

Abatimiento del nivel piezométrico en acuíferos confinados
con pozos de bombeo. Comparación entre la solución
analítica y numérica mediante Modflow.

Alumno: PABLO JOSÉ MÉNDEZ CÁNOVAS

Director: IVAN ALHAMA MANTECA

AGRADECIMIENTOS

Este Trabajo Final de Grado de Ingeniería Civil, se centra en la rama de geotecnia y suelos. Este área despertó un cierto interés en mí gracias al profesor de esta asignatura y director de este trabajo: Iván Alhama Manteca, quien hace que la geotecnia sea mucho más interesante.

Quería aprovechar estas palabras para agradecerle su ayuda, y todo el interés que ha mostrado durante la realización del mismo, donde ha sido un excelente tutor prestándose a ayudarme en la resolución de cualquier problema que me surgiera.

Así mismo, me gustaría tener en consideración a mis padres José Salvador y Encarnación, a mi hermana Belén, a mi novia María, y a todos aquellos amigos que siempre han estado ahí para apoyarme y animarme, tanto en los buenos como en los malos momentos, y no solo durante la realización de este trabajo sino durante toda la carrera.

Ya que este es un trabajo que pone fin a mis estudios de Ingeniería Civil, también quería agradecer al resto de profesores, su dedicación y todo lo que me han enseñado durante estos años.

Gracias a todos.

ÍNDICE

1	INTRODUCCIÓN	1
2	OBJETIVOS Y ALCANCE	2
3	FUNDAMENTOS TEÓRICOS	3
3.1	El agua en el medio poroso. Definición de acuífero y parámetros fundamentales.....	3
3.2	Piezometría	7
3.3	La ecuación de Darcy	11
3.4	La ecuación general de flujo: Ecuación de Laplace y ecuación de Poisson.....	13
3.5	Resolución analítica para el diseño de abatimientos mediante ensayos de bombeo... 17	
3.5.1	Ensayos de bombeo en régimen permanente. Deducción de las ecuaciones.....	18
3.5.2	Formulación analítica en el diseño de abatimientos de acuíferos confinados. Flujo proveniente de una fuente circular; caso de pozo simple y pozos múltiples.....	21
3.6	Fuerzas de filtración. El fenómeno del sifonamiento.....	29
4	EL PROGRAMA MODFLOW	35
4.1	Descripción general.....	35
4.2	Interfaz de comunicación con modflow: Visual Modflow Classic.....	37
5	APLICACIONES.....	39
5.1	Solución analítica.....	40
5.1.1	Comprobación de sifonamiento.....	43
5.2	Solución numérica.....	46
5.2.1	Creación del modelo (<i>'Input'</i>).....	49
5.2.2	Ejecución del modelo (<i>'Run'</i>)	56
5.2.3	Resultados obtenidos (<i>'Output'</i>).....	58
5.3	Comparación entre la solución analítica y numérica y discusión de resultados	67
6	CONCLUSIONES	71
7	REFERENCIAS.....	72

1 INTRODUCCIÓN

En este trabajo se aborda un problema de abatimiento del nivel piezométrico de una excavación en un acuífero confinado mediante el empleo de métodos numéricos. La estructura del documento describe, en primer lugar, los fundamentos teóricos del flujo de agua en medios porosos, los distintos parámetros hidrogeológicos que se deben tener en consideración y la explicación de la solución analítica del problema a resolver. Posteriormente se hace una descripción del software utilizado para la solución numérica: Visual Modflow Classic. Finalmente se plantea un problema y se calcula la solución analítica y numérica, comentando y comparando los resultados obtenidos.

En este trabajo se afronta un campo fundamental en ingeniería del terreno, la presencia de agua en el suelo, desde el punto de vista de los métodos numéricos. La tecnología de los softwares de métodos numéricos ha alcanzado una gran precisión y exactitud, lo que hace que se hayan convertido hoy día en una herramienta que facilita la labor del experto en geotecnia. En concreto, el empleo de estos métodos numéricos para la resolución de problemas de flujo en medios porosos, es en ocasiones exigido en los pliegos de condiciones técnicas de obras.

