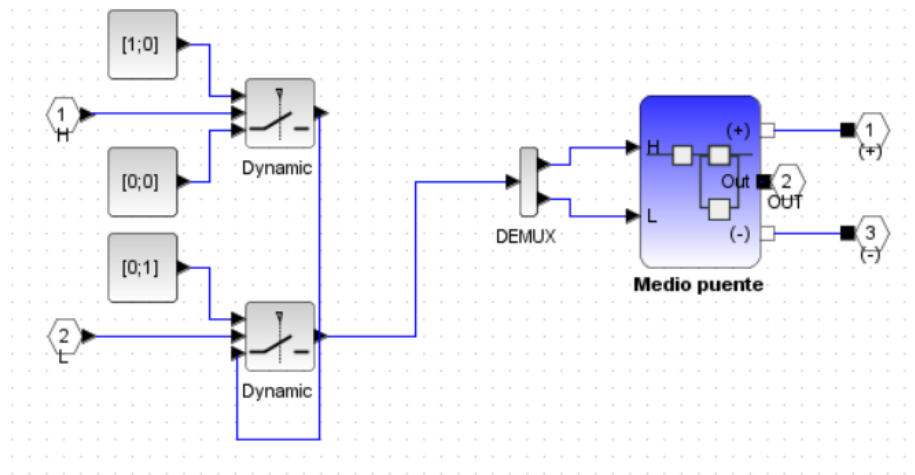


Ilustración 11. Interfaz de las señales lógicas de los sensores con el medio puente.

Con dos interruptores no ideales de Xcos y dos diodos, nos hemos acercado al comportamiento de dos transistores MOSFET. Se puede pensar en un transistor como una resistencia variable controlada por una señal de baja potencia. En el caso de los MOSFETs, la resistencia del drenador a la fuente es controlada por el voltaje de la puerta a la fuente. Cuando el voltaje en la puerta está por debajo de un determinado valor umbral o es negativo, la resistencia del drenador a la fuente es muy alta y apenas fluye corriente. Sin embargo, por encima de este umbral, el valor de la resistencia decrece considerablemente cuando el voltaje en la puerta aumenta. En nuestro componente es similar, si la señal de control es positiva, los terminales del interruptor se conectan con una resistencia muy baja ( $R_{on}$ ) y en caso contrario se conectan con una alta impedancia ( $R_{off}$ ).



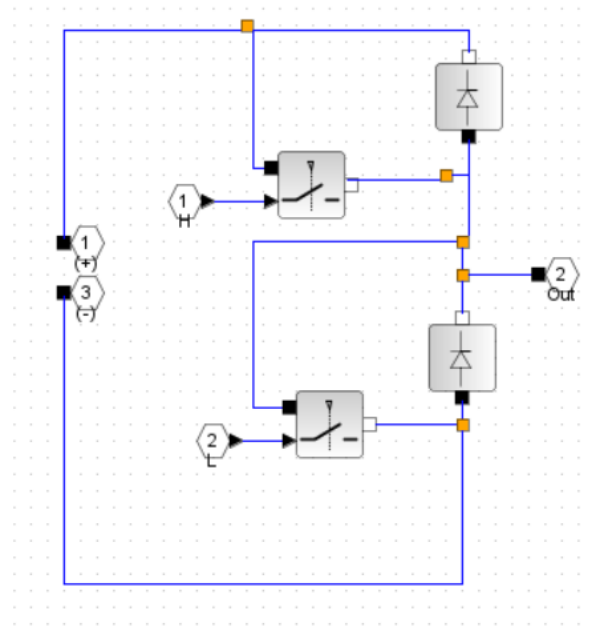


Ilustración 12. Medio puente del inversor trifásico.

Normalmente, entre los transistores de potencia y el circuito digital de control, se acoplan unos drivers. Las acciones de control que describiremos más adelante, las suele llevar a cabo un microcontrolador, el cual proporciona una salida digital con una corriente y tensión que pueden resultar insuficientes para alimentar y controlar correctamente los transistores. De ahí la necesidad del uso de drivers, que se encargarán de amplificar la señal de bajo nivel proveniente del microcontrolador, así como de otras funciones no de menos importancia, como aislar el circuito de control y el circuito de potencia, detectar fallos de funcionamiento, analizar señales de sensores o crear voltajes auxiliares. Existen diferentes modalidades de drivers, según las cuales realizarán unas u otras funciones. Podemos valernos de un driver sencillo, constituido por un transistor bipolar NPN y unas resistencias, como el que observamos en la Ilustración 13, o de algo más completo, como lo que se representa en la Ilustración 14.

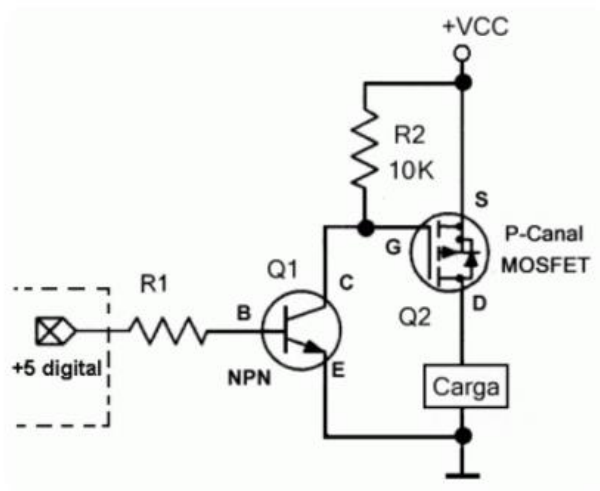


Ilustración 13. Driver con transistor bipolar para activación de MOSFET de canal P.

La Ilustración 14 es un esquema del circuito de un driver con diferentes funcionalidades. En la primera parte del circuito tiene lugar un procesamiento de señales, donde las señales erróneas son enviadas de vuelta al controlador, se suprimen los pulsos demasiado cortos para minimizar fallos, se evita en todo momento que ambos transistores IGBT estén conduciendo a la vez para evitar cortocircuitos y se monitoriza la temperatura. En la segunda parte del circuito se produce el aislamiento mediante transformadores u optoacopladores y en la tercera se amplifican las señales que van a controlar a los transistores IGBT. Si se produce una sobrecorriente, este circuito abrirá los transistores y enviará una señal de error a la primera parte del driver [16].

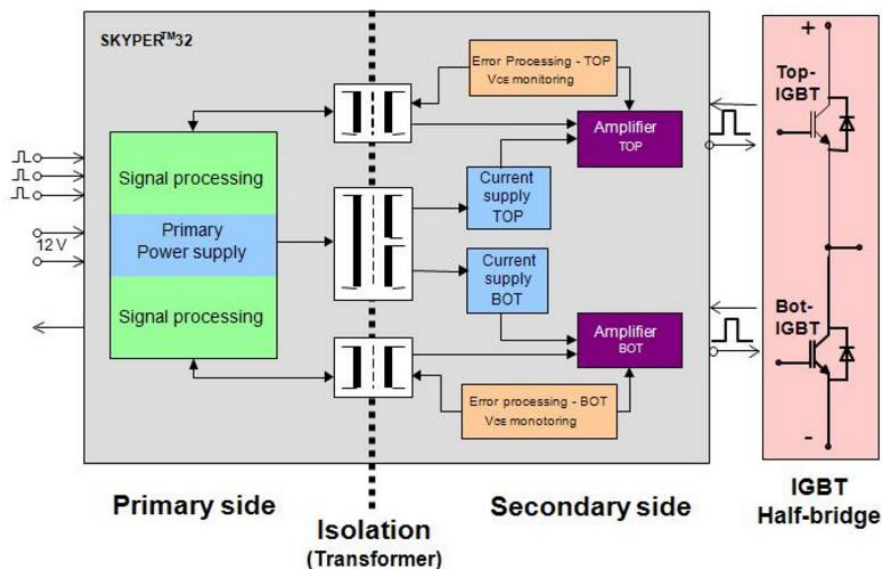


Ilustración 14. Driver con aislamiento para dos transistores IGBT.

Para la conmutación de los transistores de nuestro inversor será suficiente con el uso de optoacopladores. Un optoacoplador es un componente electrónico que combina una fuente óptica (generalmente un LED) con un detector óptico (generalmente un fototransistor) para conseguir aislamiento entre circuitos. Aplicando una pequeña tensión en el LED, este emitirá una señal luminosa que recibirá el detector. Al recibir la señal luminosa, este genera en sus bordes una tensión eléctrica que será la tensión de salida, actuando como un interruptor cerrado. Si no se activa la luz, no hay tensión de salida, es decir, es un interruptor abierto [17]. Como puede verse más arriba en la Ilustración 11, en este diseño no se han introducido los drivers, sino que se han tomado directamente las salidas del controlador para conmutar los transistores.

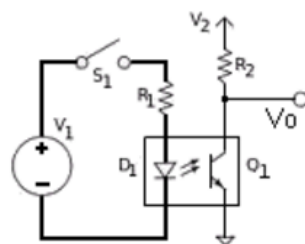


Ilustración 15. Aislamiento de circuitos mediante un optoacoplador.

### 3.4.2. Lógica de control del inversor.

Durante la conmutación de los transistores del inversor, habrá siempre dos devanados conduciendo y el tercero quedará flotante. Teniendo en cuenta que la orden de conmutación vendrá dada en función de la posición del rotor, proporcionada por la salida digital de los sensores, el campo magnético rotatorio generado por el estátor será un campo discreto, perpendicular a la dirección del rotor. El inversor conmuta cada vez que el rotor gira  $60^\circ$  y como consecuencia cambia el estado del campo magnético. Por lo tanto, se tendrán seis estados de conmutación distintos donde habrá siempre un transistor superior, un transistor inferior y dos devanados conduciendo, como bien se ha representado en la Ilustración 16. A continuación se describen estos seis estados, y se recopila la información referente a que fases están conduciendo, que transistores están cerrados y cuál es el estado de las señales digitales emitidas por los sensores de efecto Hall, para cada estado de conmutación, en la Tabla 1.  $\theta$  es el ángulo del rotor con el estátor.

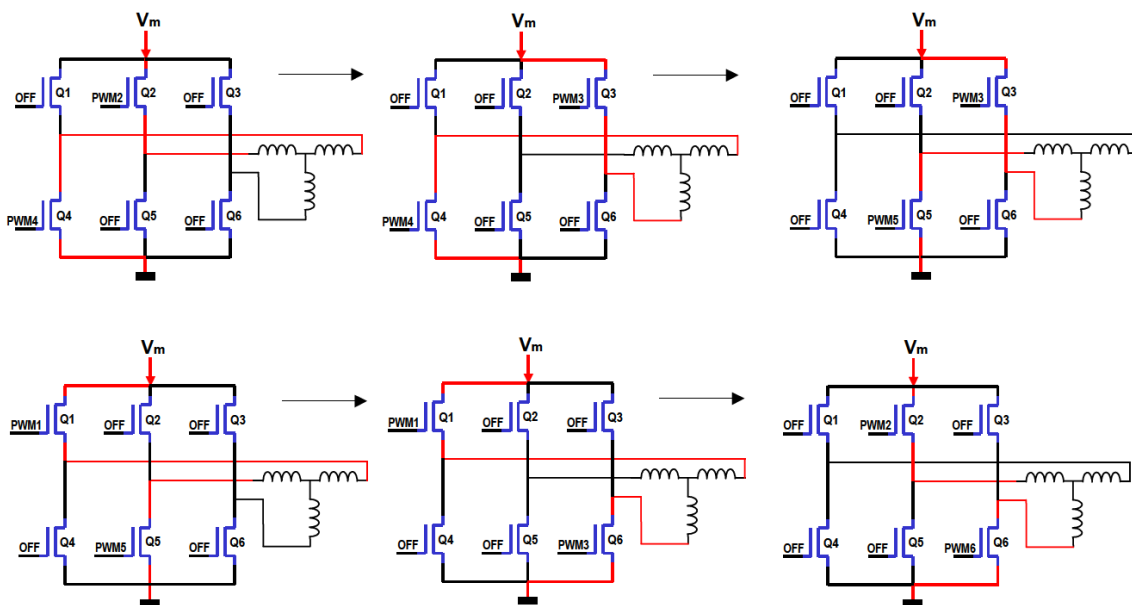


Ilustración 16. Estados de conmutación del inversor.

#### $0^\circ \leq \theta \leq 60^\circ$

Basándonos en el diagrama del motor BLDC de la Ilustración 1 y siguiendo la Ilustración 16, en nuestro primer estado de conmutación la corriente entrará por B', pasará por el neutro, y saldrá por A', siendo la fase C la que quede flotante. Para que esto ocurra deberán estar cerrados los transistores HB y LA (esquina superior izquierda de la imagen).

#### $60^\circ \leq \theta \leq 120^\circ$

En el segundo estado de conmutación la corriente entrará por C' y saldrá por A', la fase B queda flotante. Conducirán los transistores HC y LA (centro superior de la imagen).

**120° ≤ θ ≤ 180°**

En este estado la corriente entrará por C' y saldrá por B', la fase A queda flotante. Estarán cerrados los interruptores HC y LB (esquina superior derecha).

**180° ≤ θ ≤ 240°**

En este estado la corriente entrará por A' y saldrá por B', la fase C queda flotante. Estarán cerrados los interruptores HA y LB (esquina inferior izquierda).

**240° ≤ θ ≤ 300°**

Aquí la corriente entrará por A' y saldrá por C', la fase B queda flotante. Conducirán los transistores HA y LC (centro inferior).

**300° ≤ θ ≤ 360°**

En el último estado de conmutación la corriente entrará por B' y saldrá por C', la fase A queda flotante. Conducirán los transistores HB y LC (esquina inferior derecha).

Tabla 1. Estados de conmutación del inversor.

Estados de conmutación	Sensores Hall			Transistores cerrados	Estado de las fases		
	H1	H2	H3		A	B	C
0° ≤ θ ≤ 60°	1	0	0	HB – LA	+	-	OFF
60° ≤ θ ≤ 120°	1	1	0	HC – LA	+	OFF	-
120° ≤ θ ≤ 180°	0	1	0	HC – LB	OFF	+	-
180° ≤ θ ≤ 240°	0	1	1	HA – LB	-	+	OFF
240° ≤ θ ≤ 300°	0	0	1	HA – LC	-	OFF	+
300° ≤ θ ≤ 360°	1	0	1	HB – LC	OFF	-	+

Siguiendo la secuencia de la tabla en cada revolución, el motor girará en un determinado sentido, para invertir la dirección de giro habría que ejecutar la secuencia, al contrario: HB – LA, HB – LC, HA – LC, HA – LB, HC – LB, HC – LA. Esto se consigue invirtiendo el sentido de la corriente [18]. En nuestro modelo invertimos el sentido de giro cambiando la constante conectada a la entrada “izq-der” del bloque “Control Conmutación”. Dentro de este bloque se encuentra un circuito formado por puertas lógicas AND, NOT y XOR, el cual podemos ver en la Ilustración 17 y que ha sido diseñado según la siguiente tabla de verdad.

Tabla 2. Tabla de verdad del control de conmutación.

Sensor H1	Sensor H2	Sensor H3	Enable A	Enable B	Enable C	Sentido giro (+)			Sentido de giro (-)		
						A	B	C	A	B	C
0	0	0	0	0	0	X	X	X	X	X	X
0	0	1	1	0	1	1	X	0	0	X	1
0	1	0	0	1	1	X	0	1	X	1	0
0	1	1	1	1	0	1	0	X	0	1	X
1	0	0	1	1	0	0	1	X	1	0	X
1	0	1	0	1	1	X	1	0	X	0	1
1	1	0	1	0	1	0	X	1	1	X	0
1	1	1	0	0	0	X	X	X	X	X	X

Las señales Enable A, B y C son las que permitirán que circule corriente por las fases A, B y C respectivamente. En la tabla se ha destacado en amarillo la salida de Enable A, y como puede verse, se puede obtener directamente que Enable A sigue la tabla de verdad de una puerta XOR, teniendo H1 y H3 como entradas. De igual manera, Enable B se comporta como una puerta XOR aplicada a H1 y H2 y Enable C, como una puerta XOR aplicada a H2 y H3. Según el sentido de giro, cuando el Enable de una fase esté a uno, se cerrará el transistor superior o inferior de la fase correspondiente. Cuando en la tabla aparece un 1 en las columnas A, B y C de la derecha, significa que está cerrado el transistor superior, cuando hay un 0, que está cerrado el inferior, la X indica que es la fase flotante. De este bloque quedaría por comentar la primera entrada, denominada

“PWM” ya que en ella aplicaremos la señal PWM, pero esta se explicará con detalle más adelante.

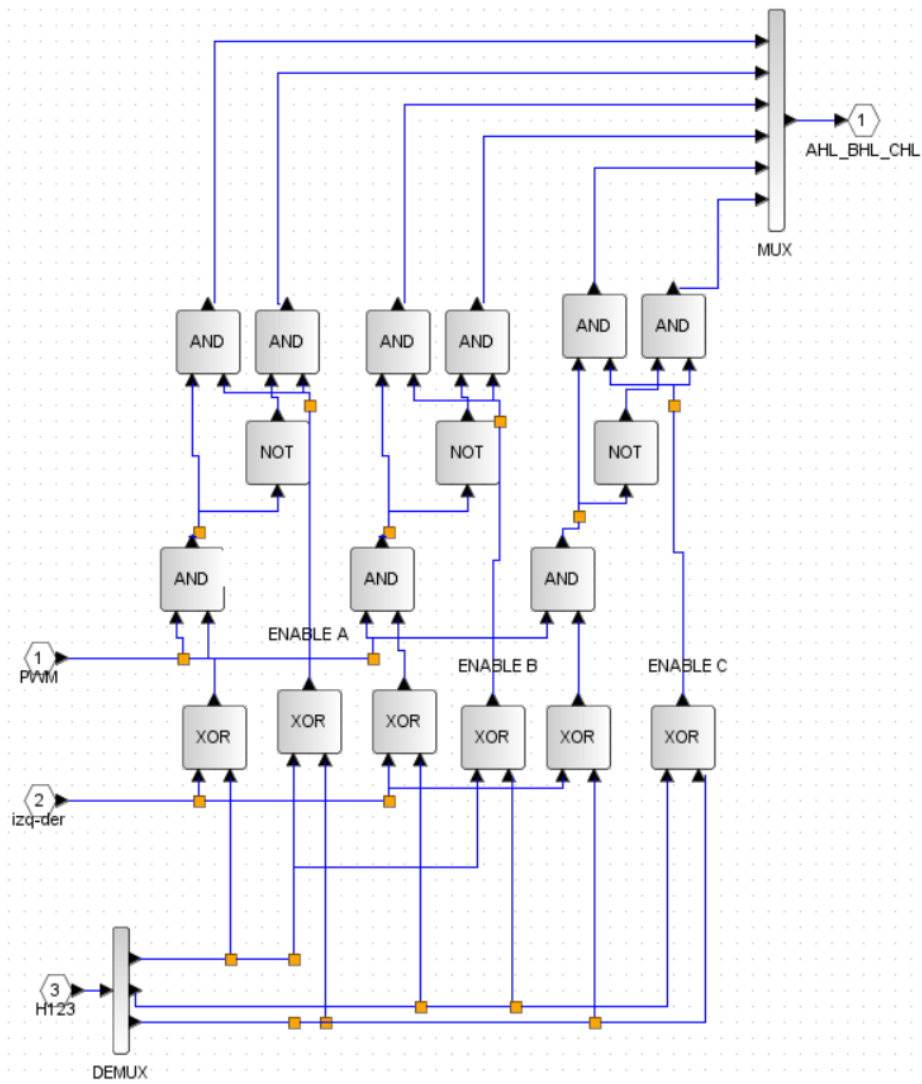


Ilustración 17. Circuito de control de la conmutación.

### 3.5. Modelo matemático.

Nuestro modelo en Xcos se completa con los bloques “BLDC” y “Carga mecánica”. Estos bloques están basados en el modelo matemático del motor CC sin escobillas, por lo que a continuación se describirán en este apartado las ecuaciones que rigen el comportamiento eléctrico-mecánico del mismo. En la Ilustración 18 se muestra el circuito equivalente de un motor de corriente continua monofásico. Las ecuaciones 3.5.1 y 3.5.2 describen su funcionamiento.

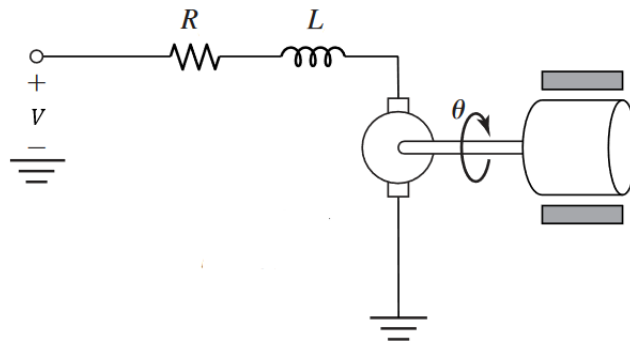


Ilustración 18. Circuito equivalente de un motor DC.

$$V = Ri + L \frac{di}{dt} + e \quad (3.5.1)$$

$$T_e = K_f w_m + J \frac{dw_m}{dt} + T_L \quad (3.5.2)$$

En la ecuación 3.5.1 se representa el comportamiento eléctrico del motor, donde  $V$  simboliza la fuente de continua,  $i$  es la corriente de armadura y  $e$  es la fuerza contraelectromotriz. La ecuación 3.5.2 es el modelo mecánico del motor de corriente continua, donde  $w_m$  es la velocidad de giro,  $T_e$  el par eléctrico,  $T_L$  el par de la carga que actúa sobre el eje del rotor,  $K_f$  la constante de fricción del rotor y  $J$  su inercia.

El modelo de un motor BLDC trifásico no difiere mucho del modelo de un motor de corriente continua convencional, podemos ver su circuito equivalente en la Ilustración 19.

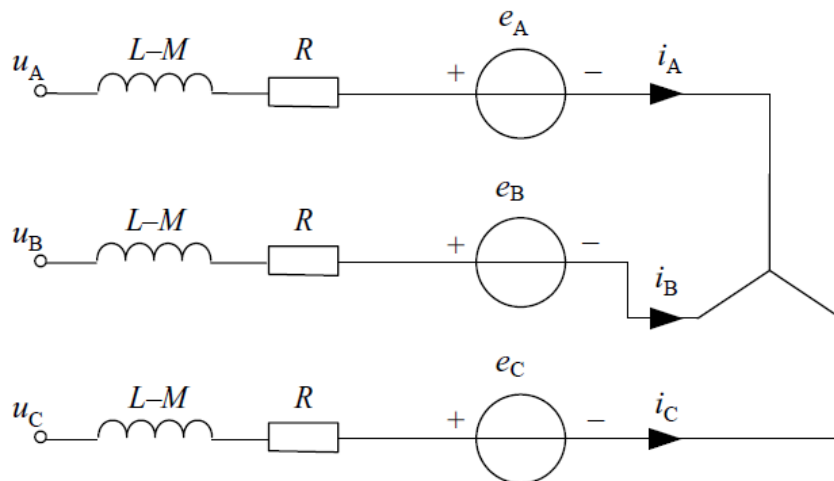


Ilustración 19. Circuito equivalente del motor BLDC.

La tensión de las fases A, B y C vendrá dada por las ecuaciones 3.5.3, 3.5.4 y 3.5.5 respectivamente. La resistencia  $R$ , la inductancia  $L$ , y la inductancia mutua  $M$  propia de cada fase es la misma para todas las fases al tener un devanado simétrico. Las corrientes

de cada fase y las fuerzas contra-electromotrices de cada una quedan representadas por  $i_A, i_B$  e  $i_C$  y  $e_A, e_B$  y  $e_C$  respectivamente. Asimismo, las corrientes de las tres fases deben cumplir la condición 3.5.6.

$$u_A = Ri_A + (L - M) \frac{di_A}{dt} + e_A \quad (3.5.3)$$

$$u_B = Ri_B + (L - M) \frac{di_B}{dt} + e_B \quad (3.5.4)$$

$$u_C = Ri_C + (L - M) \frac{di_C}{dt} + e_C \quad (3.5.5)$$

$$i_A + i_B + i_C = 0 \quad (3.5.6)$$

Aplicando la ley de voltaje de Kirchoff al circuito podemos obtener las tensiones de línea  $u_{AB}, u_{BC}$  y  $u_{CA}$ .

$$u_{AB} = R(i_A - i_B) + (L - M) \frac{di_A}{dt} + (M - L) \frac{di_B}{dt} + (e_A - e_B) \quad (3.5.7)$$

$$u_{BC} = R(i_B - i_C) + (L - M) \frac{di_B}{dt} + (M - L) \frac{di_C}{dt} + (e_B - e_C) \quad (3.5.8)$$

$$u_{CA} = R(i_C - i_A) + (L - M) \frac{di_C}{dt} + (M - L) \frac{di_A}{dt} + (e_C - e_A) \quad (3.5.9)$$

La fuerza contra-electromotriz inducida en los devanados del estátor, y el par eléctrico, se expresan de la siguiente manera:

$$e_A = \frac{K_e}{2} F(\theta) \quad (3.5.10)$$

$$e_B = \frac{K_e}{2} F(\theta - \frac{2\pi}{3}) \quad (3.5.11)$$

$$e_C = \frac{K_e}{2} F(\theta - \frac{4\pi}{3}) \quad (3.5.12)$$

$$T_e = \frac{K_e}{2} (F(\theta)i_A + F(\theta - \frac{2\pi}{3})i_B + F(\theta - \frac{4\pi}{3})i_C) \quad (3.5.13)$$



Donde  $K_e$  es la constante para la fuerza contraelectromotriz. La fuerza contraelectromotriz presenta una forma de onda trapezoidal a lo largo del ángulo eléctrico  $\theta$ , y esta forma viene definida por la función  $F(\theta)$  que está acotada en el intervalo  $[-1,1]$ . Un período de esta función se define como:

$$F(\theta) \begin{cases} 1 & 0 \leq \theta < \frac{2\pi}{3} \\ 1 - \frac{6}{\pi} \left( \theta - \frac{2\pi}{3} \right) & \frac{2\pi}{3} \leq \theta < \pi \\ -1 & \pi \leq \theta < \frac{5\pi}{3} \\ -1 + \frac{6}{\pi} \left( \theta - \frac{5\pi}{3} \right) & \frac{5\pi}{3} \leq \theta < 2\pi \end{cases} \quad (3.5.14)$$

Si tenemos en cuenta que el ángulo eléctrico  $\theta$  del campo inducido en el estátor, está relacionado directamente con el ángulo mecánico  $\theta_m$  determinado sobre la circunferencia del motor, de la siguiente manera:

$$\theta = \theta_m \frac{p}{2} \quad (3.5.15)$$

Donde  $p$  es el número de polos de la máquina. Entonces la velocidad del rotor y su posición estarán relacionadas de la misma forma, según la ecuación 3.5.16.

$$\frac{d\theta}{dt} = \frac{p}{2} \omega_m \quad (3.5.16)$$

La potencia electromagnética es la potencia transferida al rotor, y es igual a la suma del producto de la corriente y la fuerza contra-electromotriz de las tres fases. Si tenemos en cuenta la igualdad 3.5.17, tendremos que el par eléctrico también puede escribirse como:

$$P_e = T_e \omega_m \quad (3.5.17)$$

$$T_e = \frac{i_A e_A + i_B e_B + i_C e_C}{\omega_m} \quad (3.5.18)$$

Para completar nuestro modelo no debemos olvidar el subsistema mecánico, el cual no variará respecto al del modelo del motor de continua convencional.

$$T_e = K_f w_m + J \frac{dw_m}{dt} + T_L \quad (3.5.19)$$

Dentro del bloque “BLDC” tenemos el subsistema eléctrico del modelo. En la Ilustración 20 podemos ver el interior de dicho bloque y comprobar cómo se modelan las ecuaciones previamente descritas. El circuito equivalente del motor brushless que aparece en la Ilustración 19, se corresponde con las tres fases A, B y C conectadas en estrella, que podemos observar en la esquina superior derecha de la Ilustración 20. Cada una tiene su respectiva inductancia y resistencia y, mediante el uso de un componente de Xcos que funciona como una fuente de voltaje controlable, se puede obtener también la simulación de la fuerza contraelectromotriz de cada fase. En esta parte del circuito se cumplen las ecuaciones 3.5.3, 3.5.4, 3.5.5 y 3.5.6.

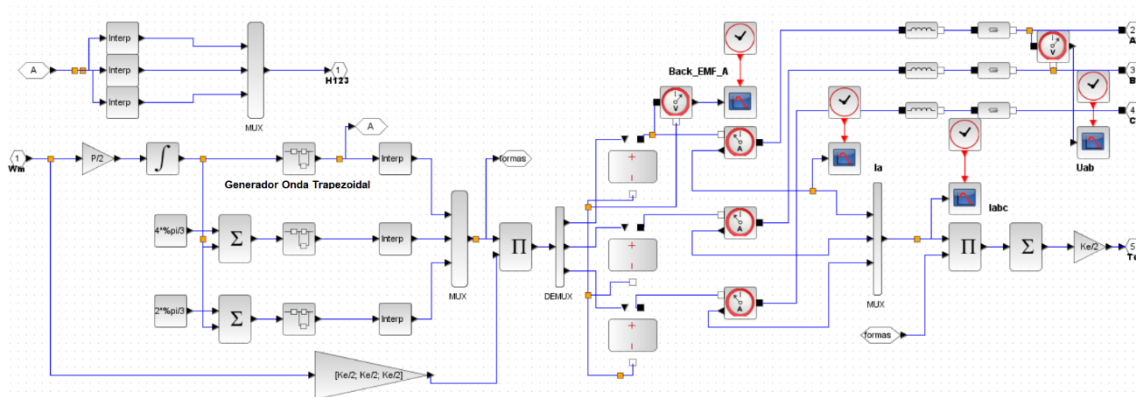


Ilustración 20. Modelado del subsistema eléctrico del motor BLDC.

La señal de control que llega a cada fuente de voltaje variable se corresponderá con el valor de la fuerza contraelectromotriz de cada fase y se obtiene mediante la parte del circuito de la esquina inferior izquierda. Siguiendo la ecuación 3.5.16, obtenemos el ángulo eléctrico integrando la velocidad angular y multiplicando por  $\frac{p}{2}$ , donde p era el número de polos. En función del ángulo eléctrico creamos tres señales desfasadas  $120^\circ$ , que son  $\frac{2\pi}{3}$  en nuestro esquema ya que trabajamos en radianes. Aplicando la función matemática que aparece en la Ilustración 22, y usando el bloque de interpolación de Xcos, donde se ha asignado a las coordenadas X e Y1 las expresiones que aparecen en la Ilustración 21, obtenemos la forma de onda trapezoidal que cumple la ecuación 3.5.14. Finalmente, multiplicando cada señal por  $\frac{K_e}{2}$ , tendremos la forma de onda de la fuerza contraelectromotriz en cada fase, cumpliéndose las ecuaciones 3.5.10, 3.5.11 y 3.5.12.

Para simular el par eléctrico del motor, seguiremos la ecuación 3.5.13. Por ello, podemos ver en el esquema de Xcos como medimos la corriente de cada fase, mediante un sensor de corriente, y como las multiplicamos por la forma de onda trapezoidal obtenida en el paso anterior y por la constante  $\frac{K_e}{2}$ .

```

puntos=1000;
for i=1:puntos
    X(i)=2*pi*i/puntos
    if X(i)<2*pi/3 then
        Y1(i)=1;
    elseif X(i)<pi then
        Y1(i)=1-6*(X(i)-2*pi/3)/pi;
    elseif X(i)<5*pi/3 then
        Y1(i)=-1;
    else
        Y1(i)=-1+6*(X(i)-5*pi/3)/pi;
    end
end
end
    
```

Ilustración 21. Puntos de interpolación para la onda trapezoidal de la FCEM.

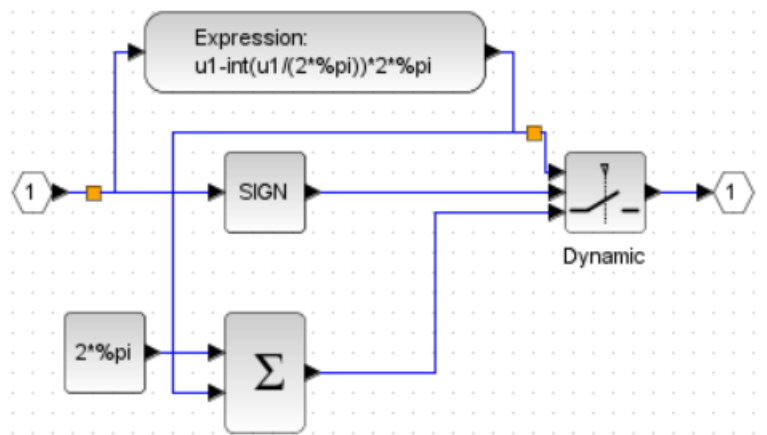


Ilustración 22. Función para obtener la fuerza contraelectromotriz.

En este bloque también se definen las señales digitales de los sensores de efecto Hall. Para conseguir estas señales nos valdremos nuevamente de la función que aparece en la Ilustración 22 y del bloque de interpolación, donde esta vez las coordenadas serán X y H. Las expresiones de dichas coordenadas las podemos observar en la Ilustración 23. Como podemos apreciar, la asignación de valores se divide en seis secciones, que se corresponden con los seis estados de conmutación definidos en el apartado 3.4.2.

```

//sensores de posición H
sector=%pi/3;
for i=1:puntos
    X(i)=2*%pi*i/puntos
    if X(i)<sector*1 then
        H(i,1)=1;
        H(i,2)=0;
        H(i,3)=0;
    elseif X(i)<sector*2 then
        H(i,1)=1;
        H(i,2)=1;
        H(i,3)=0;
    elseif X(i)<sector*3 then
        H(i,1)=0;
        H(i,2)=1;
        H(i,3)=0;
    elseif X(i)<sector*4 then
        H(i,1)=0;
        H(i,2)=1;
        H(i,3)=1;
    elseif X(i)<sector*5 then
        H(i,1)=0;
        H(i,2)=0;
        H(i,3)=1;
    else
        H(i,1)=1;
        H(i,2)=0;
        H(i,3)=1;
    end
end
end

```

Ilustración 23. Puntos de interpolación para las señales de los sensores de efecto Hall.

Por último, en el bloque de “Carga Mecánica” modelamos el subsistema mecánico del motor, que se rige por la ecuación 3.5.19. La entrada  $T_e$  que observamos en la imagen, se corresponde con el par eléctrico previamente definido en el bloque “BLDC”. La entrada  $T_L$  es el par de la carga, el cual será una constante a definir por el usuario, para poder realizar simulaciones con una mayor o menor carga.

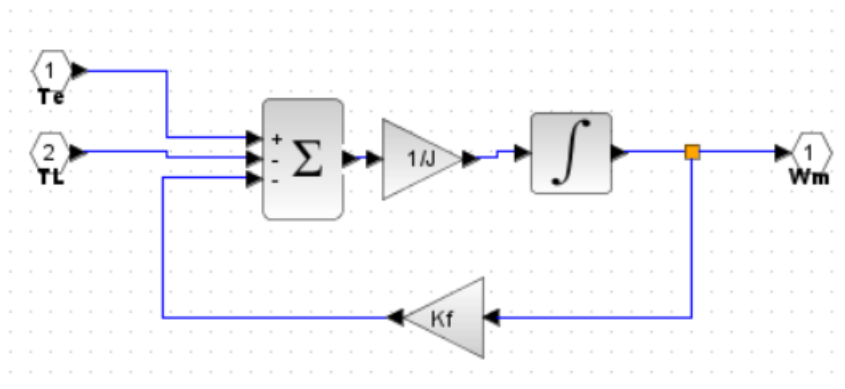


Ilustración 24. Modelado del subsistema mecánico del motor BLDC.

### 3.6. Simulaciones.

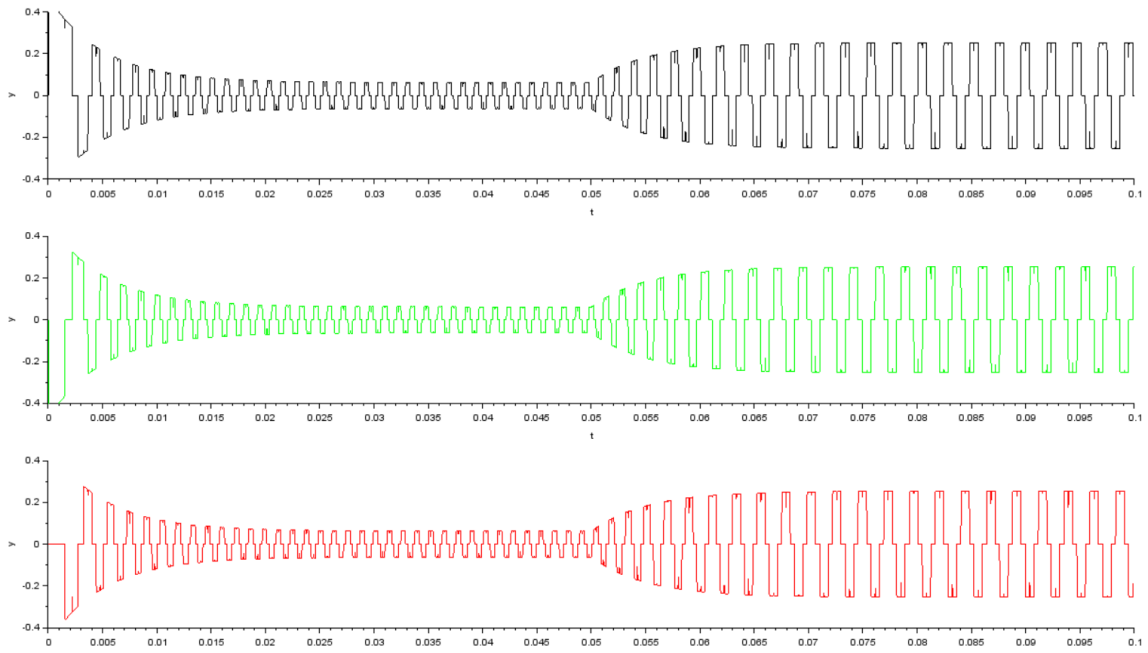
Para verificar el modelo se han llevado a cabo múltiples simulaciones con parámetros de diferentes motores. A continuación, se muestran las gráficas obtenidas con dos motores distintos del fabricante Maxon Motor. Primero se ha simulado uno de poca potencia y que alcanza una velocidad superior a las 45.000 rpm, y después se ha simulado uno de mayor potencia (400W) y bastante más lento. En la Tabla 3 tenemos los parámetros del primer motor, aunque la hoja de especificaciones completa está disponible en la página web de Maxon Motor [19]. El modelo del motor está simulado en lazo abierto, el tiempo de simulación se ha fijado en 0.1 segundos y se ha aplicado un par de carga (TL) de  $2.3 \times 10^{-4}$  Nm a los 0.05 segundos de iniciar la simulación.

La constante de fricción viscosa no viene en la hoja de especificaciones, pero se puede calcular a partir de otros parámetros del motor de la siguiente manera:

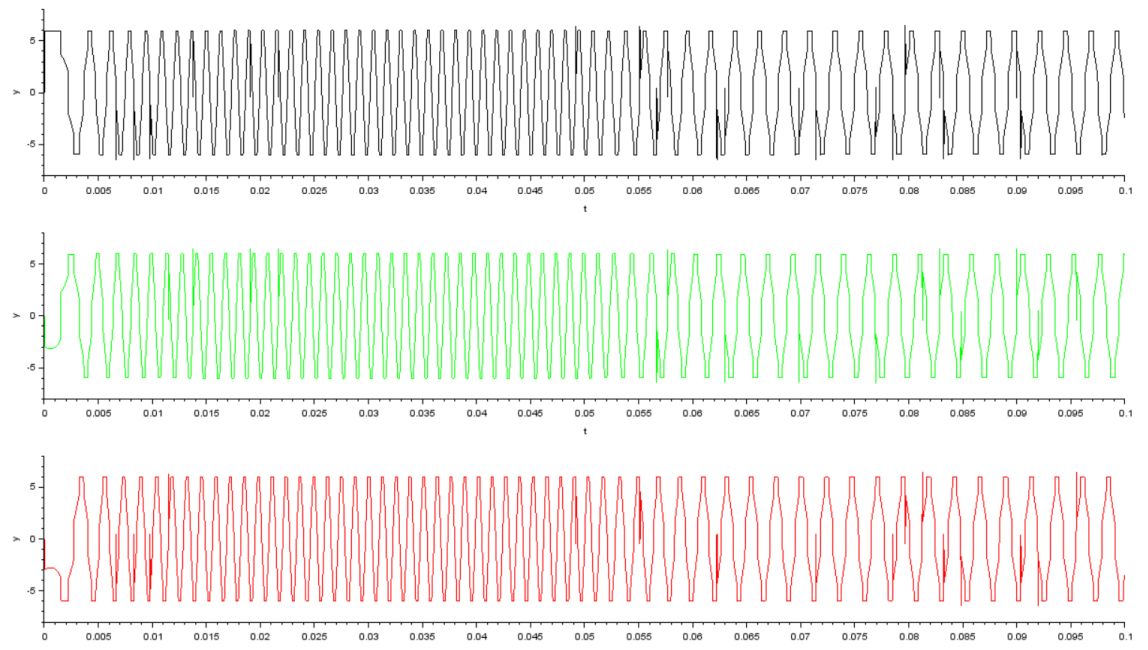
$$K_f = \frac{J}{t_m} - \frac{K_e^2}{R} = \frac{5 \cdot 10^{-10}}{4.94 \cdot 10^{-3}} - \frac{(1.05 \cdot 10^{-3})^2}{12.5} = 1.3 \cdot 10^{-8} \quad (3.6.1)$$

Tabla 3. Especificaciones del Motor 1.

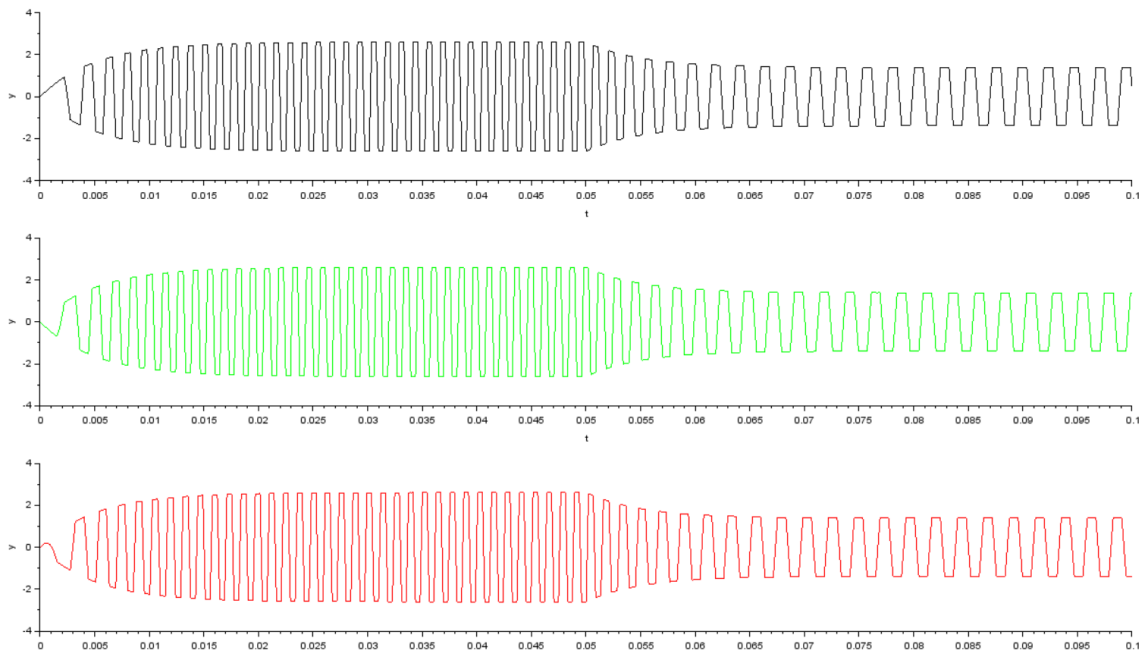
<b>Motor Brushless ECX SPEED</b>	
Resistencia entre terminales	12.5 Ω
Inductancia entre terminales	$0.091 \times 10^{-3}$ H
Constante para la FCEM	$1.05 \times 10^{-3}$ Vs/Rad
Constante de fricción viscosa	$1.3 \times 10^{-8}$ Nms/Rad
Momento de inercia	$5 \times 10^{-10}$ Kgm <sup>2</sup>
Constante de tiempo mecánica	$4.94 \times 10^{-3}$ s
Tensión de alimentación	6 V
Número de polos	2



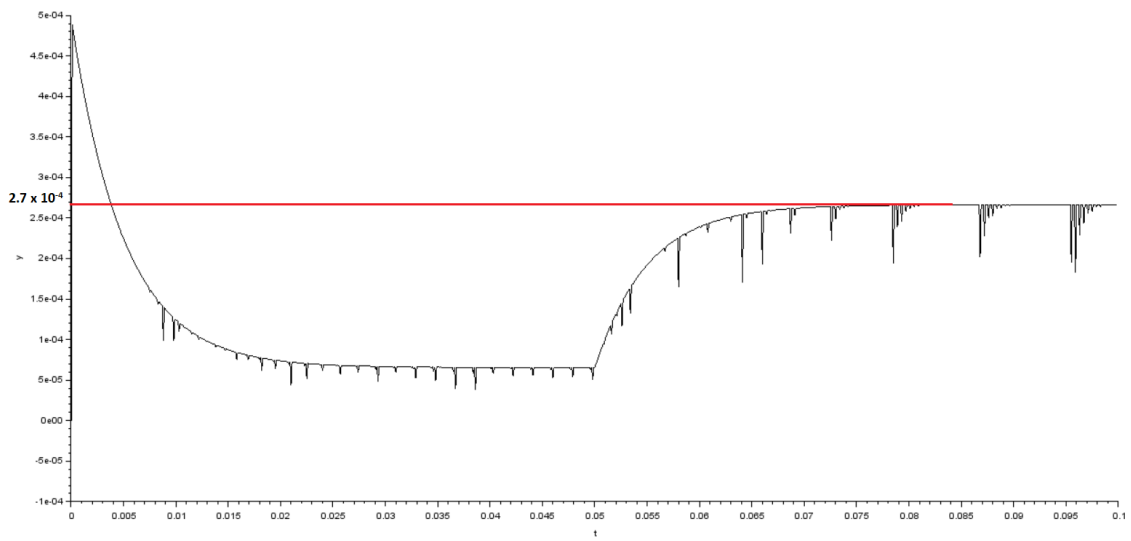
**Ilustración 25. Corriente de las tres fases:  $I_A$  (negro),  $I_B$  (verde) e  $I_C$  (rojo).**



**Ilustración 26. Voltaje de línea  $U_{AB}$  (negro),  $U_{BC}$  (verde) y  $U_{CA}$  (rojo).**



**Ilustración 27. Fuerza contraelectromotriz  $E_A$  (negro),  $E_B$  (verde) y  $E_C$  (rojo).**



**Ilustración 28. Par eléctrico  $T_E$ .**

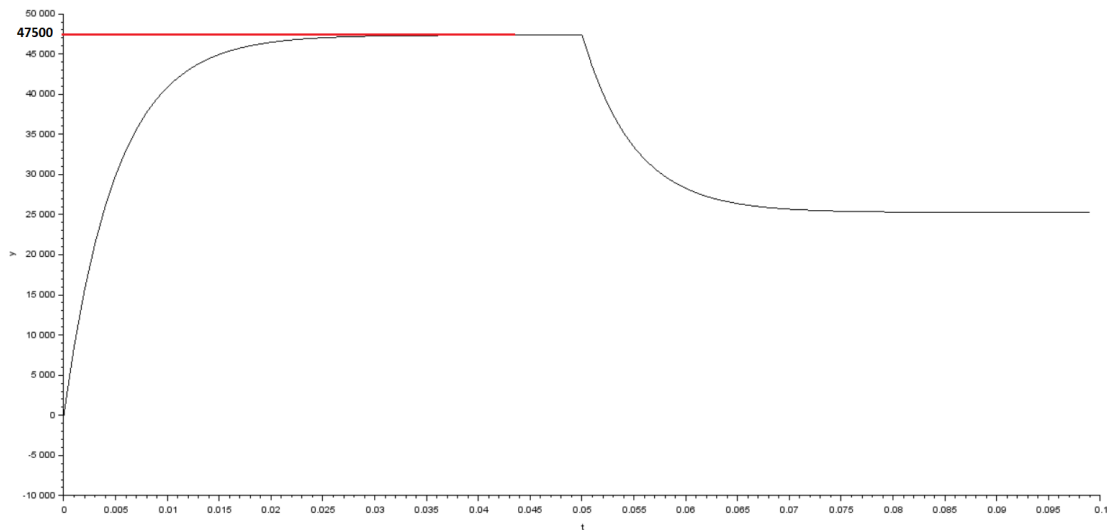


Ilustración 29. Velocidad angular  $W_M$ .