2 OBJETIVOS Y ALCANCE

El objetivo principal que tiene la realización de este proyecto será la familiarización con el manejo del software Visual Modflow Classic. Este programa permite la resolución numérica de problemas de flujo de agua subterránea, o más exactamente, la evolución de los niveles debido a condiciones especificadas: bombeos, ríos, drenes, infiltración de precipitaciones, etc...

Además, como objetivo secundario, se adquirirán las técnicas, ya sean analíticas o numéricas, para el diseño de un abatimiento del nivel piezométrico en acuíferos confinados mediante pozos de bombeo y para estudiar el fenómeno del sifonamiento, algo que resulta especialmente interesante en abatimientos para excavaciones. La comparación de los resultados analíticos y numéricos, aportará una visión profunda del problema y de las técnicas de resolución.

Con todo esto, parece necesario hacer una revisión de los aspectos teóricos del flujo de agua en medios porosos, para poder ponerse en disposición de controlar y entender los parámetros que se introducen en el *input* e interpretar los resultados del *output*.

Pese a la simplificación del escenario planteado, se adquirirán los conocimientos básicos necesarios para abordar problemas más complejos, como pueda ser el de acuíferos multicapa

3 FUNDAMENTOS TEÓRICOS

3.1 El agua en el medio poroso. Definición de acuífero y parámetros fundamentales

Un acuífero es una formación geológica que almacena agua y que es capaz de transmitirla de manera que puede ser aprovechada como recurso. El agua de superficie se infiltra a través del suelo hasta encontrarse con una capa impermeable; entonces se acumula y llena los poros y fisuras de las rocas, dando lugar a una zona de saturación. El agua subterránea puede brotar de modo natural (manantiales o fuentes) o ser extraída mediante pozos u otros elementos de captación. Las características fundamentales de un acuífero son la baja velocidad en el movimiento del agua subterránea, los grandes volúmenes de reservas y el gran tiempo de renovación del agua en el sistema. Según el comportamiento hidráulico del agua, los acuíferos se pueden clasificar en:

- Acuífero libre: es un acuífero no limitado en la parte superior por un techo impermeable, de manera que existe un nivel freático a una cierta profundidad. Cuando una perforación alcanza este nivel aparece un cierto volumen de agua libre. Estos acuíferos pueden recargarse desde la superficie mediante una fracción de la pluviometría o excedentes de riego.
- Acuífero confinado: es un acuífero limitado en la parte superior por un techo impermeable, de manera que el agua que se encuentra a presión superior a la atmosférica en todos los puntos. Cuando una perforación llega al techo del acuífero el agua sube por el tubo hasta que se estabiliza a una profundidad correspondiente a su nivel piezométrico. La recarga de estos acuíferos se produce lateralmente.
- Acuífero semiconfinado: es un acuífero de tipo confinado que se diferencia de este en que se encuentra limitado en la parte superior por una formación geológica muy poco permeable pero que es capaz de producir recarga al acuífero.