En las Ilustraciones 25-29 se puede ver perfectamente como el motor reacciona ante el par de la carga aplicado, reduciendo su velocidad y la fuerza contraelectromotriz en las fases. El par aumenta hasta alcanzar  $2.7 \times 10^{-4}$  Nm, un valor levemente superior al aplicado en el escalón, y también aumenta notablemente la corriente en las fases.

En la Tabla 4 podemos ver los parámetros del segundo motor. La simulación se ha realizado con un tiempo de simulación de 0.2 segundos y aplicando un par de carga de 0.65 Nm a los 0.09 segundos. Al ser un motor de mayor tamaño y potencia, los voltajes y corrientes aumentan y el par que puede soportar es 10.000 veces mayor. En las Ilustraciones 30-34 podemos ver que la reacción ante la carga es igual que en el caso anterior. El par eléctrico alcanza los 0.8 Nm, un poco más que el escalón que se aplica. La velocidad que hay antes de aplicar la carga se corresponde con el valor de la velocidad en vacío y es igual a 5300 rpm (Ilustración 34), acercándose mucho al valor de las especificaciones del fabricante. La corriente en vacío es de 0.55 A (Ilustración 30), por lo que también nos acercamos al valor de las especificaciones.



Tabla 4. Especificaciones del Motor 2.

<b>Motor Brushless EC 60</b>	
Resistencia entre terminales	0.345 $\Omega$
Inductancia entre terminales	0.273 x 10 <sup>-3</sup> H
Constante para la FCEM	84.9 x 10 <sup>-3</sup> Vs/Rad
Constante de fricción viscosa	1.09 x 10 <sup>-4</sup> Nms/Rad
Momento de inercia	831 x 10 <sup>-7</sup> Kgm <sup>2</sup>
Constante de tiempo mecánica	3.98 x 10 <sup>-3</sup> s
Tensión de alimentación	48 V
Velocidad en vacío	5370 rpm
Corriente en vacío	0.67 A
Número de polos	2

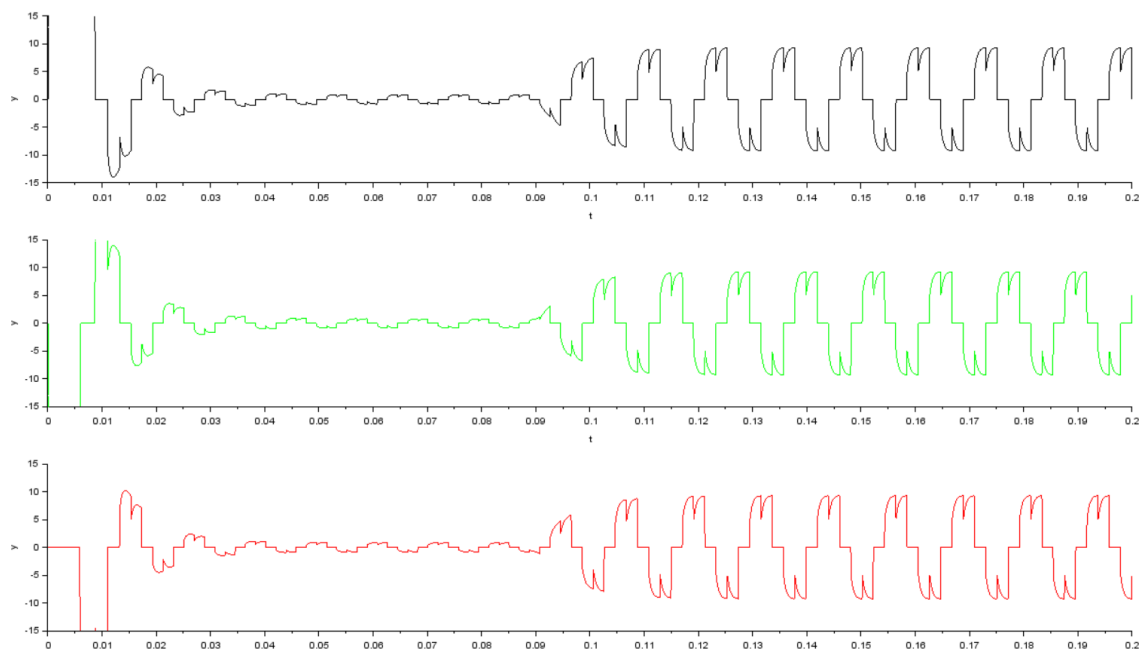


Ilustración 30. Corriente de las tres fases:  $I_A$  (negro),  $I_B$  (verde) e  $I_C$  (rojo).

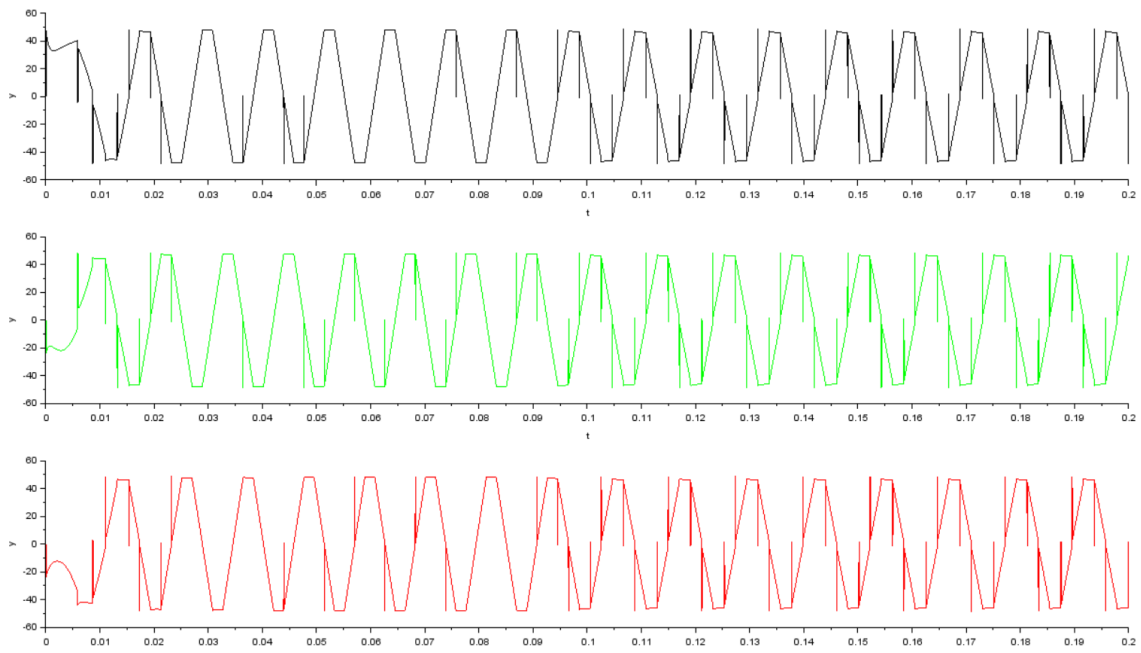


Ilustración 31. Voltaje de línea  $U_{AB}$  (negro),  $U_{BC}$  (verde) y  $U_{CA}$  (rojo).

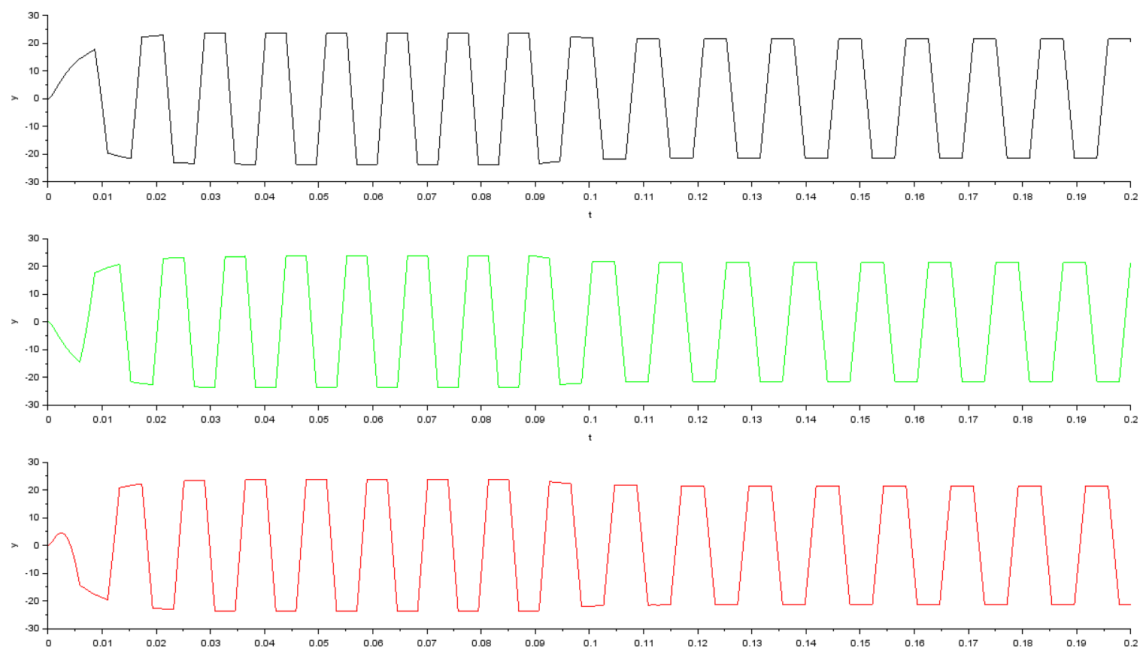


Ilustración 32. Fuerza contraelectromotriz  $E_A$  (negro),  $E_B$  (verde) y  $E_C$  (rojo).

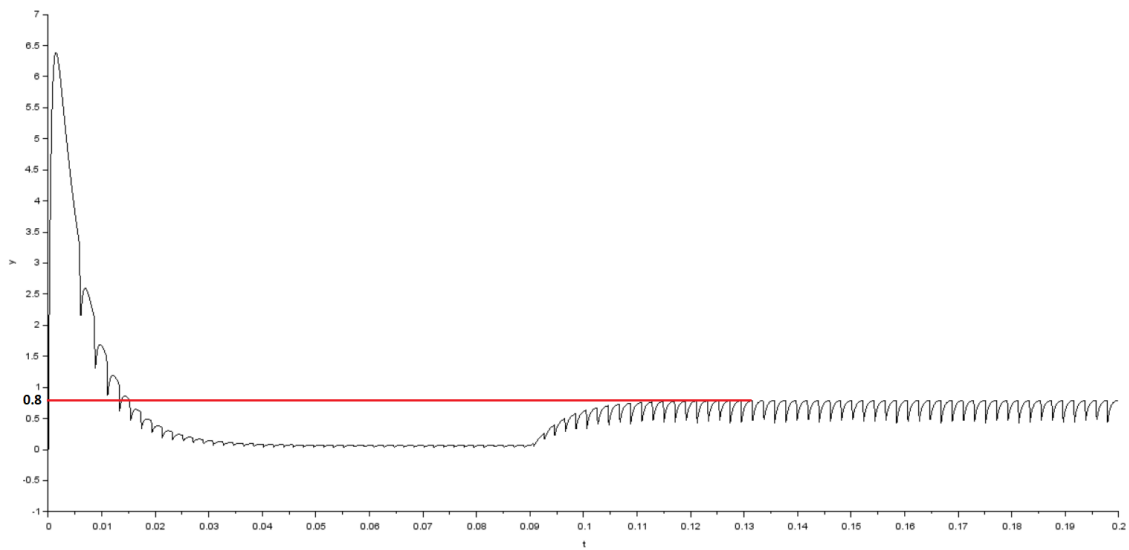


Ilustración 33. Par eléctrico  $T_E$ .

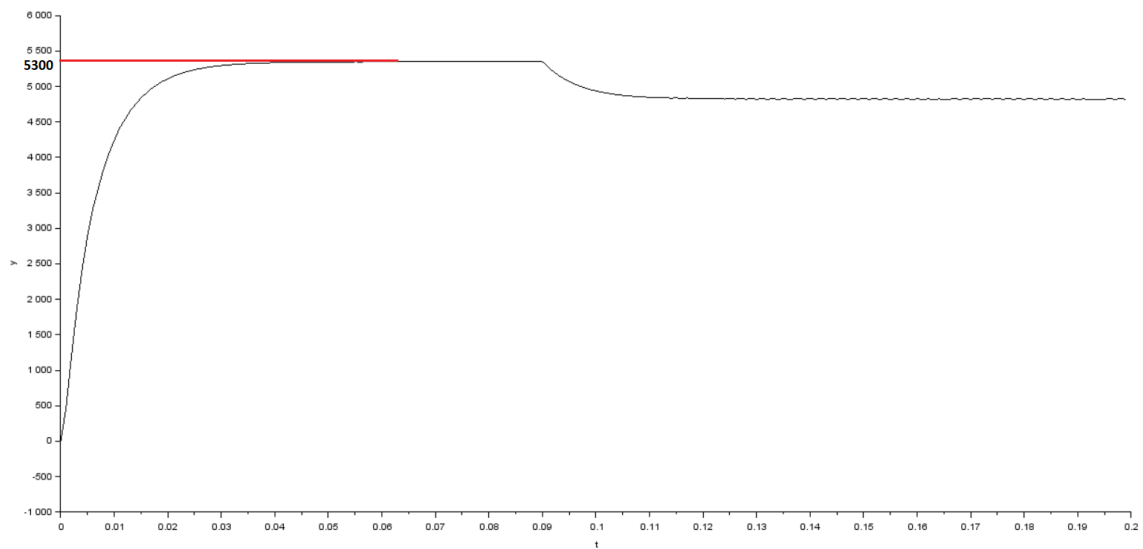


Ilustración 34. Velocidad angular  $W_M$ .

## 4. Diseño del controlador.

### 4.1. Introducción.

En los motores *brushless* el controlador PI es el más comúnmente usado en los sistemas de control, por lo que en este apartado nos basaremos en él para diseñar nuestro controlador y poder calcular sus parámetros.

El tradicional controlador PID (Proporcional Integral Derivativo), es una de las herramientas más populares en sistemas de control industrial. El controlador PID estándar calcula el error o desviación entre un valor de referencia y un valor medido. A partir de ahí la planta es controlada mediante una combinación lineal de tres términos, uno proporcional, otro integral y un último derivativo. La estructura típica de un controlador PID continuo puede ser descrita mediante la expresión de la ecuación 4.1.1.

$$u(t) = K_p \left[ e(t) + \frac{1}{T_I} \int_0^t e(t) dt + T_D \frac{de(t)}{dt} \right] \quad (4.1.1)$$

Donde  $K_p$  es la ganancia proporcional,  $T_I$  es la constante de tiempo integral y  $T_D$  la constante de tiempo diferencial. Sin embargo, en la práctica no todos los controladores están compuestos por estos tres términos, como ya se ha mencionado, en los motores BLDC el controlador PI es el de uso más frecuente. El término diferencial puede reducir eficazmente el sobre pico inicial y el tiempo de establecimiento, pero hará que la planta controlada pueda verse afectada fácilmente por las perturbaciones de alta frecuencia [20].

El objetivo del control es conseguir un amplio rango de velocidades con un pequeño error de seguimiento. Entre las distintas estrategias de control que podemos encontrar, la técnica de control PI de doble circuito cerrado es la más madura y ampliamente utilizada. El bucle exterior del controlador es el lazo cerrado de la velocidad, que tiene como fin estabilizar la velocidad, alcanzando la velocidad de referencia definida por el usuario, y resistir las perturbaciones que pueda inducir la carga. El bucle interior es el bucle de la corriente, que tiene el fin de estabilizar la corriente y resistir las posibles fluctuaciones del voltaje de la etapa de potencia. En la Ilustración 35 se adjunta un esquema resumen de esta técnica de control.

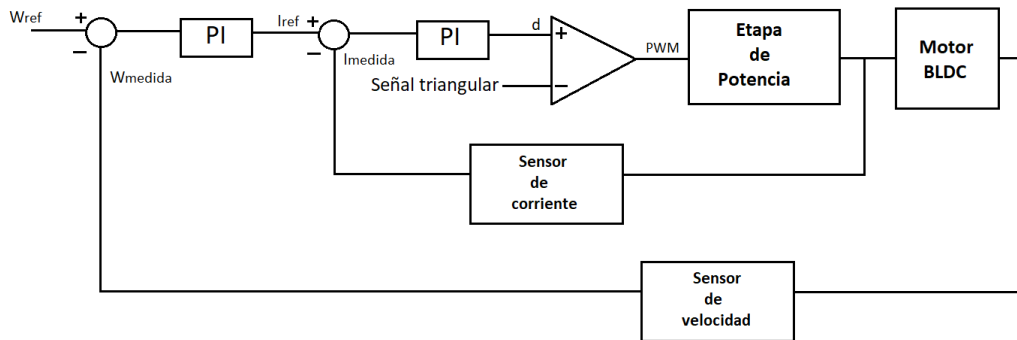


Ilustración 35. Técnica de control PI de doble circuito cerrado.

Como entrada tendremos un escalón, una rampa o una función que será definida por el usuario. Siguiendo el diagrama de la Ilustración 35, esta entrada se comparará con la velocidad real medida por un sensor, y se pasará por el PI, obteniéndose como resultado la corriente que hará de consigna para el bucle interior. Compararemos entonces esta consigna con la intensidad real medida y la pasaremos también por un bloque PI. Aquí obtendremos el ciclo de trabajo ( $d$ ) con el que se realizará el PWM y podremos alcanzar la velocidad deseada en la entrada. El PWM (del inglés *Pulse Width Modulation*, Modulación por Ancho de Pulso) es una técnica de conmutación que se explica detalladamente en el siguiente apartado.

#### 4.2. Técnica de control con PWM.

Como ya se explicó anteriormente, con la información de los sensores de efecto Hall se determinará que par de transistores son los que deben conmutar en cada momento. Sin embargo, con el circuito descrito en el apartado 3.4 no estamos realizando ningún tipo de control, sólo hemos sustituido las escobillas y el colector de delgas de los motores con escobillas por componentes electrónicos que nos permitirán llevar a cabo la rotación del motor. Para poder realizar un primer control sencillo de la velocidad, debemos ser capaces de controlar la corriente. Para ello, existen actualmente diferentes técnicas de conmutación: las principales son a través del modo PWM y del modo de Histéresis.

**Modo PWM:** con este método, se controla la tensión media de las fases del motor a una frecuencia fija, con un ciclo de trabajo o *duty*. Éste dependerá del error de la corriente y determinará el tiempo que conduce cada transistor, obteniendo la tensión que se requiera en ese momento. La principal ventaja de esta técnica de conmutación es que la frecuencia de corte es un parámetro fijo, por lo que tanto el ruido acústico como el electromagnético son relativamente fáciles de filtrar. Dentro del PWM encontramos dos variantes:

- PWM bipolar o *hard chopping*: en esta técnica los transistores de ambas fases son controlados por la misma señal, actuando como interruptores que se abren y se cierran al mismo tiempo. El diseño del controlador con este método es más sencillo de implementar ya que sólo maneja tres señales de impulsos. Sin embargo, no se aplica

tanto como la técnica unipolar ya que presenta mayores pérdidas de conmutación e incrementa notablemente el rizado de la corriente.

- PWM unipolar o *soft chopping*: esta técnica consiste en que el transistor inferior conduce de forma permanente mientras que al transistor superior se le aplica el PWM. De esta manera, se reducirá el rizado de corriente, las pérdidas de conmutación y las interferencias electromagnéticas, resultando en un excelente comportamiento del motor, el cual presentará un par estable, incluso a bajas velocidades. Para implementar este método se necesitarán seis señales de pulsos, lo que hará el diseño un poco más complejo y costoso.

**Modo de Histéresis:** en este método los transistores son conmutados en función de si la corriente es mayor o menor que una corriente de referencia. El error obtenido es usado directamente para controlar el estado de los transistores de potencia. El controlador por histéresis se usa para limitar las corrientes de fase dentro de una banda de histéresis predefinida. Al tener una tensión fija, la frecuencia de conmutación variará según el error de la corriente. Esta técnica se aplica a controladores de motores donde su carga y su velocidad no varíen mucho, para no tener mucha variación en la frecuencia de conmutación. Con el modo de histéresis también se pueden aplicar las técnicas de *hard* y *soft chopping* explicadas anteriormente. Una de las ventajas que presenta este método es que, al tener el ancho de la banda de histéresis como parámetro de diseño, se puede obtener un control de la corriente tan preciso como se quiera. Sin embargo, tendrá el inconveniente de que las interferencias electromagnéticas y el ruido acústico serán difíciles de filtrar, debido a que presenta una frecuencia variable [21].

La técnica de PWM es ampliamente utilizada hoy en día en el control de motores, por lo que será la que implementemos en nuestro controlador. Sin embargo, uno de los motores que se está usando para las simulaciones de este proyecto, alcanza velocidades de más de 40.000 revoluciones por minuto, por lo que los métodos de *hard* y *soft chopping*, donde el PWM debe ser aplicado directamente a los transistores del inversor, resultan muy difíciles de aplicar, ya que se requeriría una frecuencia de conmutación excesivamente elevada. Por ello, para este tipo de motores tan rápidos, la variable a controlar no será la tensión media de las fases, sino la tensión de alimentación del inversor. Esto se llevará a cabo mediante el uso de un convertidor Buck o reductor en la alimentación del inversor, donde el PWM se aplicará en el interruptor del circuito, como podemos observar en la Ilustración 36.

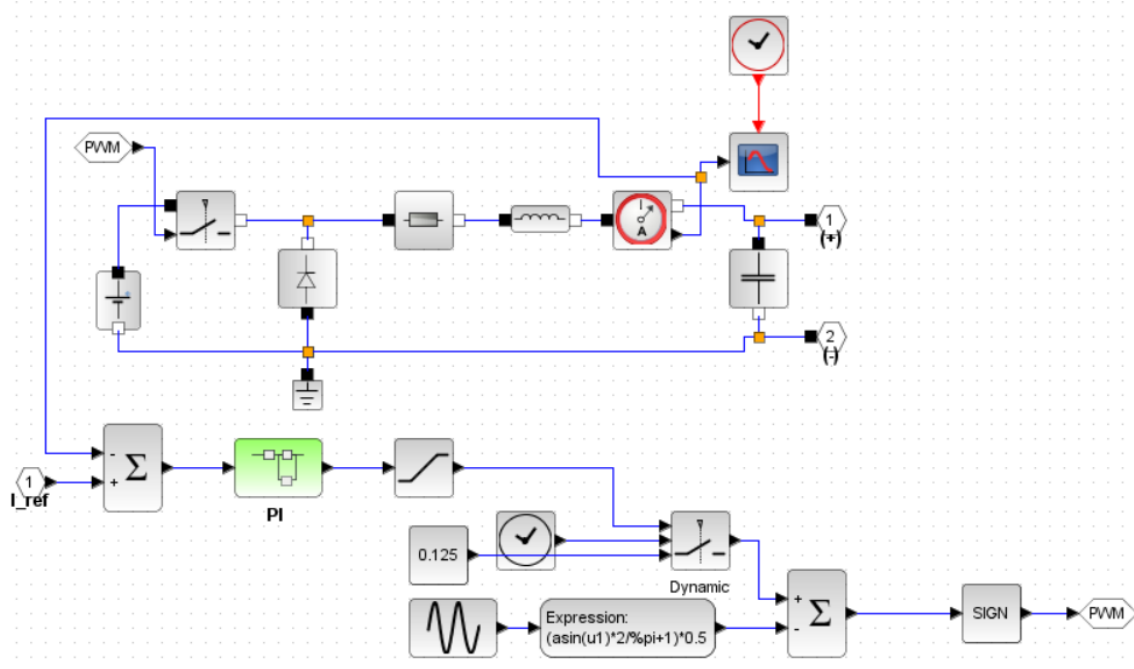


Ilustración 36. Reductor, PWM y lazo de corriente.

En esta imagen tenemos la implementación del reductor en Xcos. En la tensión de entrada hay 48V, la bobina es de 3mH, suficiente para que el reductor trabaje la mayoría del tiempo en modo de conducción continua, la resistencia es de 0.1Ω y el condensador de la salida es de 10μF. A éste se encuentran conectados los puertos positivo (+) y negativo (-) que irán directamente al inversor.

Como podemos ver, se mide la corriente que atraviesa la bobina mediante un sensor, y esta se compara con la consigna del lazo de control de la corriente. A continuación, se pasa por un bloque PI, el cual comentaremos en el siguiente apartado, y por un bloque de saturación, donde los límites superior e inferior son 1 y 0 respectivamente, ya que el ciclo de trabajo nunca puede ser mayor de 1. La señal obtenida llegará entonces a un selector de señales, que elegirá entre un ciclo de trabajo fijo e igual a 0.125 y el ciclo de trabajo obtenido en el lazo de corriente, según una señal de control que va indicando el tiempo actual. Esta señal es generada por el bloque “TIME”, con ella conseguimos dejar que el motor llegue a una cierta velocidad sin aplicar ningún tipo de control, y al pasar un valor umbral de tiempo, empezar a realizar el control.

La señal que sale del selector hará de señal de control para el PWM. Para conseguir los pulsos del PWM que nos permitirán obtener las tensiones necesarias, compararemos esta señal de control con una señal triangular. En la Ilustración 37 puede verse una vista de zoom de la señal triangular y la señal de control que se han simulado en Xcos.

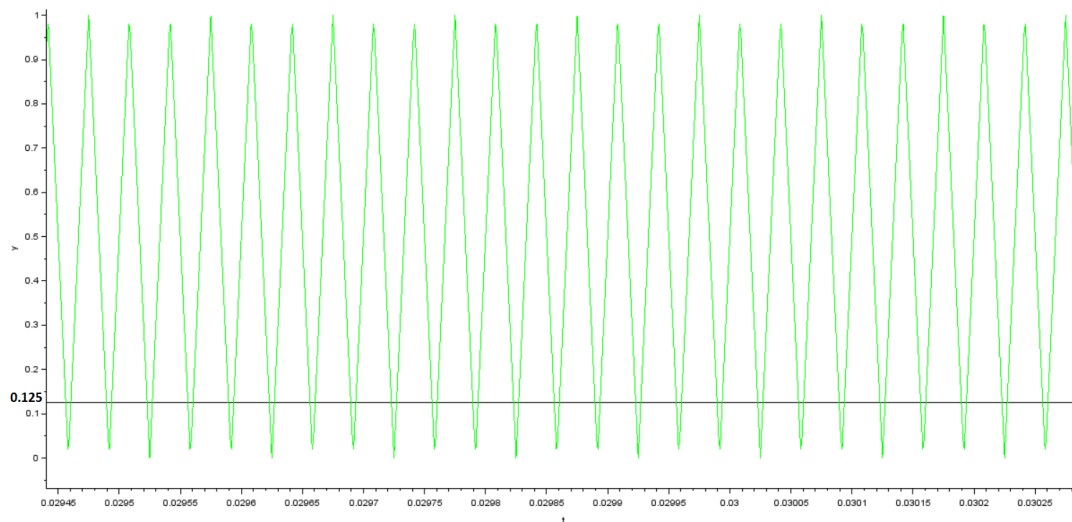


Ilustración 37. Señal triangular y señal de control para obtener el PWM.

Se puede conseguir esta forma de onda triangular mediante la expresión de la ecuación 4.2.1. Por ello, en la Ilustración 36 se ve como se aplica el arcoseno a una señal senoidal y se multiplica por  $2/\pi$ . La frecuencia de la señal senoidal será la frecuencia de conmutación. En la función que aparece en el bloque sumamos uno para obtener una señal positiva, y multiplicamos por 0.5 para que el valor de pico de la triangular sea igual a uno.

$$y(t) = \frac{2}{\pi} \arcsin(\sin(2 \cdot \pi \cdot f \cdot t)) \quad (4.2.1)$$

Al restarle la triangular a la señal de control, se tendrá como resultado una señal que será positiva cuando la triangular sea menor que la de control y negativa cuando se dé el caso contrario. Mediante el bloque "SIGN" nos quedaremos únicamente con el signo, consiguiendo una señal que valdrá uno o menos uno en función de si el valor es positivo o negativo. Esto da como resultado nuestro buscado tren de pulsos, donde el ancho de los pulsos variará en función de la señal de control. En la Ilustración 38 tenemos una vista de zoom del tren de pulsos que se ha obtenido en las simulaciones.



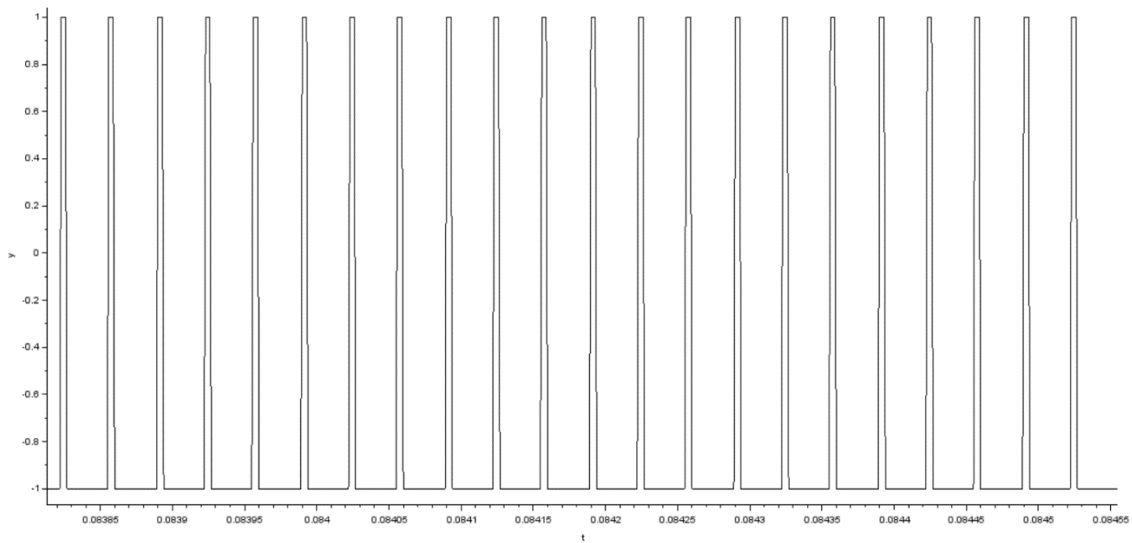


Ilustración 38. Señal de pulsos del PWM.

Para el segundo motor no habrá problema en aplicar el PWM directamente en los transistores del inversor, ya que no alcanza velocidades tan altas. Elegiremos la técnica bipolar, por lo que ahora tendremos seis señales de pulsos, dos para cada medio puente que forma el inversor. Estas señales se obtendrán de igual manera que en el caso anterior, mediante una señal triangular y una señal de control. En la Ilustración 39 podemos ver las seis señales de pulsos que se generan para los transistores del inversor cuando hacemos PWM y, en este caso, tenemos el ciclo de trabajo igual a 0.7.

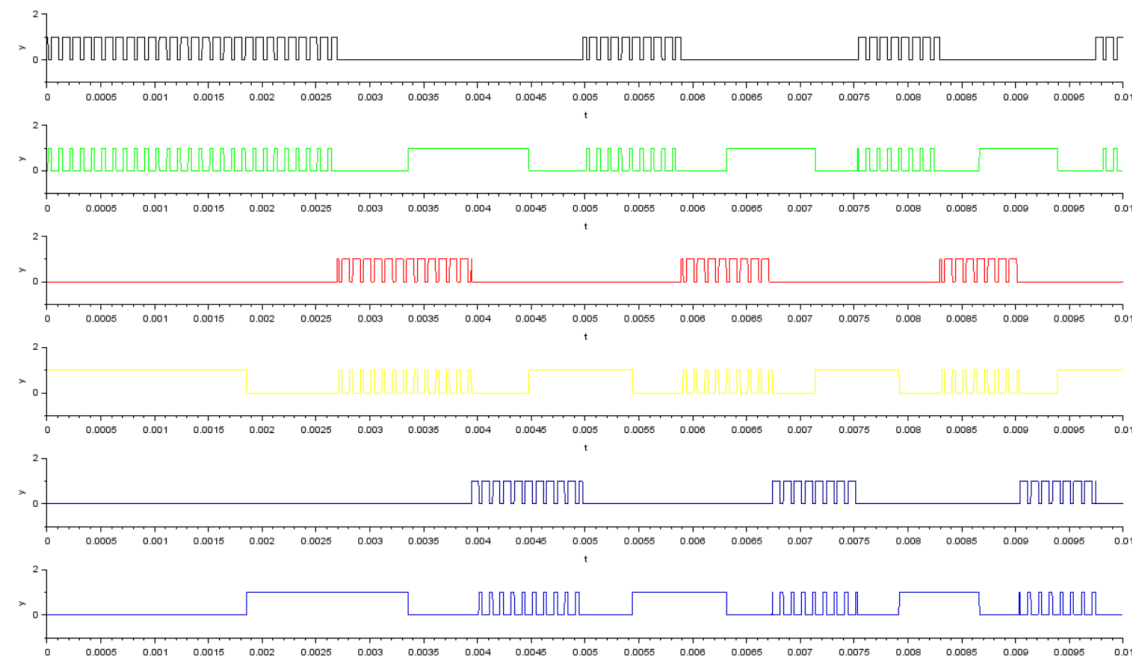


Ilustración 39. Señales de pulsos para los seis transistores del inversor cuando hacemos PWM.

#### 4.3. Diseño del lazo de corriente.

Existen diferentes posibles configuraciones para calcular un controlador PI. En nuestro caso, el controlador PI se corresponderá con la siguiente función de transferencia:

$$G(s) = K_p + \frac{K_i}{s} = \frac{K_i}{s} \left(1 + s \frac{K_p}{K_i}\right) \quad (4.3.1)$$

Las variaciones de tensión respecto a las variaciones de corriente pueden considerarse despreciables, ya que la corriente se modifica mucho más rápido que la velocidad del motor [22]. Teniendo en cuenta esto, se hará un lazo de control para controlar la intensidad de corriente  $I$  en función del ciclo de trabajo  $D$ . Recordando que la corriente que controlamos en el primer motor es la que pasa por la bobina del reductor, la función de transferencia es:

$$\frac{I(s)}{D(s)} = K_{PWM} \frac{V_{DC}}{sL+R} = K_{PWM} \frac{V_{DC}}{R} \frac{1}{1+\frac{L}{R}s} \quad (4.3.2)$$

Donde  $V_{DC}$  es la tensión de entrada del reductor,  $L$  el valor de la bobina y  $R$  el de la resistencia.  $K_{PWM}$  es igual a la inversa del valor de pico de la triangular. A continuación, se demuestra dicha igualdad.

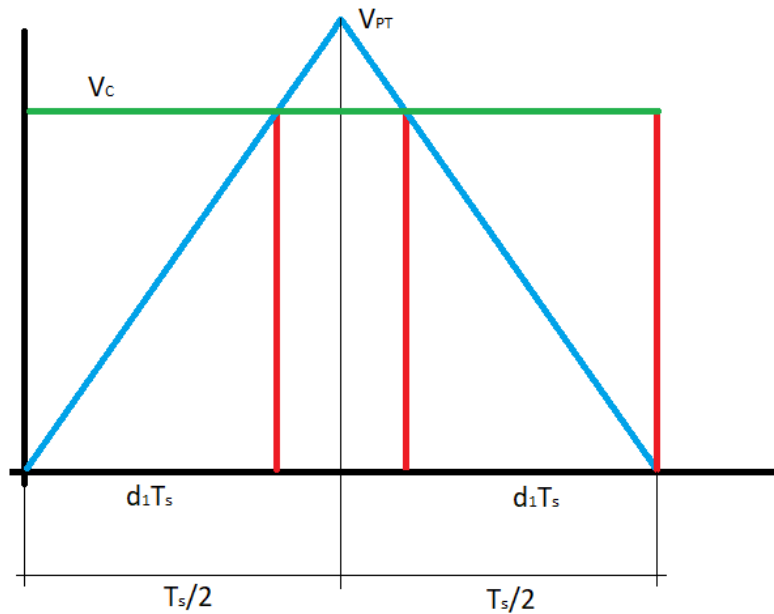


Ilustración 40. Relación entre el ciclo de trabajo y el valor de la señal de control.

$$\frac{V_{PT}}{\frac{T_s}{2}} = \frac{V_C}{d_1 T_s} \rightarrow d_1 = \frac{V_C}{V_{PT}} \frac{1}{2} \quad (4.3.3)$$

$$d = 2d_1 = \frac{V_c}{V_{PT}} \quad (4.3.4)$$

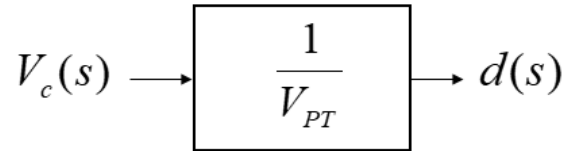


Ilustración 41. Relación entre el ciclo de trabajo y la señal de control.

La frecuencia de paso por cero del diagrama de Bode será un orden de magnitud inferior a la frecuencia de conmutación. Si la frecuencia de conmutación se ha fijado en 30.000 Hz, la frecuencia de corte tendrá un valor de 3.000 Hz. Seleccionaremos el cero del controlador PI de manera que se simplifique el polo del modelo del motor:

$$\frac{K_p}{K_i} = \frac{L}{R} \quad (4.3.5)$$

Y mediante la selección del valor adecuado de  $K_i$ , se obtendrá la frecuencia de paso por cero deseada. A esta frecuencia, en el diagrama de Bode se debe cumplir la condición:

$$|G(j\omega_0)| = 1 \quad (4.3.6)$$

Esta condición nos facilita el cálculo de  $K_i$  y nos proporciona los siguientes resultados:

$$\left| \frac{K_i}{s} K_{PWM} \frac{V_{DC}}{R} \right| = 1 \rightarrow K_i = \frac{2\pi f_0 R}{K_{PWM} V_{DC}} = \frac{2 \cdot \pi \cdot 3000 \cdot 0.1}{1.48} = 39.26 \quad (4.3.7)$$

$$K_p = \frac{L}{R} K_i = \frac{3 \cdot 10^{-3}}{0.1} \cdot 39.26 = 1.17 \quad (4.3.8)$$

En la Ilustración 38 puede verse el diagrama de Bode para este sistema en lazo abierto sin el PI y con el PI.

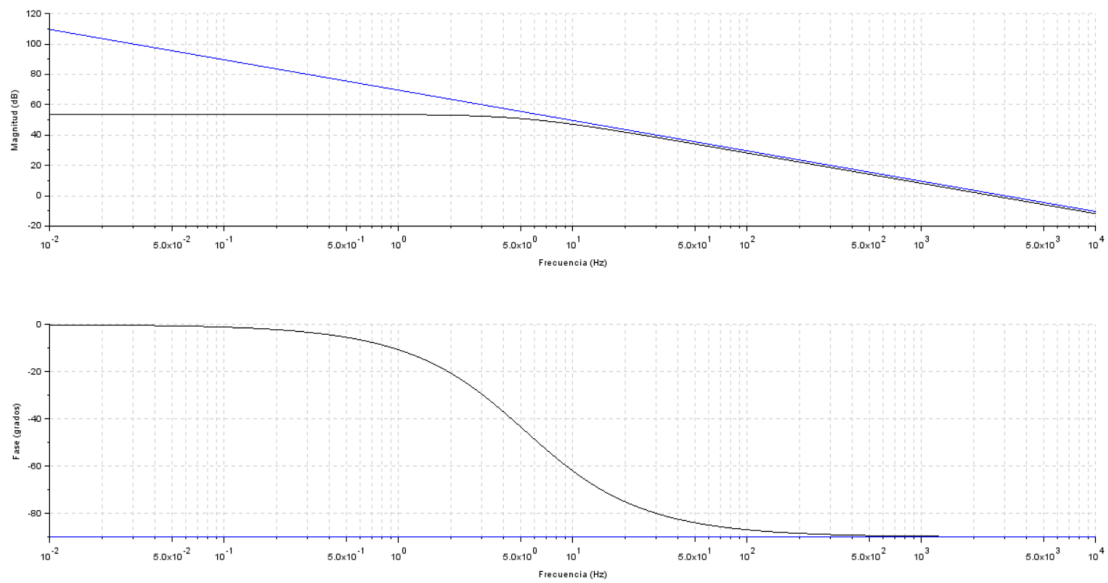


Ilustración 42. Diagrama de Bode del lazo de corriente en lazo abierto sin PI (negro) y con PI (azul).

La implementación del PI en Xcos es sencilla. Creamos un nuevo bloque al que llamaremos PI y, siguiendo la ecuación 4.3.1, éste quedará como en la Ilustración 39. Los parámetros  $K_i$  y  $K_p$  se calculan automáticamente según las ecuaciones 4.3.7 y 4.3.8, esto podemos verlo en la Ilustración 40.

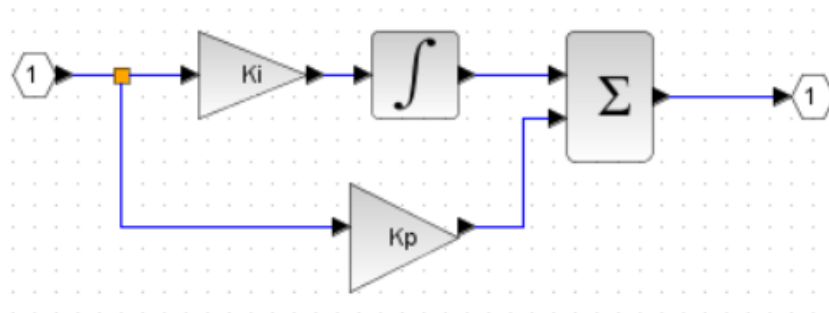


Ilustración 43. Controlador PI para el lazo de corriente.

$$\begin{aligned}
 K_{pwm} &= 1/V_t; \\
 K_i &= (2 * \pi * f_i * R_{in}) / (V_{dc} * K_{pwm}); \\
 K_p &= (K_i * L_{in}) / R_{in};
 \end{aligned}$$

Ilustración 44. Cálculo de  $K_{pwm}$ ,  $K_i$  y  $K_p$ .

En la Ilustración 45 tenemos el resultado de la simulación del motor con el PI de la corriente ya añadido. Como se mencionó, se deja que el motor alcance una cierta velocidad y, como consecuencia, una cierta intensidad. En  $t=0.06$  segundos se empieza el control, como puede verse en la imagen la corriente sigue bien la consigna. En  $t=0.08$  se ha introducido un escalón y la corriente también responde bien a este.

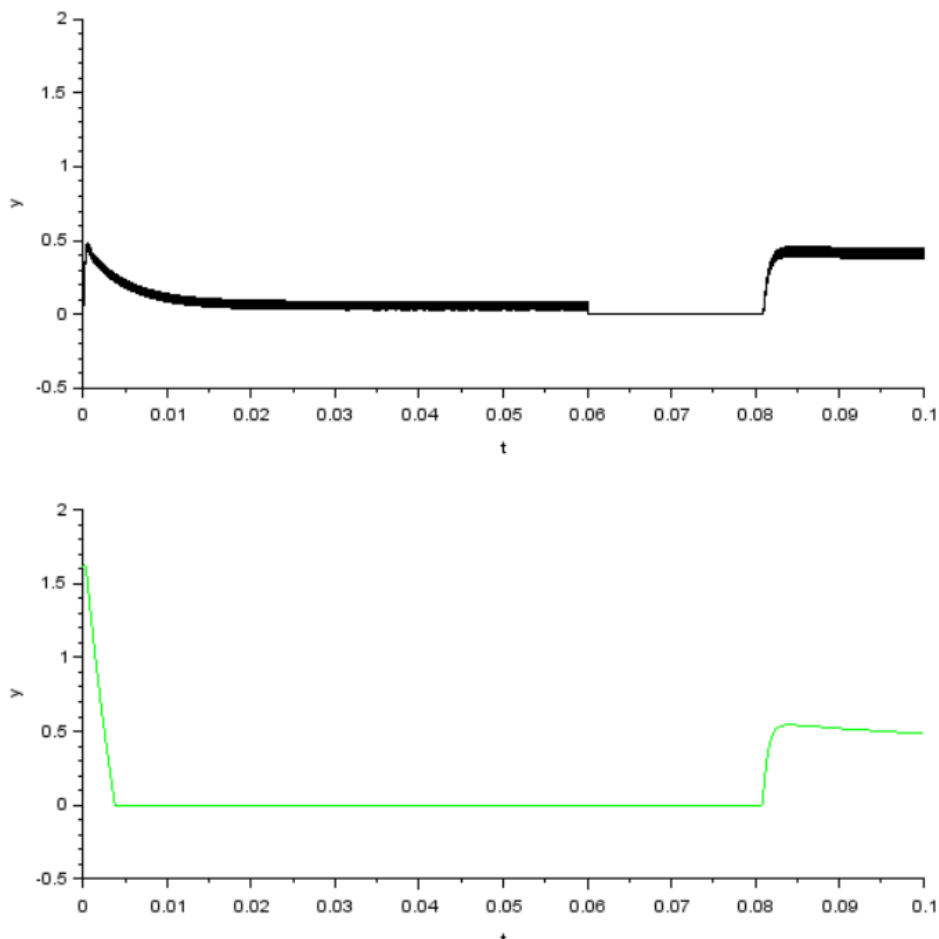


Ilustración 45. Gráfica superior: valor real de la corriente. Gráfica inferior: valor de corriente de consigna.

Para el segundo motor, se controla la corriente de las fases que estén conduciendo en ese momento. En nuestro modelo tenemos tres señales independientes de corriente  $I_A$ ,  $I_B$  e  $I_C$  que representan las corrientes de las fases A, B y C respectivamente. Para poder llevar a cabo el control, necesitamos una señal continua que sea equivalente a la suma de la parte positiva de estas tres señales. Para conseguir dicha señal, se ha creado el bloque que aparece en la Ilustración 46, cuyo interior podemos ver en la Ilustración 47.

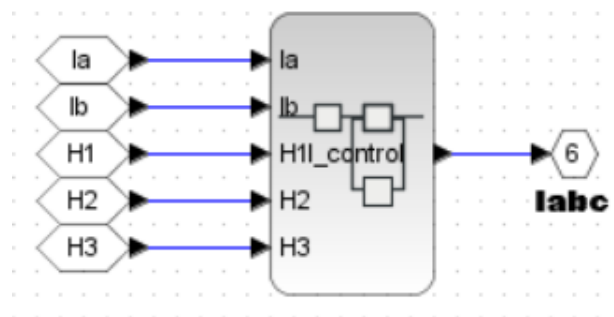


Ilustración 46. Bloque para obtener la señal de corriente  $I_{abc}$ .