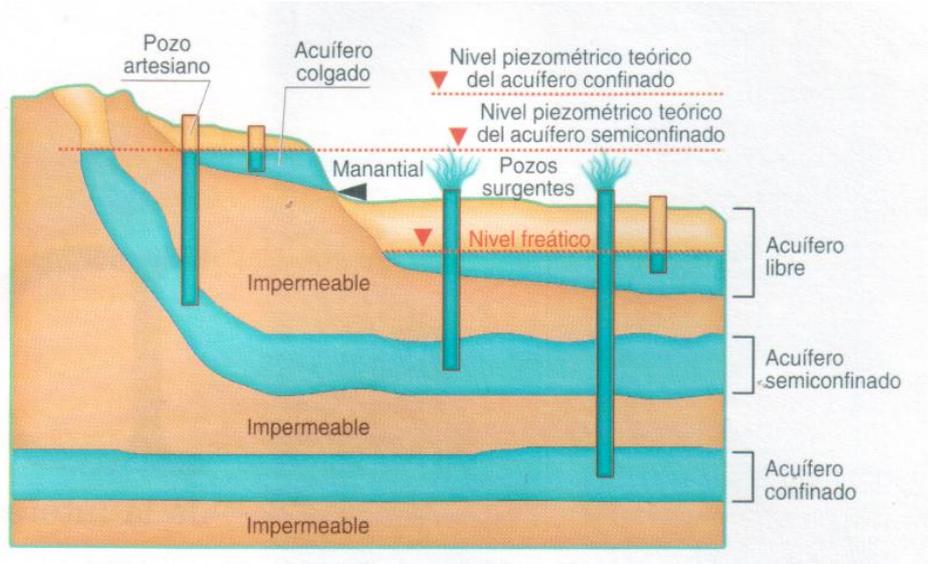


Figura 3.1. Tipos de acuíferos

Fuente: <http://www.artinaid.com/2013/04/que-es-un-acuifero/>

La capacidad de almacenar y transmitir el agua por parte de un acuífero debe ser cuantificada para evaluar las formaciones desde el punto de vista hidrológico. Por ello, se asocian a las formaciones cuatro parámetros básicos en cuanto a su comportamiento respecto al agua que puedan contener y transmitir. Estos cuatro parámetros hidrogeológicos característicos de las formaciones geológicas son los siguientes:

- **Porosidad:** Es la relación entre el volumen de huecos y el volumen total de una roca. Es un parámetro adimensional y depende únicamente de la constitución de la roca o suelo, es decir, de su textura característica, sin que intervenga la forma geométrica ni la potencia de la formación o su mecanismo de funcionamiento hidráulico en la naturaleza. Según el tipo de formación, los poros pueden ser debidos a espacios intergranulares, en las formaciones detríticas, o a grietas y fisuras, en el caso de rocas fisuradas o cársticas; el concepto de porosidad puede asociarse a unas y otras. La porosidad de una formación puede estar ligada únicamente a la textura de la misma o depender además de las características del fluido que se mueve en su interior. La primera de ellas es la porosidad total n , referida al volumen total de poros, independientemente de que el fluido tenga o no la capacidad de circular entre ellos

$$n = \frac{\text{Volumen de los poros}}{\text{Volumen total}}$$

- La porosidad eficaz n_e : también denominada porosidad cinemática, referida al volumen de poros conectados por los que el transporte de fluido es posible, y queda ligada no solo a la textura de la formación, sino también a las características del fluido:

$$n_e = \frac{\text{Volumen poros conectados}}{\text{Volumen total}}$$

- Coefficiente de almacenamiento: Este coeficiente representa la capacidad para liberar agua de un acuífero. Se define como el volumen de agua que es capaz de liberar un prisma de base unitaria y de altura la del acuífero, cuando desciende 1 m el nivel piezométrico. Es, en consecuencia, un parámetro físico referido al volumen cedido por unidad de volumen de acuífero y, al igual que la porosidad, es adimensional. La forma en que las formaciones geológicas permeables liberan agua es distinta según su situación en la naturaleza y el estado de sus niveles piezométricos. Así, cabe distinguir formaciones o acuíferos en funcionamiento confinado o acuíferos en funcionamiento libre.

- Permeabilidad: La permeabilidad es el parámetro que permite evaluar la capacidad de transmitir agua de una formación en función de la textura de la misma, sin relacionarla con su estructura o forma geométrica. Dentro de este concepto pueden definirse otros dos:

La permeabilidad ligada tanto a las características texturales del medio físico como del fluido que transmite, denominada conductividad hidráulica o representada por el coeficiente de permeabilidad k , y la denominada permeabilidad intrínseca K , que es sólo dependiente de las características internas del medio poroso.

La permeabilidad efectiva k se define como el caudal que es capaz de atravesar una sección unitaria del acuífero, normal al flujo, bajo un gradiente piezométrico unitario. Depende, en consecuencia, tanto de las características del medio físico (acuífero), como de las del fluido que lo atraviesa (agua). Por razones de su definición (caudal por unidad de superficie), las dimensiones de la permeabilidad efectiva pueden establecerse:

$$[k] = \frac{L^3 T^{-1}}{L^2} = L T^{-1}$$

Se usan cm/s y m/día como unidades más habituales (m/día suele utilizarse en hidrogeología con carácter prácticamente general), y cm/s en ingeniería. La permeabilidad intrínseca y la permeabilidad efectiva se relacionan únicamente por los parámetros capaces de definir las características del fluido.

$$k = K \frac{\gamma}{\mu} \quad \text{O bien} \quad k = K \frac{g}{\eta}$$

donde: k = permeabilidad efectiva [LT^{-1}]