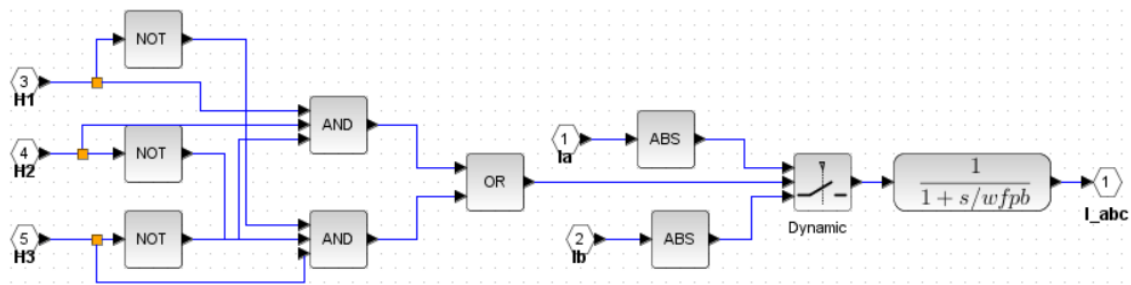


Ilustración 47. Diagrama de bloques para obtener la señal de corriente  $I_{abc}$ .

Como ya se explicó en apartados anteriores, durante el funcionamiento del motor siempre habrá dos fases conduciendo. Por lo tanto, nos bastará con usar la señal de dos fases para obtener  $I_{ABC}$ . En la imagen se ve que hemos escogido  $I_A$  e  $I_B$ .

La lógica de funcionamiento del diagrama es la siguiente: se crea una señal de control que valdrá uno siempre que el estado de H1, H2 y H3 sea 110 o 001. En ambos estados, la fase A se encuentra activa, y en el resto de estados se encuentra activa la fase B. Por lo tanto, el selector de señales elegirá  $I_A$  únicamente en esos dos estados, y en el resto de casos, cogerá  $I_B$ . Esto se puede comprobar en la Tabla 1, que recoge la información de los estados de conmutación. En la salida hemos aplicado un filtro paso bajo para eliminar los picos de corriente que aparecían en la señal resultante. El último bloque representa la función de transferencia del filtro paso bajo, donde  $w_{fpb}$  se corresponde con la frecuencia de corte propia del filtro.

Una vez que tenemos la corriente a controlar, procedemos a calcular el PI. La función de transferencia del lazo de control es:

$$\frac{I(s)}{D(s)} = K_{PWM} \frac{V_{DC}}{sL+R} \frac{1}{1+\frac{s}{w_{fpb}}} = K_{PWM} \frac{V_{DC}}{R} \frac{1}{1+\frac{L}{R}s} \frac{1}{1+\frac{s}{w_{fpb}}} \quad (4.3.9)$$

Donde  $V_{DC}$  es la tensión de alimentación del inversor,  $L$  y  $R$  los valores de la bobina y la resistencia propios de las fases,  $K_{PWM}$  la inversa del valor de pico de la triangular y  $w_{fpb}$  la frecuencia de corte del filtro paso bajo.

La frecuencia de conmutación se ha fijado en 10.000 Hz, por lo que la frecuencia de corte deberá tener, como mucho, un valor de 1.000 Hz. Seleccionamos el cero del controlador PI de manera que se simplifique el polo del modelo del motor:

$$\frac{K_p}{K_i} = \frac{L}{R} \quad (4.3.10)$$

Siguiendo el mismo procedimiento que en el caso anterior, se realizan los siguientes cálculos para obtener  $K_p$  y  $K_i$ :

$$\left| \frac{K_i}{s} K_{PWM} \frac{V_{DC}}{R} \frac{1}{1 + \frac{s}{w_{fpb}}} \right| = 1 \rightarrow K_i = \frac{2\pi f_0 R \sqrt{\left(\frac{2\pi f_0}{w_{fpb}}\right)^2 + 1^2}}{K_{PWM} V_{DC}} \quad (4.3.11)$$

$$K_i = \frac{2 \cdot \pi \cdot 1000 \cdot 0.345 \sqrt{\left(\frac{2 \cdot \pi \cdot 1000}{3000}\right)^2 + 1^2}}{1.48} = 104.77 \quad (4.3.12)$$

$$K_p = \frac{L}{R} K_i = \frac{0.273 \cdot 10^{-3}}{0.345} \cdot 104.77 = 0.08 \quad (4.3.13)$$

Por lo que la función de transferencia de nuestro PI quedará:

$$G(s) = \frac{104.77}{s} \left(1 + s \frac{0.08}{104.77}\right) \quad (4.3.14)$$

En la Ilustración 48 puede verse el diagrama de Bode para este sistema en lazo abierto sin el PI y con el PI. En el diagrama de bode con PI (color azul) podemos ver que la frecuencia de corte ha sido modificada a 1.000 Hz, como habíamos fijado en los cálculos.

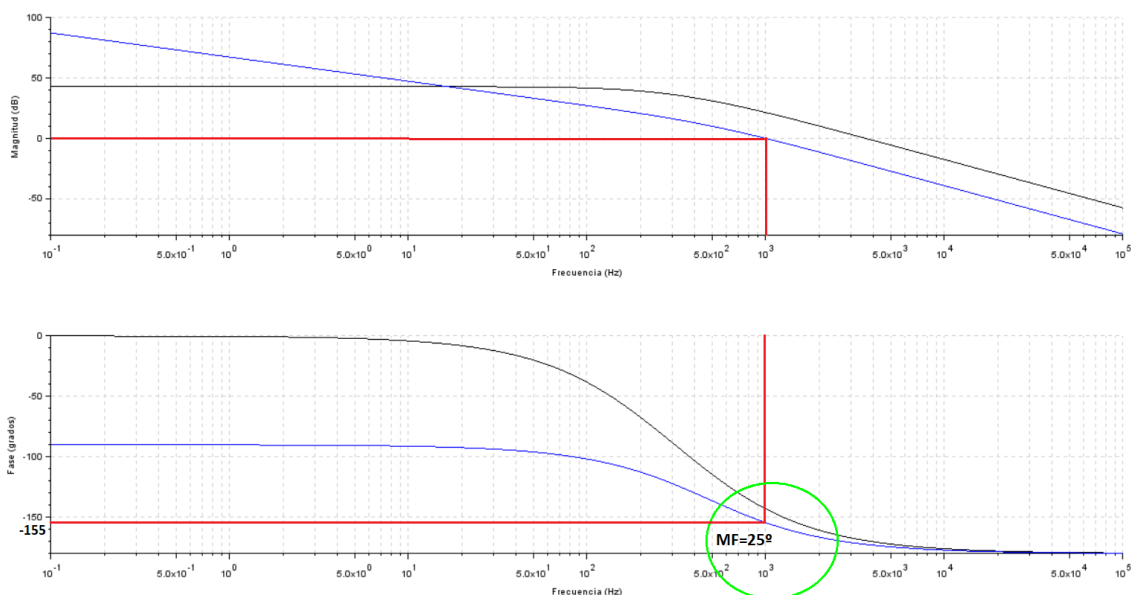


Ilustración 48. Diagrama de Bode del lazo de corriente en lazo abierto sin PI (negro) y con PI (azul).

Para comprobar el funcionamiento del PI calculado, se ha añadido una rampa en la referencia del lazo de velocidad, con un pequeño escalón al final. El PI de la velocidad, que se explica detalladamente en el siguiente apartado, actuará ante dicha entrada y nos proporcionará la corriente de referencia. En la Ilustración 49 comprobamos que nuestro PI funciona correctamente ya que la corriente de las fases  $I_{ABC}$  (señal en color verde) sigue bien a la corriente de referencia (señal en color negro). Sin embargo, a los 0.05 segundos aparece una sobreoscilación, aunque enseguida vuelve a seguir la

referencia. Esto se debe a que el salto que da la corriente de referencia en ese momento es bastante brusco y nuestro margen de fase, como podemos ver claramente en la Ilustración 48, es de  $25^\circ$ . Para evitar sobreoscilaciones debemos tener como mínimo un margen de fase de  $45^\circ$ . Esto podemos conseguirlo tomando una frecuencia de corte más alejada de los 1.000Hz previamente fijados.

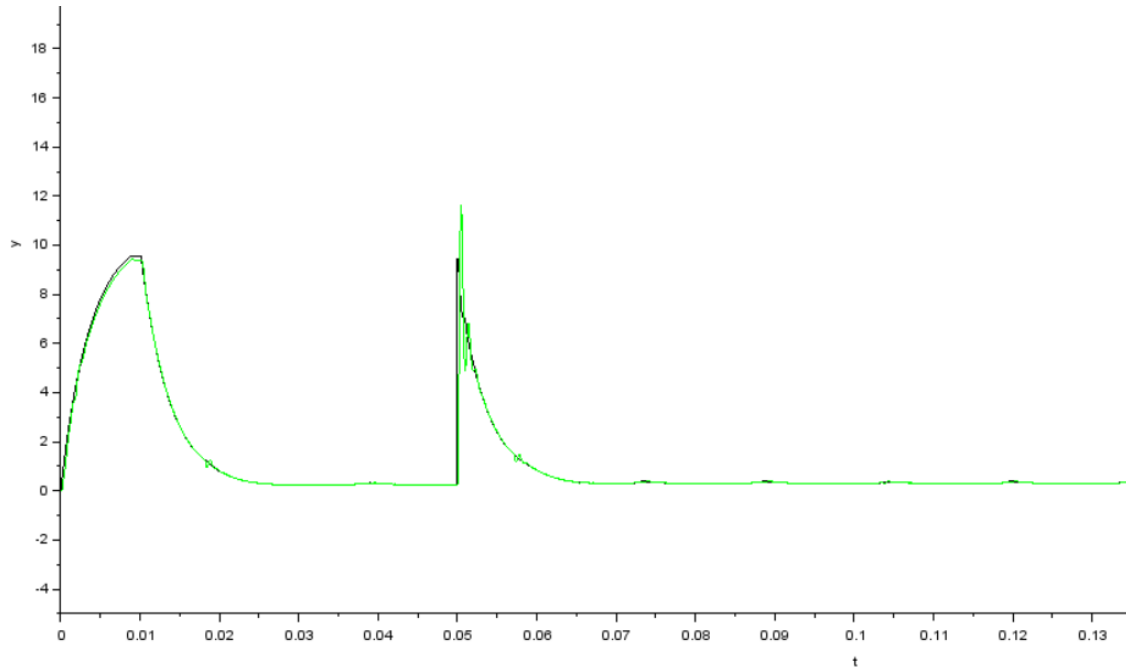


Ilustración 49. Valor real de la corriente  $I_{ABC}$  (verde) y valor de la referencia (negro).

#### 4.4. Diseño del lazo de velocidad.

##### 4.4.1. Sensor de velocidad angular.

La velocidad no puede ser medida directamente en nuestro modelo, por lo que tendremos que crear un “sensor de velocidad angular”. Este sensor se valdrá de la información de los sensores de efecto Hall para saber la posición del rotor. En la Ilustración 50 tenemos el diagrama de bloques que constituye el sensor.



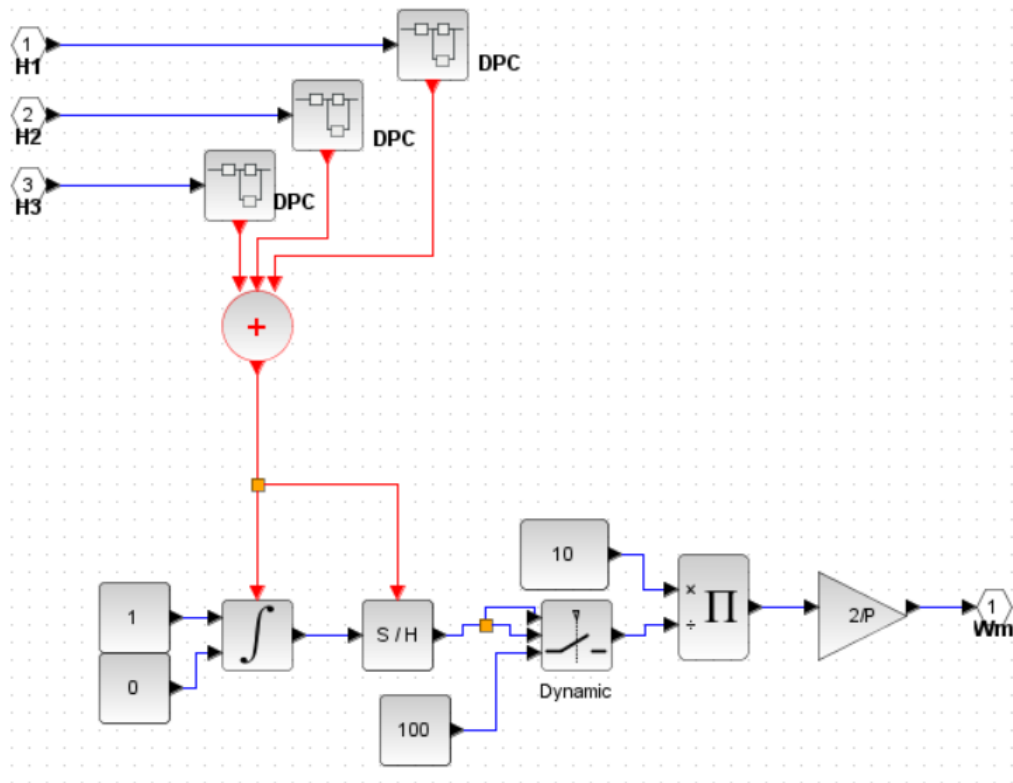


Ilustración 50. Sensor de velocidad angular.

Si recordamos la Tabla 1, que nos informaba de los estados de conmutación, cada  $60^\circ$ , el estado de uno de los tres sensores Hall cambia. La función de este diagrama es detectar cada vez que se produce un cambio de estado de cualquiera de los tres sensores y, midiendo el tiempo que transcurre entre un cambio y otro, obtener la velocidad, ya que el ángulo transcurrido será siempre el mismo, es decir,  $\frac{\pi}{3}$  radianes. Teniendo en cuenta esto, junto con la ecuación 3.5.16, que nos indicaba la relación que existe entre ángulos mecánicos y ángulos eléctricos, obtendremos la velocidad en revoluciones por minuto haciendo:

$$W_m = \frac{\pi/3}{t} \cdot \frac{60}{2\pi} \cdot \frac{2}{P} = \frac{10}{t} \cdot \frac{2}{P} \quad (4.4.1.1)$$

Donde  $P$  es el número de polos de la máquina y  $t$  el tiempo que transcurre entre un cambio de estado y el siguiente. Para la simulación de esta ecuación, hemos cogido las señales de H1, H2 y H3 y hemos pasado cada una de ellas por un bloque que hemos llamado "DPC" (Detector de Paso por Cero). El interior de este bloque lo tenemos en la Ilustración 51.

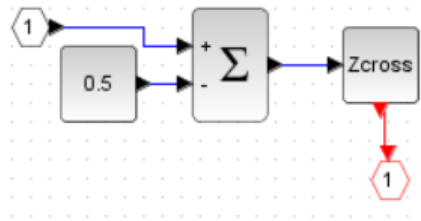


Ilustración 51. Detector de paso por cero.

Como las señales de los sensores van de cero a uno, debemos restarles 0.5 para que el bloque “ZCROSS” pueda generar un evento cada vez que la señal pase por cero, o lo que es lo mismo, cada vez que haya un cambio de estado. A continuación, sumaremos los eventos producidos por los tres bloques “DPC”, y el generador de eventos resultante, hará de reloj para la integral y para el bloque “SAMPHOLD”.

Con la integral medimos el tiempo que transcurre entre cambios de estado. La constante uno, es el valor que integrar, por lo que el resultado será una rampa que equivale al valor del tiempo en cada instante. La integral está configurada para que se resetee cada vez que le llega un evento, empezando a integrar de nuevo desde el valor que se le indica por su segunda entrada, en nuestro caso, desde cero. De esta manera, se irán generando una serie de pequeñas rampas donde el valor máximo se corresponderá con el tiempo transcurrido entre un cambio y otro. Para quedarnos con este valor máximo hacemos uso del “SAMPHOLD”, que se encarga de “muestrear y retener”. Su función es coger el valor que tenga en su entrada cuando le llegue un evento, y mantenerlo hasta el siguiente evento. Así retendremos el valor del tiempo y conseguiremos realizar la división  $\frac{10}{t}$ . El valor resultante se multiplica por  $\frac{2}{p}$  y así conseguimos la velocidad mecánica, la cual se corresponde con la salida de nuestro sensor de velocidad angular. El selector de señales que se encuentra antes de la división se usa para evitar que se divida por cero, dividiendo por 100 en sustitución, obteniendo igualmente un valor muy cercano a cero.

En la Ilustración 52 tenemos una simulación de la velocidad obtenida con el sensor en el primer motor. Se puede apreciar que la velocidad medida por nuestro sensor (en color verde) es muy similar a la velocidad calculada a partir del modelo (en color negro). Sin embargo, se puede ver que nuestro sensor introduce un pequeño retraso en la medida, el cual se acentúa a velocidades más bajas. Esto se puede comprobar mejor en el segundo motor en la Ilustración 53, donde el retraso es bastante notable hasta llegar a 3500 rpm. Este retraso deberá tenerse en cuenta en el lazo de control de la velocidad a la hora de calcular el PI.

El cálculo de una variable sujeta a un retraso se calcula teniendo en cuenta que la transformación de Laplace de un retraso puro es:

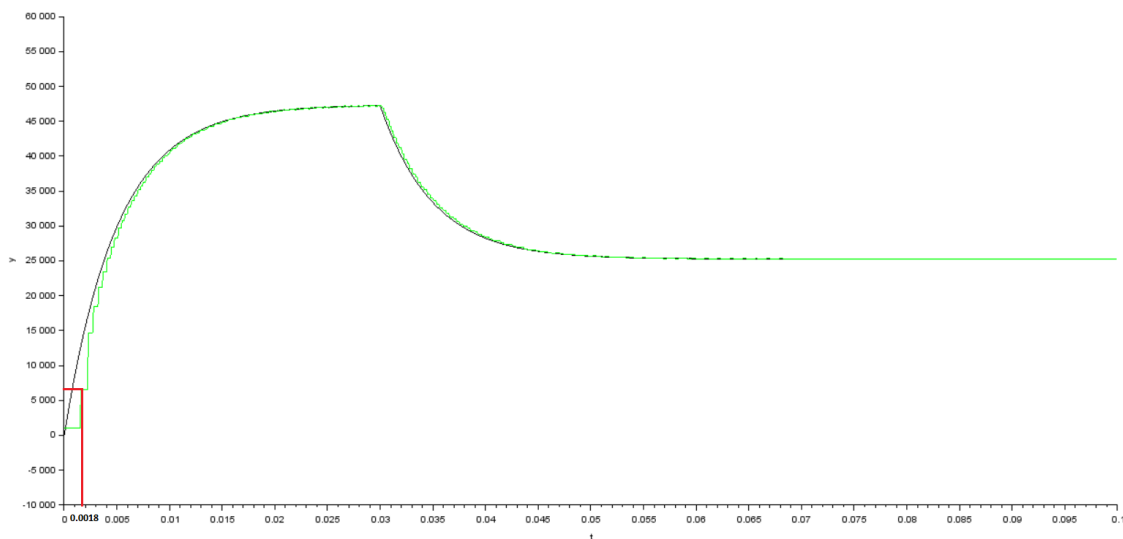
$$\mathcal{L}[f(t - T)] = e^{-sT} \cdot F(s) \tag{4.4.1.2}$$

Donde  $\mathcal{L}$  es el operador Transformada de la Laplace y  $T$  el tiempo de retraso. Las aproximaciones de retraso más comunes son las aproximaciones de Pade de primer y segundo orden [23]:

$$e^{-sT} \approx \frac{1 - \frac{T}{2}s}{1 + \frac{T}{2}s} \quad (4.1.1.3)$$

$$e^{-sT} \approx \frac{T^2s^2 - 6Ts + 12}{T^2s^2 + 6Ts + 12} \quad (4.1.1.4)$$

La aproximación más sencilla de aplicar, a la vez que provoca error mínimo, salvo en los instantes iniciales, es la primera aproximación mencionada, por lo que será la que utilizemos para modelar nuestro retraso.



**Ilustración 52. Velocidad calculada a partir del modelo (negro) y velocidad real medida (verde) para el primer motor.**

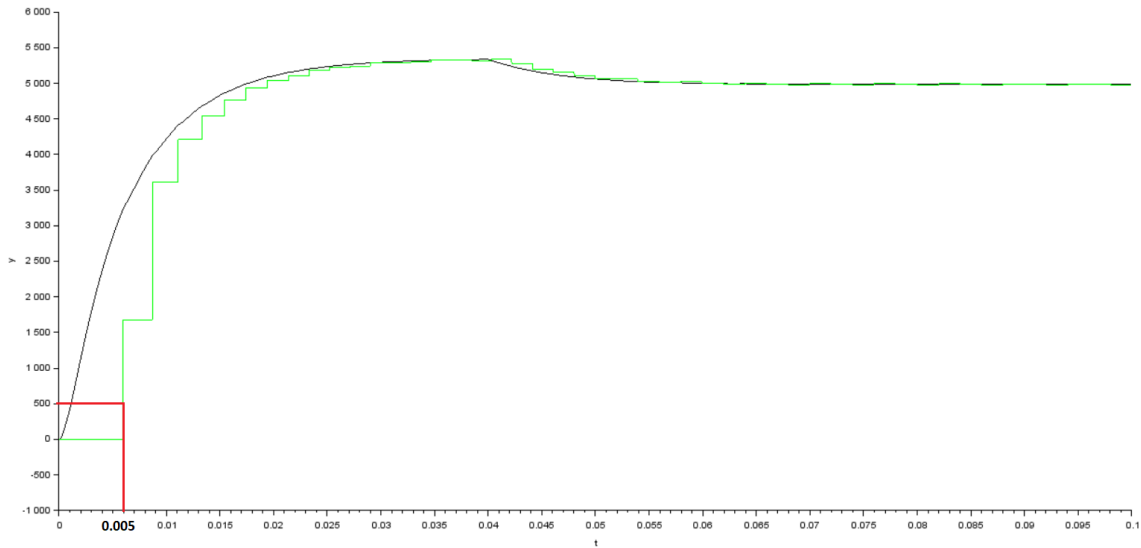


Ilustración 53. Velocidad calculada a partir del modelo (negro) y velocidad real medida (verde) para el segundo motor.

#### 4.4.2. Cálculo del PI para el control de la velocidad.

La función de transferencia del PI de la velocidad se corresponderá de nuevo con la que aparece en la ecuación 4.3.1. A continuación, se hará un lazo de control para controlar la velocidad  $W$  en función del ciclo de trabajo  $D$ . Considerando el lazo de corriente ideal e igual a uno, obtenemos que la función de transferencia es la siguiente:

$$\frac{W(s)}{D(s)} = \frac{K_T}{sJ+K_f} K_{sensor} \frac{1-\frac{T}{2}s}{1+\frac{T}{s}} = \frac{K_T}{K_f} \frac{1}{1+\frac{J}{K_f}s} K_{sensor} \frac{1-\frac{T}{2}s}{1+\frac{T}{s}} \quad (4.4.2.1)$$

Donde  $K_T$  es la constante para la FCEM,  $K_f$  la constante de fricción viscosa del motor y  $J$  el momento de inercia del rotor.  $K_{sensor}$  es la ganancia que añade nuestro sensor de velocidad al darnosla en revoluciones por minuto y basada en ángulos mecánicos. Esta tiene un valor de  $\frac{120}{2\pi P}$ . El último cociente representa el retraso del sensor al hacer la medida, siendo  $T$  el tiempo de retraso. Este retraso será variable, por lo que para que nuestro control funcione de la mejor manera posible, deberemos ponernos en el caso más desfavorable a la hora de fijar su valor. Diciendo que la velocidad mínima a la que nuestro segundo motor va a funcionar es 500 rpm, si nos fijamos en la Ilustración 53, podemos ver que el retraso a esa velocidad es de 0.005 segundos. Por lo que la función de transferencia que modela el retraso en el segundo motor es la siguiente:

$$G(s) = \frac{1-\frac{0.005}{2}s}{1+\frac{0.005}{s}} = \frac{1-0.0025s}{1+0.0025s} \quad (4.4.2.2)$$

El lazo de control de velocidad es igual para ambos motores, por lo que a continuación sólo aparecerán los cálculos y simulaciones de uno de ellos. Utilizando los parámetros del segundo motor, se ha obtenido el diagrama de Bode de nuestro sistema en lazo abierto con y sin el retraso. En la Ilustración 54 podemos ver (en color negro) como nuestro retraso añade fase al sistema sin alterar la magnitud. En la Ilustración 55, se ha obtenido el margen de fase y el margen de ganancia de nuestro sistema en lazo abierto, incluyendo el retraso. El margen de ganancia es positivo y el de fase negativo, lo que nos indica que nuestro sistema será inestable en lazo cerrado. Esto nos dificultará el control de la velocidad y deberemos tenerlo en cuenta a la hora de hacer nuestro sistema de control.