K = permeabilidad intrínseca

γ = peso específico del agua [$ML^{-2}T^{-2}$]

μ = viscosidad dinámica del fluido [$ML^{-1}T^{-1}$]

η = viscosidad cinemática [L^2T^{-1}]

g = aceleración de la gravedad [LT^{-2}]

y en consecuencia:

$$[K] = \left[k \frac{\mu}{\gamma} \right] = \frac{LT^{-1} * ML^{-1}T^{-1}}{ML^{-2}T^{-2}} = L^2$$

No ha sido posible encontrar una relación capaz de definir, con carácter generalista, la permeabilidad intrínseca en función del medio, a pesar de los esfuerzos de diversos investigadores. En cualquier caso, no influye solamente el tamaño de las partículas que conforma el medio, sino también su forma y superficie, no admitiendo generalización estas dos últimas características. Diversos autores de esta temática han establecido las siguientes relaciones:

$$K = c * d^2 \quad \text{Hazen}$$

$$K = c * m * d^2 \quad \text{Slichter}$$

$$K = \lambda * \left(\frac{m-0.13}{(1-m)^{1/3}} \right)^2 * d^2 \quad \text{Terzaghi}$$

La variable d es el denominado diámetro eficaz, que, para el caso más general es el d_{10} de la curva granulométrica de la muestra; es decir, el tamaño de abertura de tamiz que permite

el paso del 10 % en peso de la muestra de material granular. Los coeficientes c , m , n y λ dependen de las características geométricas y de fricción de los granos, pudiendo por ello admitirse que para cualquier caso:

$$K = cte * d^2 \quad \text{y por tanto:} \quad K = cte * d_{10}^2$$

Para un mismo fluido a una misma temperatura. La permeabilidad, al contrario que ocurría con la porosidad, sí depende del tamaño del grano; tal y como se ha visto, el valor d_{10} condiciona el valor de la permeabilidad.

En definitiva, la conductividad hidráulica o permeabilidad efectiva k nos da una idea de la relación existente entre el caudal por unidad de sección y el gradiente hidráulico. A mayor conductividad hidráulica mayor caudal, o menor gradiente hidráulico se precisa para un mismo caudal. Guarda relación con otros parámetros que intervienen en otros procesos físicos, como la conductividad eléctrica (inverso de la resistividad) y depende de las características del medio poroso y del fluido. Mientras que la permeabilidad intrínseca nos da una idea de las características del terreno, y al medirse en unidades de superficie y tener valores tan bajos, podemos considerarla como “una medida de la superficie del poro”.

- Transmisividad, T : es el parámetro definido para evaluar la capacidad de transmitir agua de los acuíferos, teniendo en cuenta no sólo la textura del acuífero y las características del fluido, sino también las características estructurales o geométricas. Se define como el producto de la conductividad hidráulica k y el espesor del acuífero b :

$$T = k \cdot b$$

Acuíferos muy permeables pero de bajo espesor pueden, a pesar de sus excelentes características texturales, no ser aptos para una eficaz transmisión del agua debido a su bajo espesor y, consecuentemente, baja transmisividad.

3.2 Piezometría

El movimiento del agua en las formaciones geológicas está condicionado por la capacidad de realizar trabajo de sus partículas elementales, es decir, por su energía. La energía depende, de una parte, del campo de fuerzas a que está sometido el fluido y del agente sensible a dicho campo y, de otra, del tipo de energía en sí o forma en que el cuerpo tenga almacenada su capacidad de desarrollar trabajo.

Los tres tipos de energía que pueden incidir sobre el agua que se mueve en el seno de una formación permeable, asumiendo que no van a existir cambios de calor, son las siguientes:

$$\text{Energía potencial: } E_h = m \cdot g \cdot z$$

$$\text{Energía cinética: } E_c = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2$$

$$\text{Energía de presión: } E_p = p \cdot V$$

Donde g representa la intensidad del campo gravitatorio y m la masa o agente sensible al campo gravitatorio, z es la altura respecto a una cota de referencia, v es la velocidad del fluido (agua), p es la presión a que está sometido el fluido y V es el volumen. Por el principio de conservación de la energía, ésta va a permanecer constante a lo largo de una línea de corriente, y por tanto:

$$E = E_h + E_c + E_p = \text{cte} \quad (\text{Caso de los fluidos ideales y cuando el régimen es estacionario})$$

$$\text{O bien: } m \cdot g \cdot z + \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 + p \cdot V = \text{cte}$$

$$\text{Sacando } m \cdot g \text{ factor común: } m \cdot g \cdot \left(z + \frac{v^2}{2 \cdot g} + \frac{p}{\rho \cdot g} \right) = \text{cte}$$

Siendo ρ la densidad del agua.

Ante un mismo fluido y un mismo campo gravitatorio, el terrestre, se tiene:

$$\left(z + \frac{v^2}{2 \cdot g} + \frac{p}{\rho \cdot g} \right) = \text{cte}$$

Que no es más que la expresión del teorema de Bernoulli y en la que todos sus términos tienen dimensiones de longitud:

$$\begin{aligned}[z] &= L \\ \left[\frac{v^2}{2 \cdot g}\right] &= \frac{L^2 T^{-2}}{L T^2} = L \\ \left[\frac{p}{\rho \cdot g}\right] &= \frac{M L T^{-2} L^{-2}}{M L^{-3} L T^{-2}} = L\end{aligned}$$

En consecuencia, a los términos de la ecuación se les denomina alturas:

$$\begin{aligned}z &\rightarrow \text{Altura de posición} \\ \frac{v^2}{2 \cdot g} &\rightarrow \text{Altura de velocidad} \\ \frac{p}{\rho \cdot g} &\rightarrow \text{Altura de presión}\end{aligned}$$

El término $v^2/2 \cdot g$, o altura de velocidad, en el caso del movimiento del agua en el seno de un medio permeable, puede ser despreciado frente a la altura de presión y la altura de posición, dado lo bajo del valor de la velocidad del agua en dichos medios y, por tanto, la capacidad para realizar trabajo por parte del agua en un punto A de un acuífero, vendrá dada por su nivel piezométrico o suma de las alturas de posición y presión:

$$h_a = z_a + \frac{Pa}{\gamma}$$

Siendo γ el peso específico del agua.

Al nivel piezométrico se le suele denominar también altura piezométrica, cota piezométrica o carga hidráulica. El nivel piezométrico se mantiene constante en la vertical de un almacenamiento de agua libre o en la vertical de un medio permeable saturado cuando éste es homogéneo e isótropo.

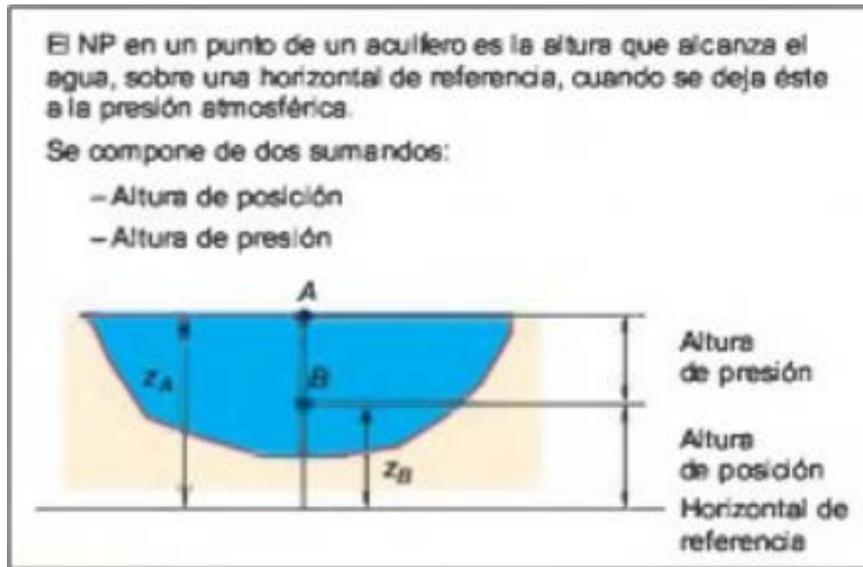


Figura 3.2. Nivel piezométrico. Fuente: Ingeniería Geológica. González de Vallejo, 2002

Tal y como se ve en la Figura 3.2, el punto A está a presión atmosférica y por tanto su nivel piezométrico, h_a , es igual a la altura de posición z_a . El punto B tiene un nivel piezométrico, h_b , que se quiere comparar con h_a .