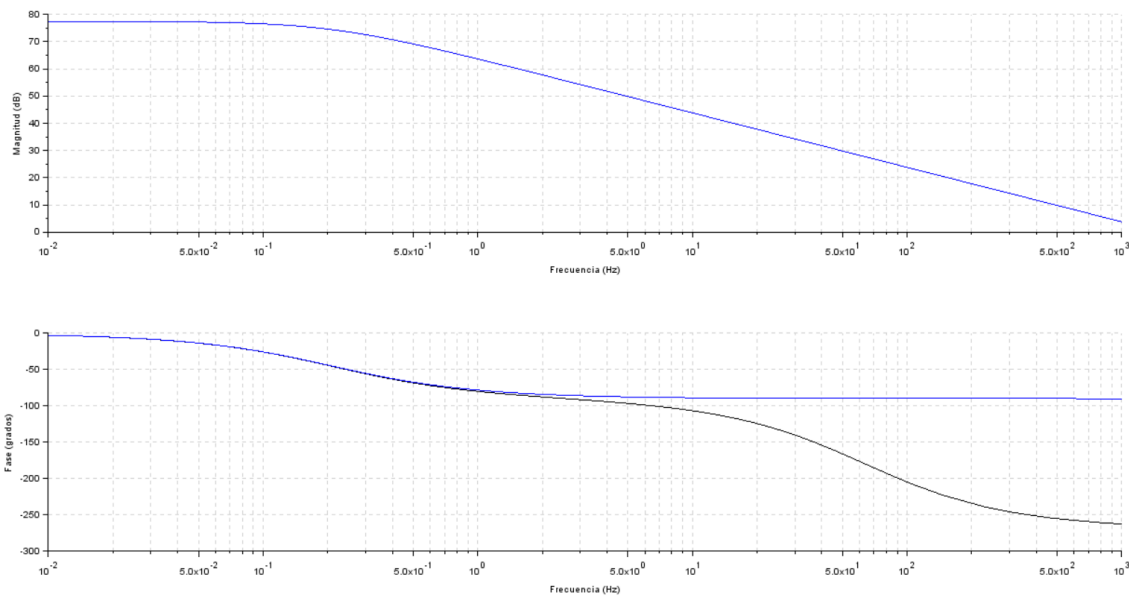


Ilustración 54. Diagrama de bode del lazo de velocidad en lazo abierto con el retraso añadido (negro) y sin añadir (azul).

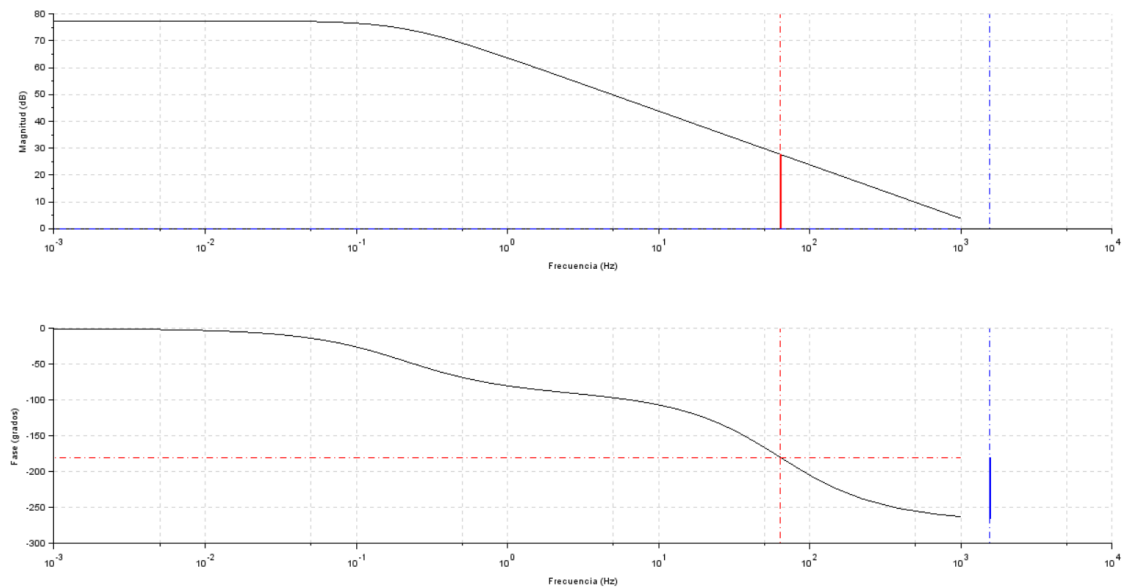


Ilustración 55. Margen de fase y margen de ganancia de nuestro sistema incluyendo el retraso.

Siguiendo el criterio que hemos estado usando, añadiríamos un PI para hacer que el sistema tuviera un ancho de banda de 100Hz (10 veces menos que el lazo de corriente) pero dadas las condiciones de nuestro sistema, a esta frecuencia sería inestable, por lo que debemos hacerlo mucho más lento reduciendo el ancho de banda hasta 5Hz. Con esta frecuencia de corte, calculamos los parámetros del PI del lazo de velocidad. Elegimos de nuevo el cero del PI de manera que simplifique el polo del modelo del motor:

$$\frac{K_p}{K_i} = \frac{J}{K_f} \quad (4.4.2.3)$$

Recordando que el retraso no modifica la magnitud del sistema, obtenemos los parámetros  $K_p$  y  $K_i$  llevando a cabo los siguientes cálculos:

$$\left| \frac{K_i K_T}{s K_f} K_{sensor} \frac{1 - \frac{T}{2} s}{1 + \frac{T}{s}} \right| = 1 \rightarrow K_i = \frac{2\pi f_0 \cdot K_f}{K_T \cdot K_{sensor}} \quad (4.4.2.4)$$

$$K_i = \frac{2 \cdot \pi \cdot 5 \cdot 1.09 \cdot 10^{-4}}{0.0849 \cdot 9.54} = 4.22 \cdot 10^{-3} \quad (4.4.2.5)$$

$$K_p = \frac{J}{K_f} K_i = \frac{8.31 \cdot 10^{-5}}{1.09 \cdot 10^{-4}} \cdot 4.22 \cdot 10^{-3} = 3.21 \cdot 10^{-3} \quad (4.4.2.6)$$

Por lo que la función de transferencia de nuestro PI quedará:

$$G(s) = \frac{4.22 \cdot 10^{-3}}{s} \left( 1 + s \frac{3.21 \cdot 10^{-3}}{4.22 \cdot 10^{-3}} \right) \quad (4.4.2.7)$$

En la Ilustración 56 puede verse el diagrama de Bode para este sistema con y sin el PI. En el diagrama de bode con PI (color azul) podemos ver que la frecuencia de corte ha sido modificada a 5Hz, como habíamos fijado en los cálculos. Ahora tenemos un sistema estable y esto se refleja en la Ilustración 57, donde se ve que el margen de fase es ahora positivo y el margen de ganancia negativo.

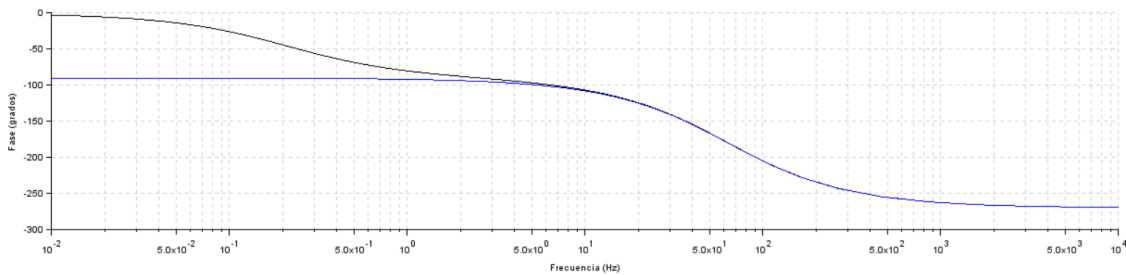
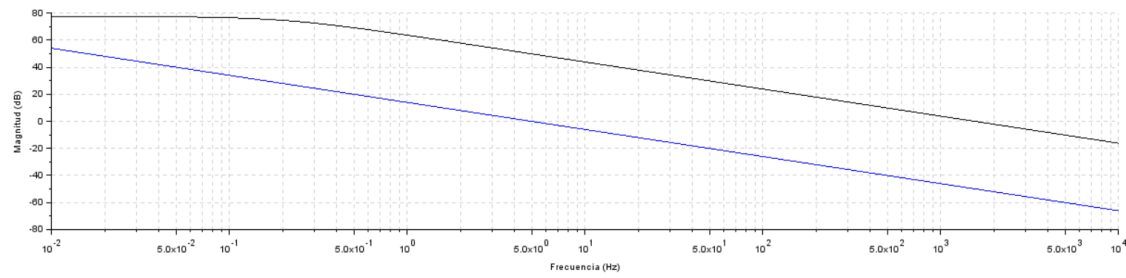


Ilustración 56. Diagrama de Bode del lazo de velocidad en lazo abierto sin PI (negro) y con PI (azul).

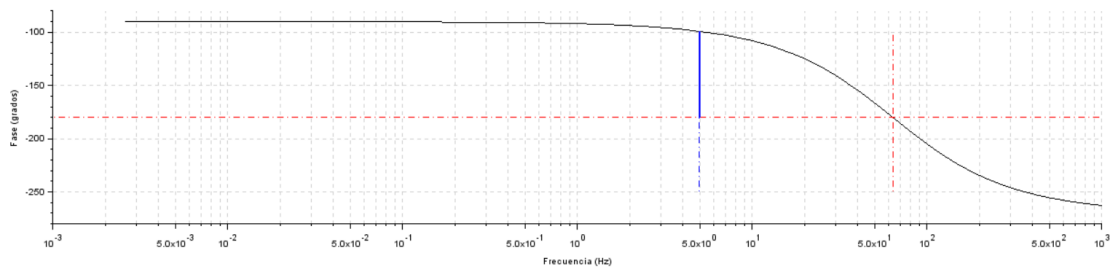
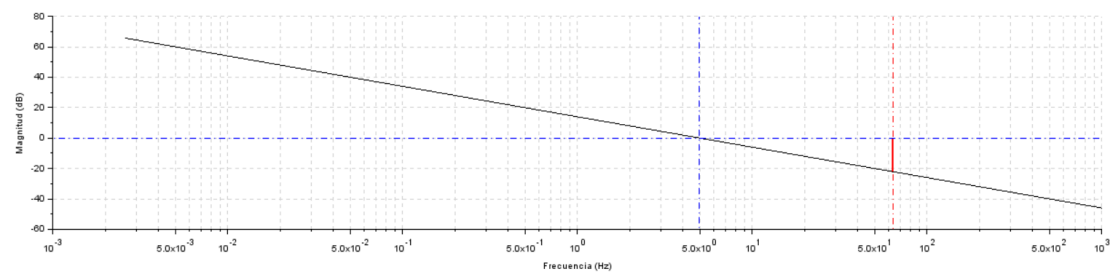
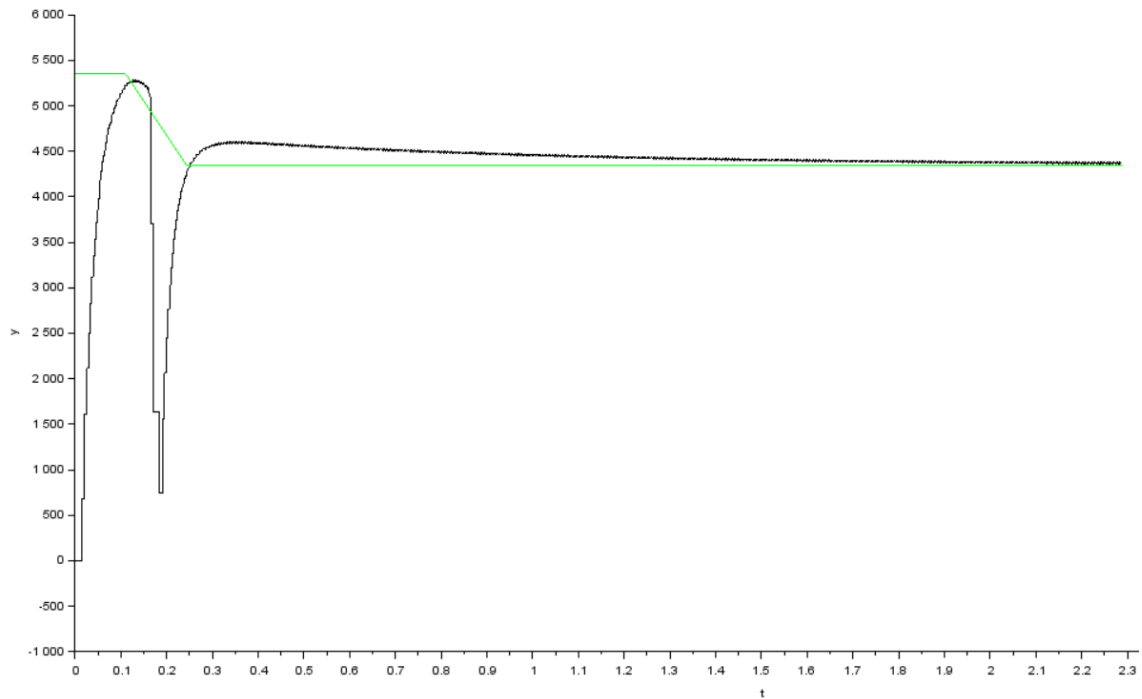


Ilustración 57. Margen de fase y margen de ganancia de nuestro sistema incluyendo el PI.

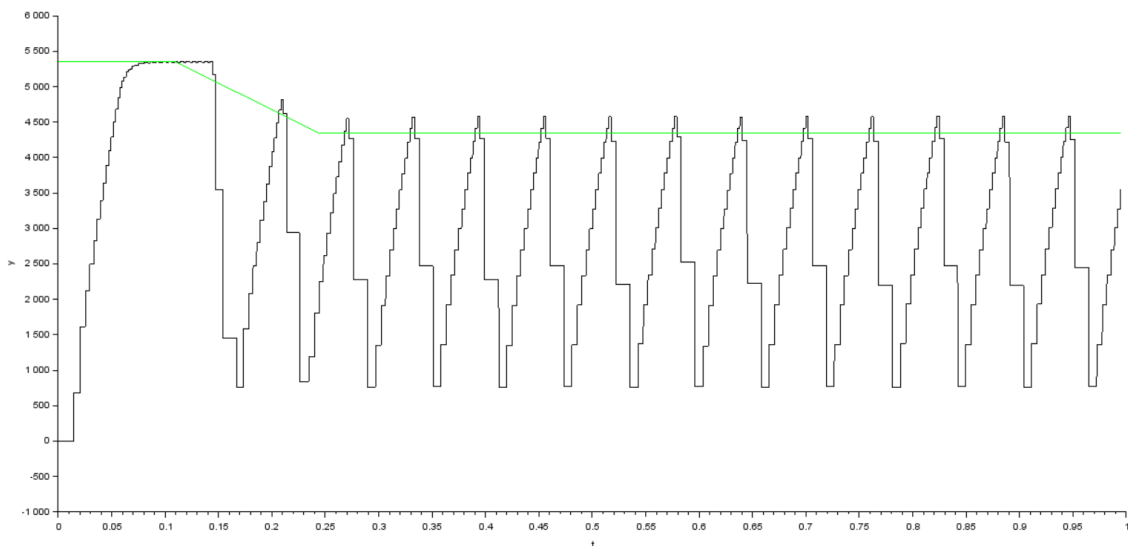
Para comprobar el funcionamiento de nuestro sistema de control se ha saturado el motor a su velocidad máxima y después se ha aplicado una rampa hasta llegar al valor de velocidad deseado. En la Ilustración 58 tenemos la simulación, donde observamos que el motor alcanza la velocidad de referencia a los 2.3 segundos aproximadamente. En la simulación de la Ilustración 59 se ha verificado simplemente que, con una frecuencia de corte bastante más alta, el sistema de control no es estable, como bien se había deducido.

Sin embargo, en la Ilustración 58, el motor no llega a saturar ni a seguir la rampa. Esto no se debe al control, sino al sensor de velocidad. Recordamos que la precisión de nuestro sensor es de  $\frac{60}{P}$  grados, siendo  $P$  el número de pares de polos del motor. En este caso solo tenemos un par, por lo que la precisión es de 60 grados y esto hace que la

medición de la velocidad sea demasiado lenta para poder seguir la referencia de tipo rampa. Por ello, se han llevado a cabo más simulaciones. Una de ellas en las mismas condiciones, pero para un motor de 8 pares de polos. Esta vez la resolución es de 7.5 grados y el motor puede responder más afín a la consigna. Además, no se requiere un lazo de velocidad tan lento, ya que esta simulación se ha llevado a cabo con una frecuencia de corte de 50Hz. En la Ilustración 60 se encuentran los resultados.



**Ilustración 58. Velocidad real medida (negro) y velocidad de consigna (verde) cuando la frecuencia de corte es 5Hz.**



**Ilustración 59. Velocidad real medida (negro) y velocidad de consigna (verde) cuando la frecuencia de corte es 50Hz.**



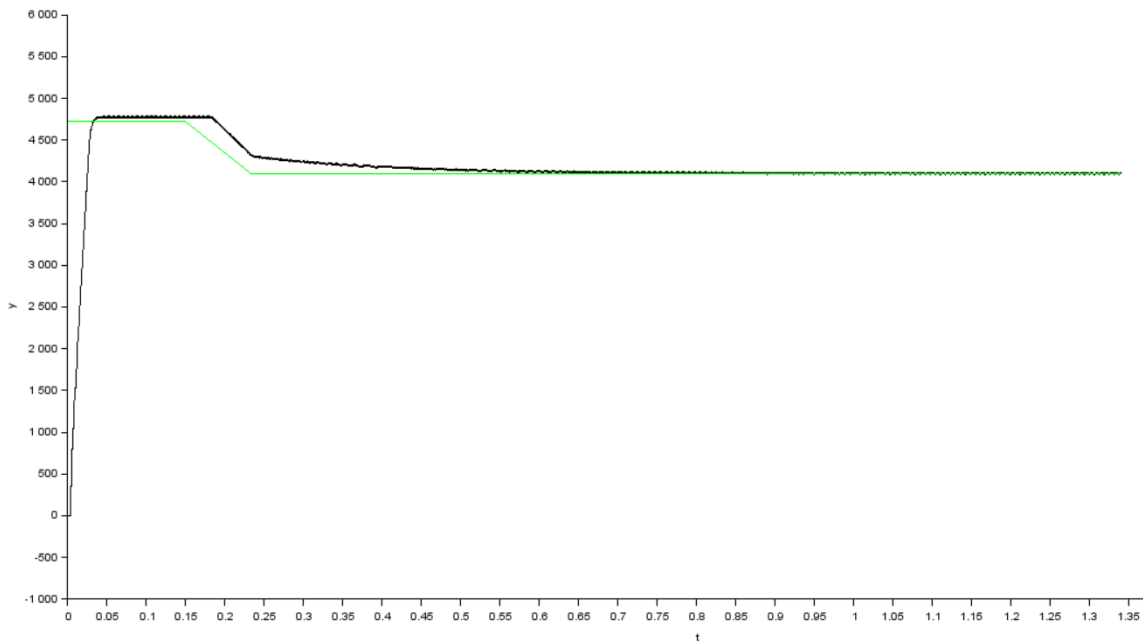


Ilustración 60. Velocidad real medida (negro) y de consigna (verde) para el tercer motor con frecuencia de corte de 50Hz.

Para terminar este apartado, en la Ilustración 61 podemos ver una imagen donde se recoge todo lo descrito hasta ahora implementado en Xcos: nuestro modelo, los sensores de velocidad y corriente y el doble lazo de control con sus bloques de PI donde se calcula el ciclo de trabajo adecuado para realizar el PWM.

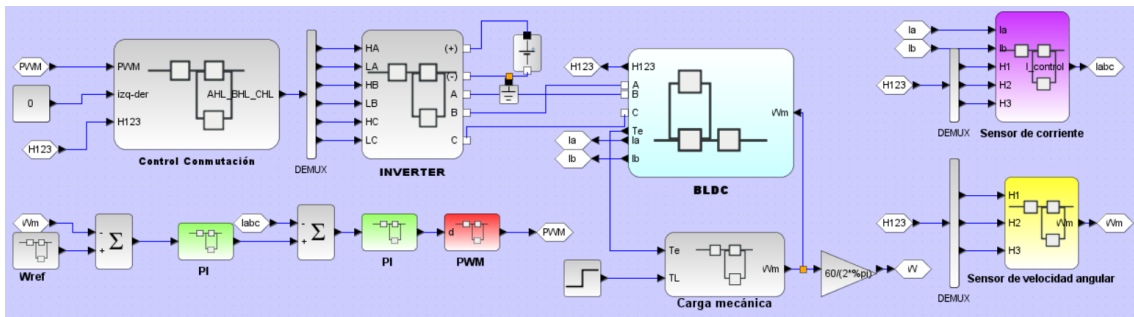


Ilustración 61. Técnica de control PI de doble circuito cerrado implementada en Xcos.

#### 4.4.3. Comportamiento del control ante la carga.

En el apartado anterior hemos comprobado como nuestro controlador se comportaba ante cambios en la velocidad en ausencia de carga, es decir, el par de la carga ( $T_L$ ) era igual a cero. A continuación, tenemos dos ilustraciones de simulaciones del primer motor, donde se ve cómo reacciona ante una entrada en escalón de  $T_L$ .

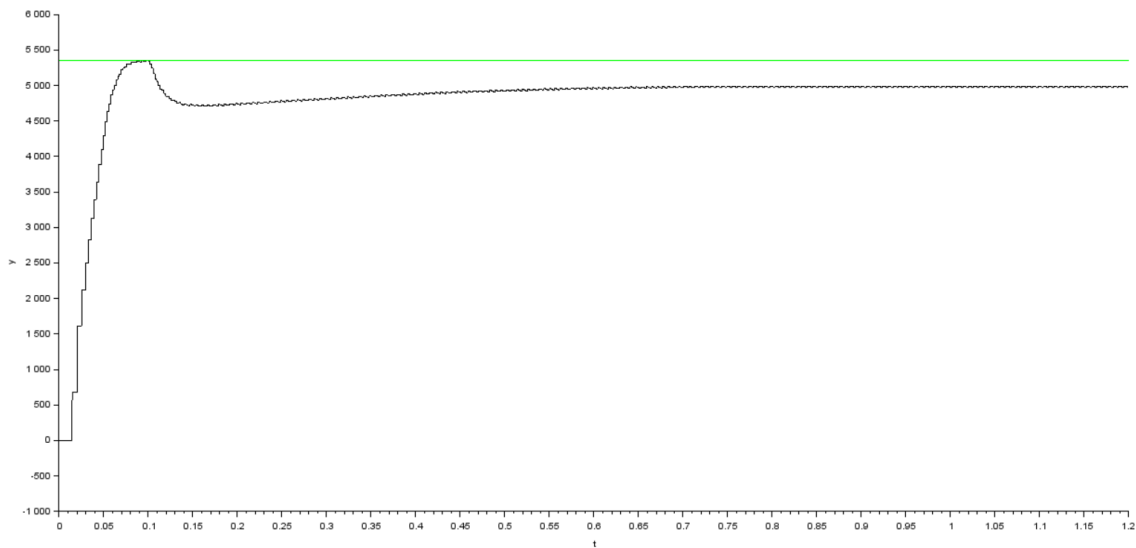


Ilustración 62. Respuesta del segundo motor ante una entrada en escalón de  $T_L$  de 0.45 Nm.

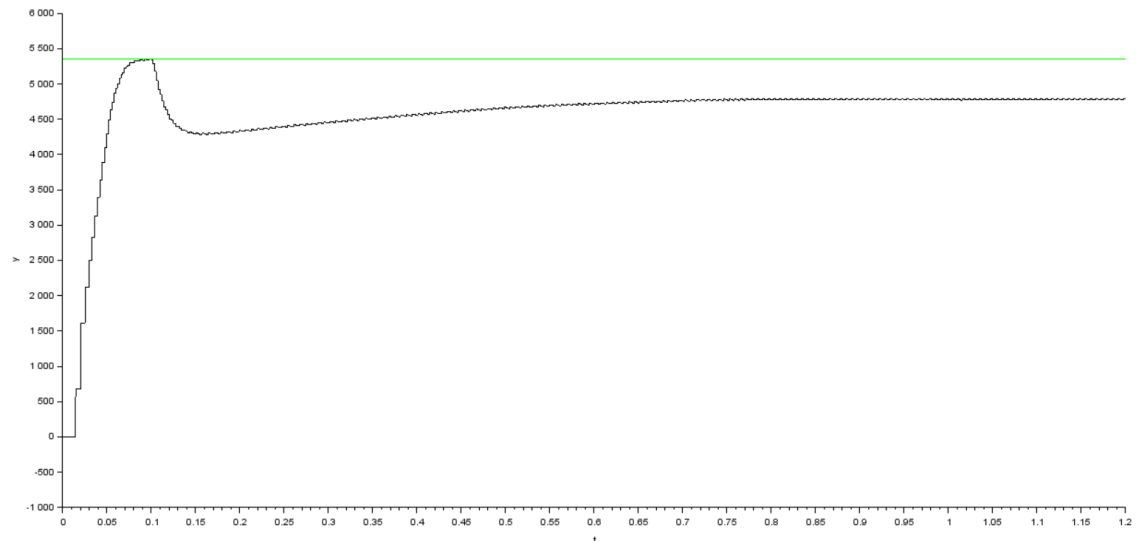


Ilustración 63. Respuesta del segundo motor ante una entrada en escalón de  $T_L$  de 0.7 Nm.

Según la hoja de especificaciones del primer motor, el máximo par que aguanta en continuo es de 0.768Nm. En la simulación de la Ilustración 62 hemos aplicado un par de carga de 0.45Nm y en la que aparece en la Ilustración 63 un par de 0.7Nm. Como podemos ver, en ambas imágenes la velocidad cae en el momento que se aplica el escalón y parece que nuestro control apenas actúa ante esta perturbación. Por lo tanto, a continuación, analizaremos un poco esta situación.

En la Ilustración 64 tenemos el diagrama del lazo de velocidad del motor considerando el lazo de corriente ideal e igual a uno. Para ver cómo afecta  $T_L$  hacemos  $U_d = 0$ , ya que no se impondrá ninguna velocidad de referencia. La función que nos queda entonces para la velocidad se corresponde con la ecuación 4.4.3.3.

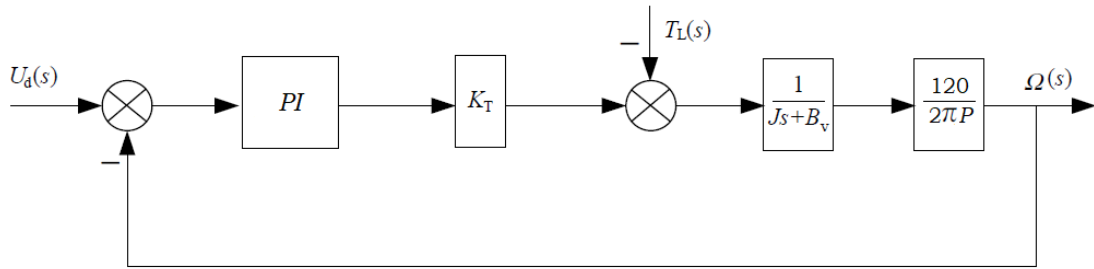


Ilustración 64. Diagrama del lazo de velocidad del motor BLDC con par de carga.

$$W(s) = T_m(s) - T_L(s) \frac{1}{sJ + K_f} \quad (4.4.3.1)$$

$$T_m(s) = -W(s) \frac{120}{2\pi P} PI(s) K_T \quad (4.4.3.2)$$

Sustituyendo la ecuación 4.4.3.2 en la ecuación 4.4.3.1 y despejando  $W$  nos queda:

$$W(s) = \frac{-T_L(s)}{sJ + K_f + \alpha PI(s)} \quad (4.4.3.3)$$

Siendo  $\alpha = \frac{120}{2\pi P} K_T$  y  $PI(s) = \frac{K_i}{s} (1 + \frac{K_p}{K_i} s)$ . A continuación, hacemos que  $T_L$  sea una entrada a escalón, igual que en nuestras simulaciones, y obtenemos:

$$W(s) = \frac{-T_L(s)}{s^2 \frac{J}{\alpha K_i} + (K_f + \alpha K_p) \frac{1}{\alpha K_i} s + 1} \quad (4.4.3.4)$$

Aplicando la transformada inversa de Laplace a la ecuación 4.4.3.3, y sustituyendo las constantes del primer motor junto con el par de 0.45Nm, obtenemos la función continua de la velocidad:

$$W(t) = 0.59 \cdot e^{-624.79t} - 0.59 \cdot e^{-1.31t} \quad (4.4.3.5)$$

Y para un par de carga de 0.7Nm:

$$W(t) = 0.92 \cdot e^{-624.79t} - 0.92 \cdot e^{-1.31t} \quad (4.4.3.6)$$

En las Ilustraciones 65 y 66 tenemos la representación de las ecuaciones 4.4.3.5 y 4.4.3.6 respectivamente. En estas imágenes se observa claramente que el motor tarda unos pocos segundos en volver a su velocidad original, lo cual es lo normal en motores reales. Por lo tanto, nuestro controlador también responde bien ante cambios en la carga.

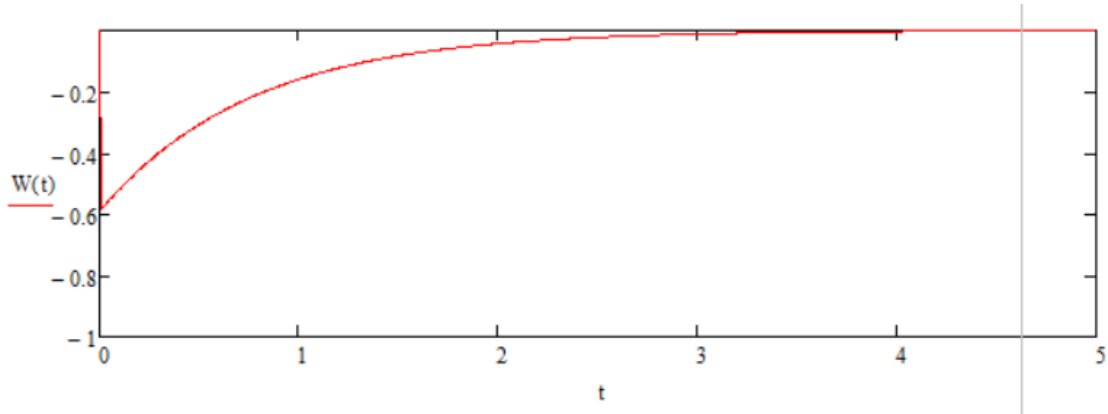


Ilustración 65. Tiempo de respuesta de la velocidad ante una entrada en escalón de  $0.45\text{Nm}$ .

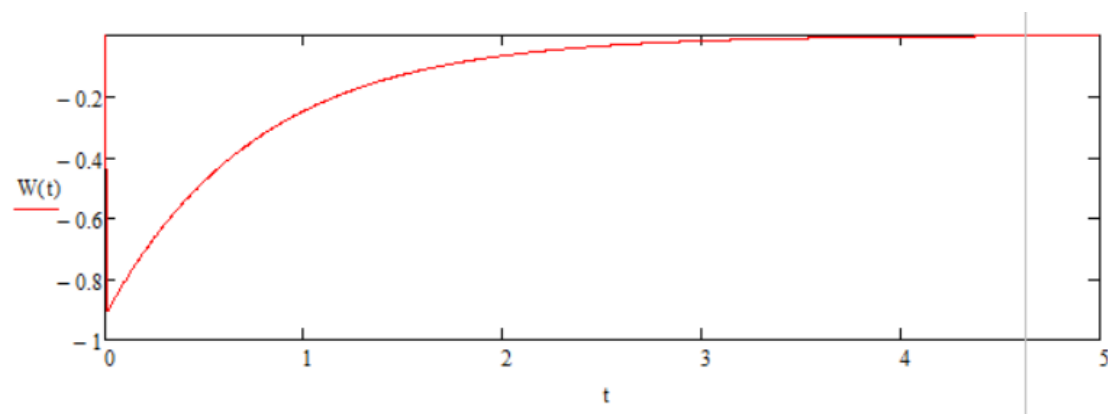


Ilustración 66. Tiempo de respuesta de la velocidad ante una entrada en escalón de  $0.7\text{Nm}$ .

## 5. Controlador digital.

### 5.1. Introducción.

En el apartado cuatro, se ha descrito detalladamente la técnica de control con PI de doble circuito cerrado, siendo todo en tiempo continuo. Por lo tanto, a la hora de implementarlo, tendríamos que diseñar un controlador analógico con amplificadores, resistencias, condensadores y otros componentes. Tradicionalmente, se usaban técnicas de control analógicas para aplicaciones como la regulación del voltaje de salida de los convertidores de continua. Estos controladores analógicos eran fáciles de diseñar y tenían un elevado ancho de banda y una elevada resolución (teóricamente infinita) [24]. Sin embargo, un sistema analógico está compuesto por una serie de componentes que deberán ser modificados en el caso de querer modificar las ganancias o los algoritmos del controlador. Otro punto débil de estos sistemas es que, a pesar de ser buenos para diseños simples, a la hora de implementar un sistema de control con algoritmos más complejos, requieren un número excesivo de componentes [25].

La complejidad de los controladores digitales, por el contrario, se debe principalmente al software. Pero una vez funcione correctamente, este software será más consistente y fiable que un sistema analógico. Además, tiene la capacidad de poder monitorizar el sistema, se actualiza fácilmente y es menos sensible a variaciones de temperatura. Debido a las ventajas que presentan, en las últimas décadas se han utilizado diferentes controladores digitales en técnicas de control para motores: FPGAs (del inglés *Field Programmable Gate Array*), DSPs (del inglés *Digital Signal Processors*), microprocesadores y microcontroladores [26].

Por esta razón, el objetivo de este apartado es convertir nuestro sistema de control continuo en un sistema discreto, y que este se comporte como si fuera un microcontrolador. Asimismo, se tomará como referencia un microcontrolador real, en concreto el NRF51822 de Nordic Semiconductor. En los siguientes apartados se describen los conceptos y módulos necesarios del microcontrolador para poder implementar el sistema de control.

### 5.2. Conversor Analógico-Digital.

El NRF51822, al igual que la mayoría de microcontroladores, cuenta con una serie de entradas analógicas. De su hoja de especificaciones [27], que podemos encontrar en la página oficial de Nordic Semiconductor [28], sabemos que tiene ocho entradas analógicas. De estas entradas usaríamos cinco para las salidas de los sensores: una para el sensor de velocidad, otra para el de corriente y tres para los sensores de efecto Hall.

Cada sensor llevará su propio circuito de acondicionamiento de señal de manera que, alimentando el NRF a 3.6V (su máximo voltaje de alimentación), el voltaje máximo que pueda llegar a los pines del microcontrolador sea de 3.9V. Esto se debe a que, según las especificaciones, los pines del NRF51822 no deben ser expuestos a un voltaje superior de  $VDD + 0.3V$ , lo que en este caso suponen unos 3.9V.

Una vez que tenemos las medidas de nuestros sensores dentro de este rango, el NRF procederá a su lectura mediante su conversor analógico-digital. Este conversor tiene tres posibles resoluciones de muestreo: 8, 9 y 10 bits. En nuestra programación del NRF

elegiríamos la resolución de 10 bits que, según el *datasheet*, implica una frecuencia máxima de muestreo de 14.7kHz o, lo que es lo mismo, un período de muestreo de 68µs. Por ello, al realizar el muestreo digital de las señales en Xcos, utilizaremos el bloque “SAMP HOLD” con un período de muestreo de 68µs. Este bloque funciona como un retenedor de orden cero o ZOH (del inglés, *Zero-order Hold*). El retenedor de orden cero es uno de los elementos básicos en un sistema discreto, cuya función es mantener el valor de su señal de entrada durante un tiempo específico. En la Ilustración 67 nos encontramos con nuestro modelo de antes, pero ahora con el controlador digitalizado. En la imagen se pueden ver los dos bloques de “SAMP HOLD” a la salida de los sensores de corriente y velocidad, simulando el comportamiento del conversor analógico-digital del microcontrolador. Seguido de estos bloques tenemos una ganancia igual a 2<sup>16</sup>. La razón de multiplicar por esta constante se explica detalladamente en el siguiente apartado.

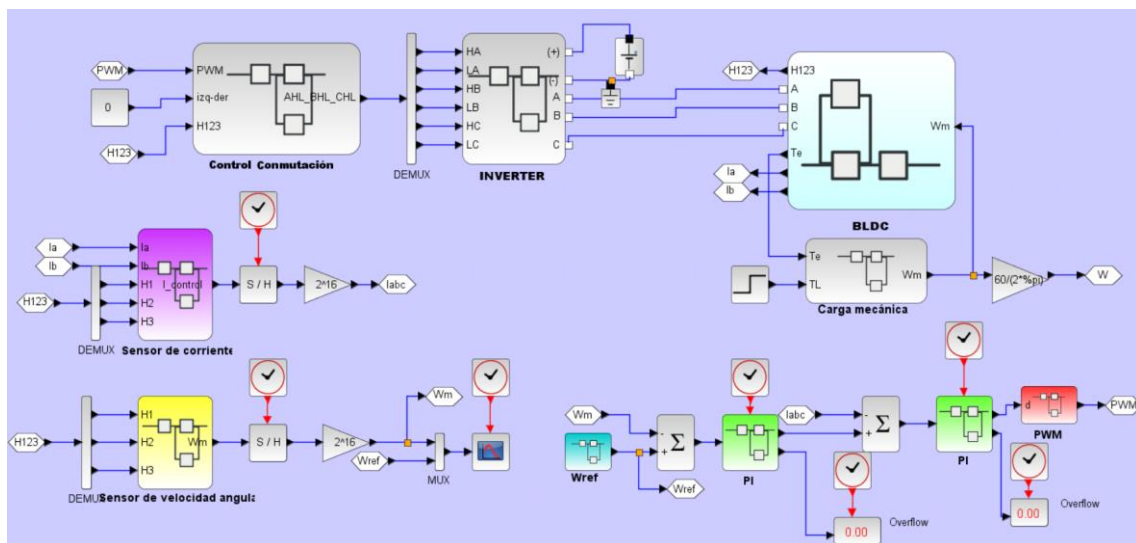


Ilustración 67. Técnica de control PI de doble circuito cerrado en tiempo discreto.

### 5.3. Representación de números en Formato de Punto Fijo.

En este apartado hablamos de lo sería nuestro siguiente paso: cómo se representan los números dentro del microcontrolador. Para representar números reales se utiliza el formato Q, donde se especifica el número de bits fraccionarios y, opcionalmente, también el número de enteros. Los números en formato Q pueden ser representados por la siguiente fórmula:

$$N = -b_{15-K} \cdot 2^{15-K} + b_{14-K} \cdot 2^{14-K} + \dots + b_0 + b_1 \cdot 2^{-1} + b_2 \cdot 2^{-2} + b_K \cdot 2^{-K} \quad (5.3.1)$$

Donde  $K$  es el número de bits fraccionarios. Este número de bits afecta a la precisión del resultado mientras que la parte entera afecta al rango de valores que se pueden representar [29]. En el caso de tener un microcontrolador de 16 bits, si quisiéramos representar las medidas de velocidad que llegan hasta las 6000 rpm, tendríamos que tomar un formato 13Q2 para estar dentro del rango. Sin embargo, el NRF51822 cuenta con una arquitectura de 32 bits, por lo que deja atrás a los microcontroladores de 8 y 16

bits. El formato Q a elegir entonces es mucho más sencillo, ya que eligiendo un formato 15Q16 podemos representar números reales entre -16384 y 16384 y tenemos una precisión de 0.0000152. Y por eso en la Ilustración 67 se ve que multiplicamos por  $2^{16}$ , para pasar los valores al formato Q16.

#### 5.4. Multiplicador de 32 bits.

A la hora realizar todos los cálculos y operaciones, en los microcontroladores se suele utilizar un multiplicador. En el caso del NRF51822, su CPU cuenta con un multiplicador de 32 bits, por lo que en Xcos se ha implementado un multiplicador de 32 bits. En la Ilustración 68 tenemos el conjunto de bloques que se han utilizado para hacer el multiplicador.

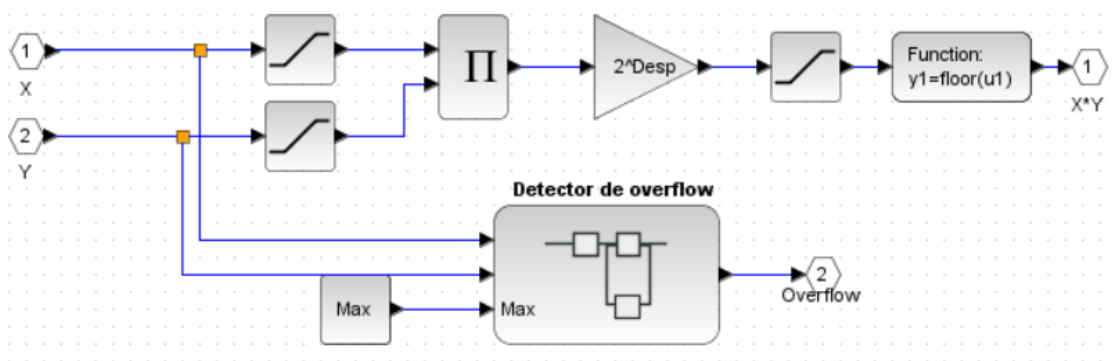


Ilustración 68. Multiplicador de 32 bits.

Funciona como un multiplicador de números con signo, donde las entradas X e Y se corresponden con los factores del producto. Antes de realizarse la multiplicación, hay dos bloques de saturación donde el máximo es  $2^{Nb-1}$  y el mínimo  $-2^{Nb-1}$ , donde “Nb” es el número de bits del multiplicador. Esto se hace para asegurarnos que estamos dentro del rango de números que podemos representar. A continuación, multiplicamos por  $2^{Desp}$ , donde “Desp” es igual al número de bits que queremos en la parte fraccionaria, que en nuestro caso es fijo e igual a 16, menos el número de bits que tiene el multiplicador. Esto se debe a lo siguiente: partiendo de que tenemos dos números  $A1QB1$  y  $A2QB2$ , donde A es la parte entera y B la fraccionaria, el producto resultante será igual a  $(A1+A2)Q(B1+B2)$ . Por ello, si queremos tener B3 bits en la parte fraccionaria, para pasar al formato QB3, deberemos multiplicar por  $2^{-Nb+B3}$ . De esta manera nos quedará un exponente negativo y correremos la coma hacia la izquierda.

A continuación, hay otro bloque de saturación y la función *floor*, que se encarga simplemente de redondear el resultado hacia abajo. En la parte inferior tenemos otro bloque que hemos denominado “Detector de overflow”. En la Ilustración 69 podemos ver el interior de este bloque.

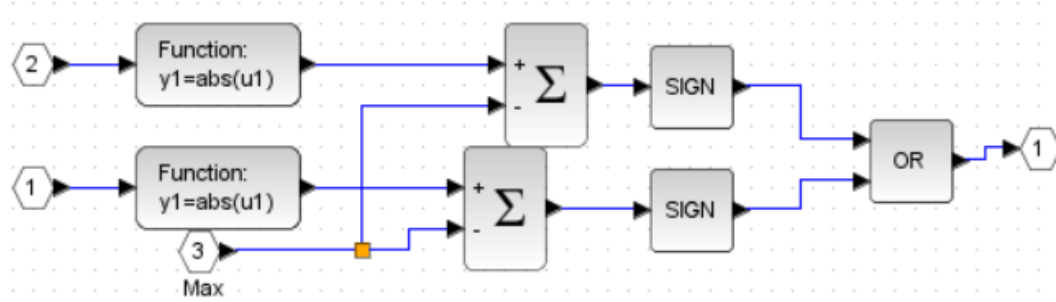


Ilustración 69. Detector de overflow del multiplicador de 32 bits.

Como bien dice su nombre, en este bloque averiguamos si se produce o no overflow en la multiplicación. Para ello, cogemos el valor máximo que se puede representar, lo restamos a los dos factores del producto en valor absoluto y nos quedamos con el signo. Con la puerta OR al final sabremos entonces si se ha producido o no overflow, ya que estará a uno siempre que alguno de los dos números sobrepase el valor máximo.

### 5.5. Controlador PI discreto.

La técnica que vamos a llevar a cabo en la implementación del control con PI discreto se conoce como aproximación rectangular, ya que esta aproximación consiste en que el diseño se realiza en el dominio analógico y a continuación se transfiere al dominio discreto [30], lo cual se corresponde con nuestro caso.

Dentro de la aproximación rectangular, el controlador PI digital puede ser escrito de dos maneras: mediante el algoritmo de posición o mediante el algoritmo de velocidad. Estos algoritmos se corresponden con las ecuaciones 5.5.1 y 5.5.2 respectivamente.

$$u(n) = K_p e(n) + K_i T \sum_{k=1}^n e(k) \quad (5.5.1)$$

$$\Delta u(n) = K_p [e(n) - e(n - 1)] + K_i T e(n) \quad (5.5.2)$$

Siendo  $\Delta u(n) = u(n) - u(n - 1)$ . El algoritmo de posición proporciona el valor de la salida del controlador directamente. El de velocidad es una alternativa más atractiva, ya que evitamos el sumatorio que aparece en la ecuación 5.5.1 y presenta mejor comportamiento en arranque y frente a transitorios bruscos de la señal de referencia [31]. El algoritmo de velocidad es el que se utiliza habitualmente y el que vamos a usar en nuestro controlador.

Si aplicamos la transformada Z a la ecuación 5.5.2, tendremos que nuestro PI digital también puede escribirse de la siguiente forma:

$$\Delta U(z) = K_p (1 - z^{-1}) E(z) + K_i T E(z) \quad (5.5.3)$$



Siguiendo la ecuación 5.5.3 hemos implementado nuestro controlador digital en Xcos. En la Ilustración 70 podemos ver como a partir de sumadores, el multiplicador de 32 bits previamente descrito y elementos de retardo, se obtiene fácilmente el nuevo PI. El elemento de retardo es equivalente al operador de tiempo discreto  $z^{-1}$ , y con el obtenemos  $u(n - 1)$  y  $e(n - 1)$ , como bien se puede apreciar en el esquema de la imagen. La parte derecha de la ilustración se corresponde con la parte *anti-windup*, que será explicada en el siguiente apartado.

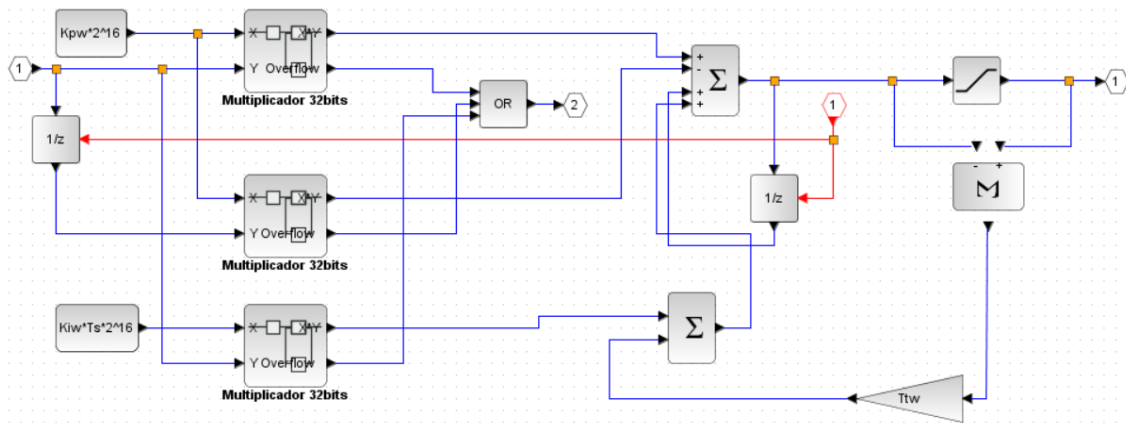


Ilustración 70. Diagrama de bloques que forman el PI digital.

Las siguientes ilustraciones muestran los resultados de algunas de las simulaciones que se han realizado con el PI digital. Estas simulaciones pertenecen al motor de 16 polos, con una frecuencia de corte de 500Hz para el lazo de corriente y de 15Hz para el de velocidad. En la Ilustración 72 se puede ver una pequeña oscilación al principio, esto se debe a que el retraso que induce nuestro sensor de velocidad a bajas velocidades es mayor, como ya se comentó anteriormente.

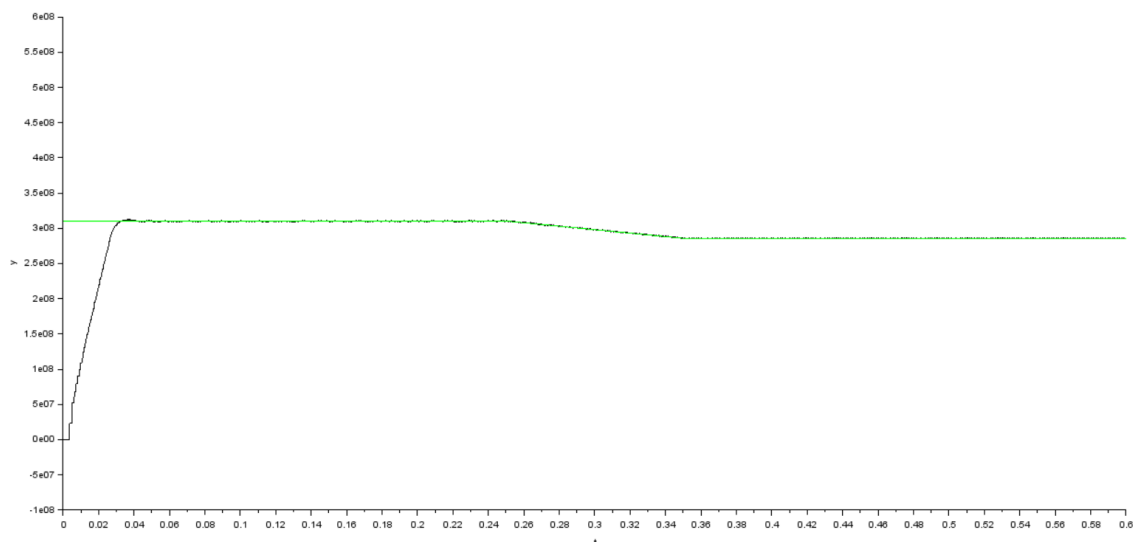


Ilustración 71. Velocidad real medida (negro) y de consigna (verde) obtenidas con el controlador digital.

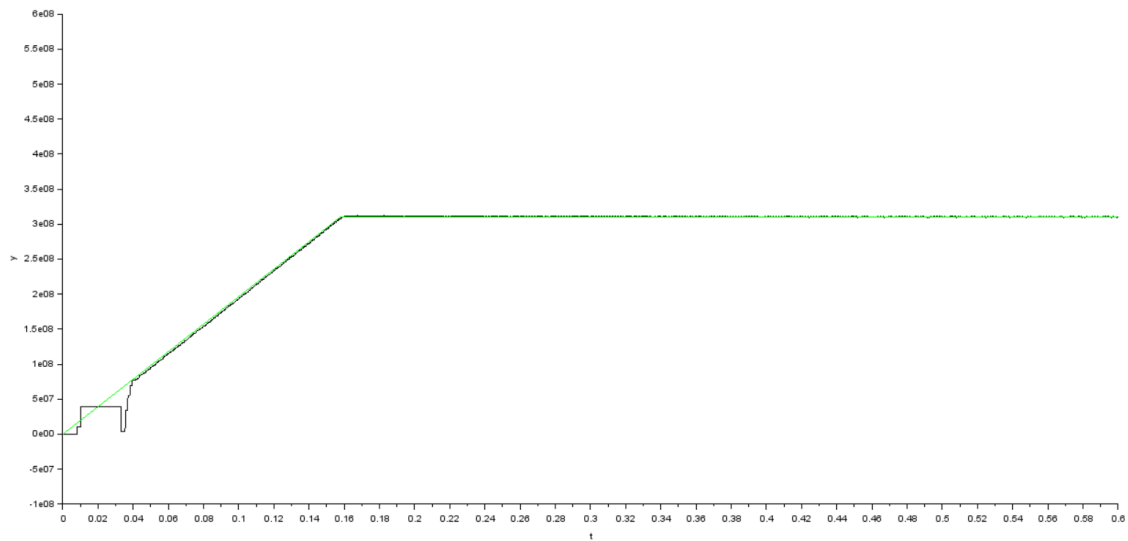


Ilustración 72. Velocidad real medida (negro) y de consigna (verde) obtenidas con el controlador digital.

### 5.5.1. Windup.

En nuestro controlador PI continuo, incluimos bloques de saturación para la corriente y el ciclo de trabajo, ya que el control de la velocidad para motores sin escobillas presenta fuertes características de saturación. Sin embargo, ciertas situaciones como grandes cambios de consigna o grandes perturbaciones pueden hacer que la señal de control alcance sus límites máximo o mínimo con el error de control diferente de cero. La magnitud de salida del integrador continuará entonces en aumento sin ningún efecto sobre la respuesta del sistema. Esto es lo que se conoce como fenómeno *windup* [32].

Si se supone que el error grande es un fenómeno transitorio, el error en algún instante caerá a cero y el signo cambiará. Esto causará un retraso innecesario en la respuesta al cambio mientras que el integrador retorna a un valor que restaurará la operación lineal.

Para evitar esto, en el circuito del PI discreto se ha incluido una parte *anti-windup*. Se pueden emplear varias estrategias distintas de *anti-windup*. En nuestro caso, nos hemos decantado por una de las más populares, conocida como *back calculation*. Este método consiste en integrar una señal de error de signo opuesto durante un tiempo suficiente para devolver la salida del integrador al rango de operación normal [33]. El esquema de este método *anti-windup* lo tenemos en la Ilustración 73 y, como podemos ver en la Ilustración 70, se corresponde con el que hemos implementado en Xcos.

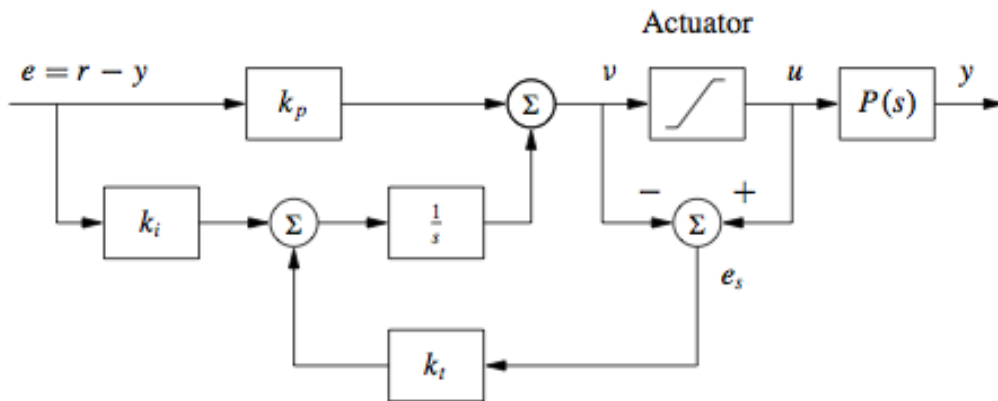


Ilustración 73. Diagrama de bloques del esquema *back calculation anti-windup*.

El tiempo que tarda el integrador en tender a cero está determinado por la ganancia  $\frac{1}{T_t}$ , donde  $T_t$  se puede interpretar como la constante de tiempo que determina cómo de rápido la entrada del integrador se hace cero. Para determinar este parámetro en el método de *back calculation*, en controladores PID existe la expresión  $T_t = \sqrt{T_i T_d}$ . Sin embargo, no existe una expresión similar para controladores PI, por lo que  $T_t$  se elige inicialmente igual a la constante de tiempo de integración  $T_i$ , y después se puede ir incrementando o disminuyendo hasta conseguir un buen sintonizado. Con pequeños valores de  $T_t$  (respecto al valor requerido) el tiempo de saturación del controlador y el tiempo de estabilización decrecen. En este caso, la respuesta del sistema será lenta y no producirá sobreoscilaciones. Para valores grandes, por el contrario, se tiene mayor tiempo de saturación y hay sobreoscilaciones, es decir, en este caso el sistema responderá rápido, pero oscilará [34].

Esto podemos comprobarlo en las siguientes imágenes, donde se observan simulaciones del controlador digital con diferentes valores de  $T_t$  para el bloque PI del lazo de velocidad. Se puede apreciar que, en la Ilustración 74,  $T_t$  tiene un valor mayor que en las otras simulaciones y, efectivamente, el tiempo de saturación es mayor y se produce una sobreoscilación.

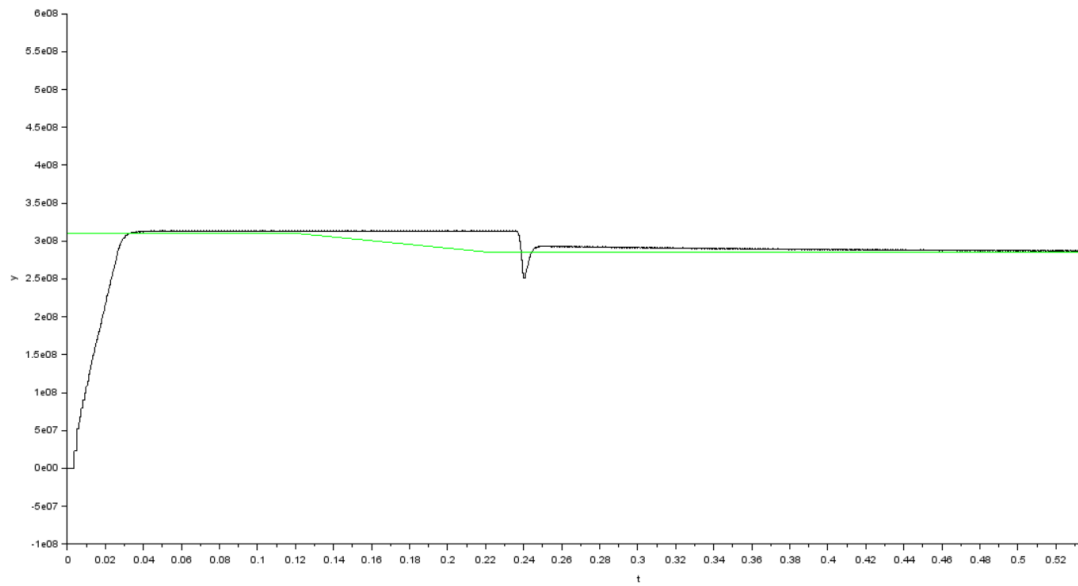


Ilustración 74. Control de la velocidad cuando  $T_t=0.001$ .

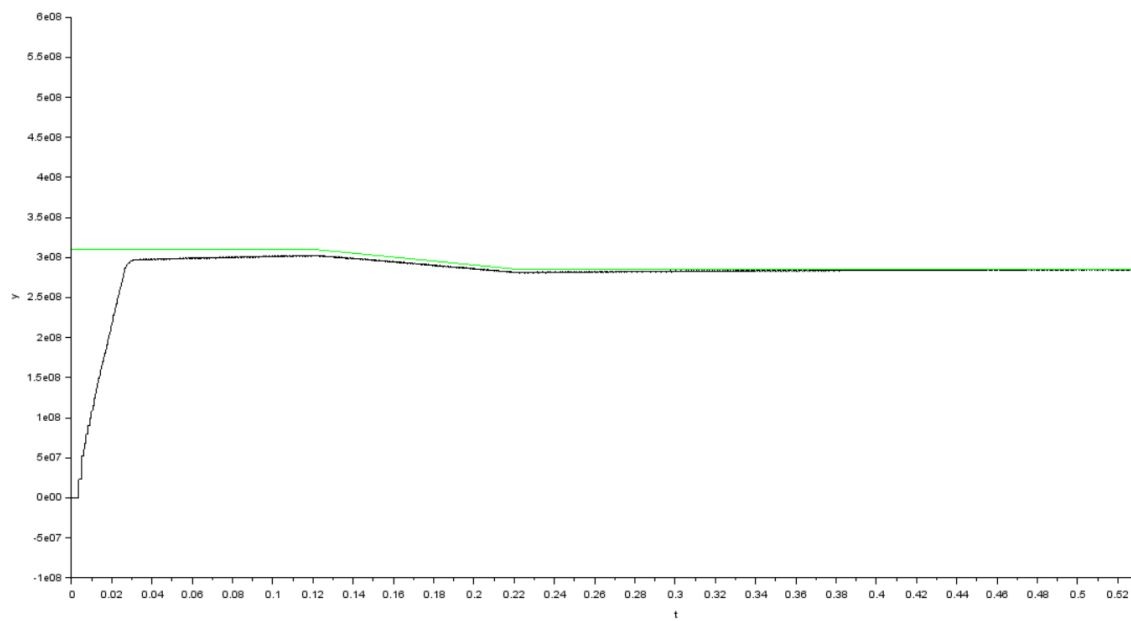


Ilustración 75. Control de la velocidad cuando  $T_t=0.0001$ .

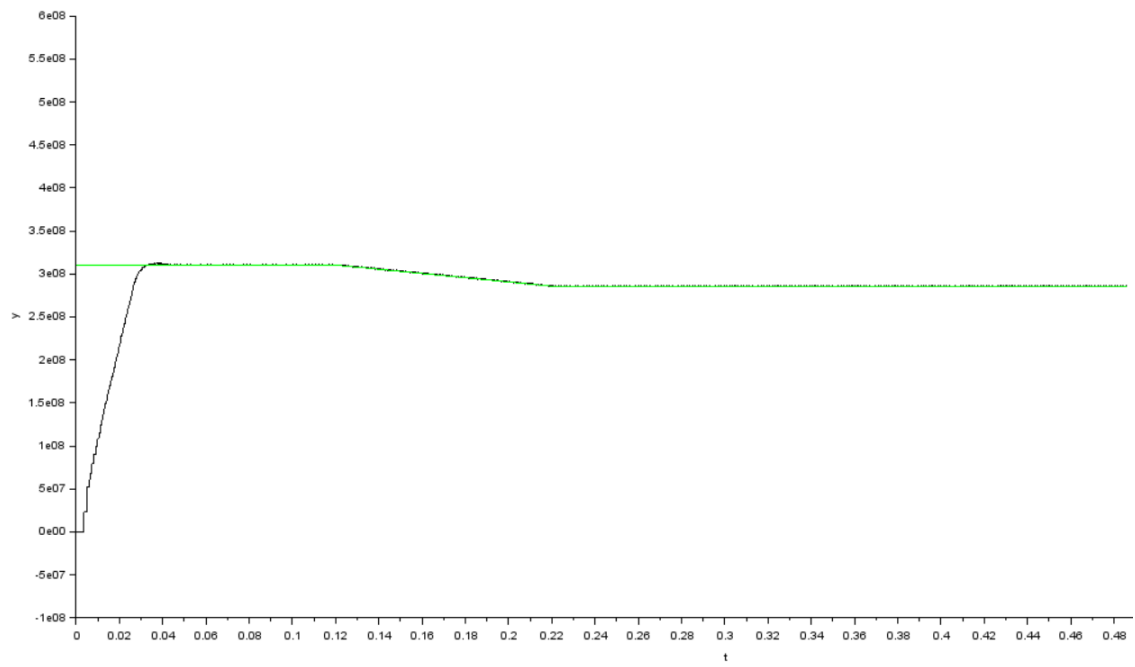


Ilustración 76. Control de la velocidad cuando  $Tt=0.0006$ .

## 6. Conclusiones.

Este proyecto tenía como objetivo desarrollar en Scilab/Xcos el modelo de un motor *brushless* y diseñar un controlador para este usando la técnica trapezoidal. Estos objetivos se han cumplido comprobando que el modelo de los motores *brushless* trifásicos conectados en estrella, no es excesivamente complicado y que se pueden controlar con técnicas de control simples como lo es la de doble lazo cerrado con controladores PI. Asimismo, se ha validado la herramienta Scilab para la simulación de sistemas mixtos donde se mezclan la electrónica de potencia, las máquinas eléctricas y la regulación automática.

En cuanto a los resultados de las simulaciones, estos han demostrado que el modelado del motor ha sido correcto y que el control aplicado puede ser adecuado para motores BLDC de pequeño y mediano tamaño. A la hora de digitalizar nuestro controlador, se ha comprobado que este tiene mayor precisión que el analógico. En esta parte, también se ha visto más de cerca la estructura de un microcontrolador y su modo de operación.

Como última conclusión añadimos que en este proyecto se pueden realizar algunas mejoras y adiciones. Una de ellas es respecto al sensor de velocidad, ya que este funciona correctamente, pero a bajas velocidades presenta un retraso excesivo que afecta al controlador del motor. Esta situación podría mejorar incorporando un PLL en su lugar, ya que este causaría un menor retraso en la medida.

En cuanto a características adicionales, podría modificarse el modelo para que el motor funcionara en los cuatro cuadrantes y podrían aplicarse diferentes técnicas de control como el control senoidal, el control vectorial o técnicas de control que prescinden de los sensores de posición.

## 7. Bibliografía.

- [1] Xia, C. (2012). History of BLDC Motors. *Permanent Magnet Brushless DC Motor Drives and Controls*.
- [2] Krause, P.C., Wasynczuk, O. & Sudhoff, S.D. (2002). *Analysis of Electric Machinery and Drive Systems*.
- [3] Gieras, J. F. & Wing, M. (2004). *Permanent Magnet Motor Technology*.
- [4] Hyun, K.H. (2007). Design of a Speed Controller for Permanent Magnet Synchronous Motor in pure Electric Vehicle Applications. *International Conference on Control, Automation and Systems*.
- [5] Ying, L. & Ertugrul, N. (2008). *The Dynamic Simulation of the Three-phase Brushless Permanent Magnet AC Motor Drives with LabVIEW*.
- [6] Molinero, O. (2014). *Estudio y Desarrollo del Circuito de Control y Potencia del Convertidor de una Bicicleta Eléctrica*. Trabajo de Fin de Grado del Grado en Ingeniería Electrónica Industrial y Automática.
- [7] Moscat, A. (2014). *Desarrollo de un Controlador de Presión de Combustible basado en Bombas Trifásicas sin Escobillas*. Trabajo Fin de Máster del Máster en Electrónica Industrial.
- [8] Baldursson, S. (2005). *BLDC Motor Modelling and Control*. Trabajo Fin de Máster del “International Master’s Program in Electric Power Engineering”.
- [9] MPS Motors. Comparison of Various Motor Types. *Brushless DC Motor Fundamentals*. Nota de aplicación AN047.
- [10] Cotte, J.M. & Moreno A.P. (2010). *Diseño de Control Robusto de Velocidad de Motores Brushless para Robótica Aérea*. Trabajo de Fin de Grado para optar por el título de Ingeniero Electrónico.
- [11] Xia, C. (2012). Structure and Drive Modes. *Permanent Magnet Brushless DC Motor Drives and Controls*.
- [12] Texas Instruments. Shaft Position Sensors. *Trapezoidal Control of BLDC Motors Using Hall Effect Sensors*. Nota de aplicación SPRABQ6.
- [13] Tolrà, R.J. (2013). *Técnicas de Control para Motores Brushless. Comparativa entre conmutación Trapezoidal, conmutación Senoidal y Control Vectorial*.
- [14] MOSFET. Disponible en:  
<http://www.areatecnologia.com/electronica/mosfet.html>.
- [15] ¿IGBT o MOSFET? Electrónica de Potencia. Disponible en:  
<http://www.neoteo.com/igbt-mosfet-electronica-de-potencia/>.
- [16] Driver Circuits. Disponible en:  
<http://www.powerguru.org/driver-circuits/>.
- [17] Optoacoplador. Disponible en:

- <http://www.areatecnologia.com/electronica/optoacoplador.html>.
- [18] Villarejo J.A. Fundamentos de los motores BLDC. *Electrónica de Potencia*. Apuntes del Departamento de Tecnología Electrónica.
- [19] Maxon Motor: <https://www.maxonmotor.es/maxon/view/content/products>
- [20] Xia, C. (2012). Speed Control for BLDC Motor Drives. *Permanent Magnet Brushless DC Motor Drives and Controls*.
- [21] Texas Instruments. Three Phase Inverter. *Trapezoidal Control of BLDC Motors Using Hall Effect Sensors*. Nota de aplicación SPRABQ6.
- [22] Villarejo J.A. Diseño de reguladores, aplicación al motor de corriente continua. *Electrónica de Potencia*. Apuntes del Departamento de Tecnología Electrónica.
- [23] Gil, M. (2003). Determinación de retrasos y derivadas. *Introducción rápida a Matlab y Simulink para Ciencia e Ingeniería*.
- [24] Soman, S. & Sangeetha, T.S. (2015). Development of Digital Controller for DC-DC Buck Converter. *International Journal of Electronics and Drive System*. 2088-8694.
- [25] Anwar, S., Efstathiadis, H. & Qazi, S. (2012). *Handbook of Research on Solar Energy Systems and Technologies*.
- [26] Giridharan, K. & Gautham, R. (2013). FPGA Based Digital Controllers for BLDC Motors. *International Journal of Engineering Research and Applications*. 2248-9622.
- [27] Nordic Semiconductor. *nRF51822 Multiprotocol Bluetooth low energy/2.4 GHz RF System on Chip. Product Specification v3.1*.
- [28] Nordic Semiconductor: <http://www.nordicsemi.com/>.
- [29] Texas Instruments. *Implementation of a Speed Field Oriented Control of 3-phase PMSM Motor using TMS320F240*. Nota de aplicación SPRA588.
- [30] Ramos R. (2007). Sistemas Digitales de Control en Tiempo Discreto. *Sistemas Digitales de Instrumentación y Control*. Apuntes del Departamento de Ingeniería Electrónica.
- [31] Design of Digital Controllers. Disponible en:  
[http://higheredbcs.wiley.com/legacy/college/seborg/0471000779/dig\\_control/ch26.pdf](http://higheredbcs.wiley.com/legacy/college/seborg/0471000779/dig_control/ch26.pdf)
- [32] Some practical features of the PID controller. *Discretizing a PID controller*.
- [33] Ibarrola J.J. Acciones básicas de control PID. *Ingeniería de Control*. Apuntes del Departamento de Ingeniería de Sistemas y Automática.
- [34] Markaroglu, H., Guzelkaya, M., Eksin, I. & Yesil, E. *Tracking Time Adjustment in Back Calculation Anti-Windup Scheme*.