Sea P_b la presión en el punto B y z_b su altura de posición:

$$h_a = z_a$$

$$h_b = z_b + \frac{P_b}{\gamma} = z_b + \frac{(z_a - z_b) \cdot \gamma}{\gamma} = z_a = h_a$$

Es decir, el nivel piezométrico es el mismo en los puntos A y B.

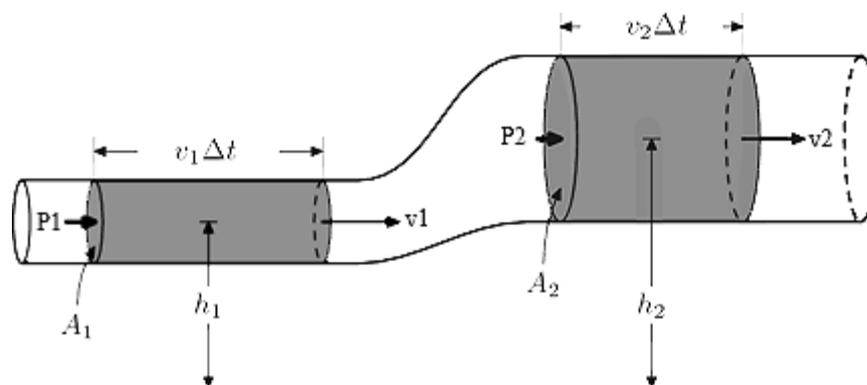


Figura 3.3. Teorema de Bernoulli

Fuente: <http://fisica24im10semestre2014.blogspot.com.es/2014/04/actividad-12-principio-de-bernoulli-y.html>

3.3 La ecuación de Darcy

La ley de Darcy fue enunciada por su autor en 1856, después de diversos trabajos y experimentaciones. Establece que el caudal Q que es capaz de atravesar un medio permeable, es proporcional al área de paso del medio permeable A , normal al flujo, y al gradiente de niveles piezométricos entre la entrada y la salida del flujo en el medio permeable, i . La constante de proporcionalidad es la permeabilidad del medio, en la que quedan incluidas las características del fluido, es decir, es la permeabilidad efectiva, conductividad de Darcy o conductividad hidráulica. En consecuencia y con carácter global:

$$Q = -k * A * i$$

Siendo: Q = Caudal de paso [L^3T^{-1}]

k = Permeabilidad de Darcy [LT^{-1}]

A = Área de paso [L^2]

i = Gradiente piezométrico

El gradiente de un escalar es un vector, definido por su módulo, dirección y sentido. El módulo es la derivada direccional de la función escalar, la dirección es la normal a las curvas de nivel de la función escalar y el sentido es el del aumento de valor de la función. Al moverse el flujo de zonas de mayor a menor nivel piezométrico, que es en este caso la función escalar, el flujo y el gradiente tienen direcciones distintas, lo que justifica el signo negativo de la ecuación de Darcy. Llamando h al nivel piezométrico y x al espacio en el sentido del flujo, la ecuación puede expresarse en forma diferencial, considerando la variación de niveles piezométricos a lo largo del recorrido del flujo por el medio poroso:

$$Q = -k * A * \frac{dh}{dx}$$

En el caso de la Figura 3.4, el experimento mantiene constantes los niveles h_1 y h_2 , y al ser constantes k y A para todo el medio permeable se establece la forma más sencilla de Darcy:

$$Q = k * A * \frac{h_1 - h_2}{L}$$

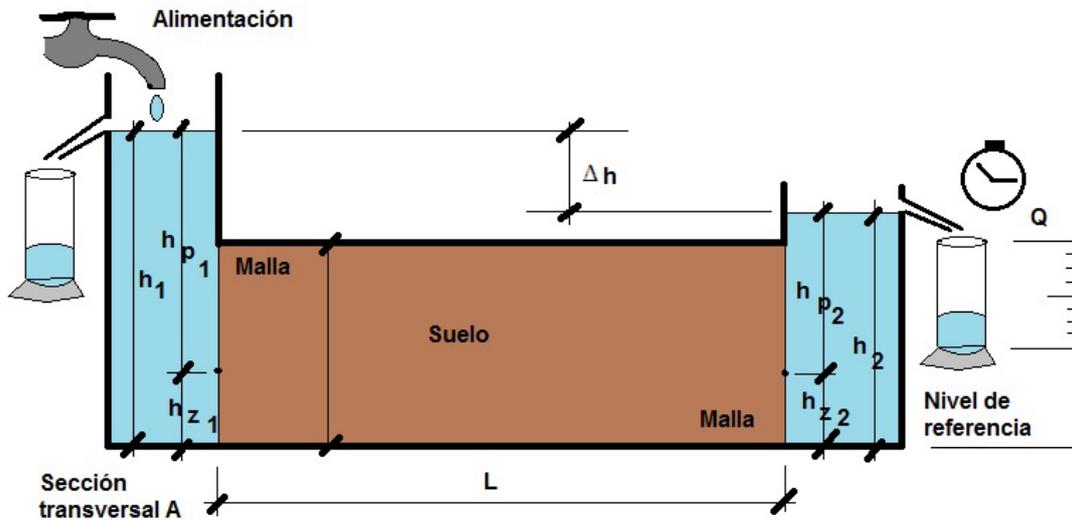


Figura 3.4. Ley de Darcy

Fuente: <http://geolabs.com.mx/blog/trabajo/propiedades-hidraulicas-del-suelo/>

La ley de Darcy es únicamente válida para el caso en que el régimen sea laminar. Para evaluar si el régimen es realmente laminar hay que acudir al denominado número de Reynolds, que representa la relación entre las fuerzas de inercia y viscosas en el seno de un fluido:

$$Re = \frac{\rho \cdot v \cdot d}{\mu}$$

donde:

- v = Velocidad del fluido
- d = Tamaño medio de las partículas, se considera el d_{10} en medios granulares y $2e$ en medios fisurados, siendo e el ancho medio de las fisuras.
- ρ = Densidad del fluido
- μ = Viscosidad dinámica

El número de Reynolds es adimensional.

$$[Re] = \frac{(ML^{-3})(L)}{(MLT^{-2})(T)(L^{-2})} \rightarrow \text{Adimensional}$$

De cualquier modo, para su cálculo habrá que utilizar unidades homogéneas; por ejemplo, v en cm/s, d en cm, ρ en g/cm³ y μ en dina * seg/cm². Un valor del número de Reynolds comprendido entre 1 y 10 denota un régimen laminar en el que puede considerarse

aplicable la ley de Darcy, aunque es particularmente fiable para valores inferiores a 4. El régimen se manifiesta totalmente turbulento para valores de 60 a 180, y en los valores intermedios puede asumirse como cuasi-turbulento. En cualquier caso, con esta última gama de parámetros, el flujo no cumpliría la ley de Darcy.

3.4 La ecuación general de flujo: Ecuación de Laplace y ecuación de Poisson

Ecuación de Laplace: La ecuación de Laplace es la primera de las ecuaciones diferenciales en derivadas parciales que gobiernan el flujo en medios porosos (permeables en general, cuando el medio pueda ser asumido como poroso). Se refiere al flujo en condiciones de régimen permanente y en ausencia de fuentes y sumideros.

Esta ecuación, como todas las ecuaciones del flujo en medios porosos, se obtiene aplicando conjuntamente la ecuación de la continuidad y la ley de Darcy. El flujo se estudia aceptando, de una parte, que la masa entrante debe ser igual a la saliente, y que ambas, dentro del medio poroso, están condicionadas por los planteamientos de Darcy. Así, se tiene:

$$\frac{\partial v_x}{\partial x} + \frac{\partial v_y}{\partial y} + \frac{\partial v_z}{\partial z} = 0 \text{ (continuidad)}$$
$$v_x = -k_{xx} * \frac{\partial h}{\partial x}; v_y = -k_{yy} * \frac{\partial h}{\partial y}; v_z = -k_{zz} * \frac{\partial h}{\partial z}$$

sustituyendo:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(-k_{xx} * \frac{\partial h}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(-k_{yy} * \frac{\partial h}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(-k_{zz} * \frac{\partial h}{\partial z} \right) = 0$$

Si se considera el medio homogéneo (la permeabilidad es la misma en cualquier punto del espacio) e isótropo (la permeabilidad es la misma en cualquier dirección del espacio), se tiene que:

$$k_{xx} = k_{yy} = k_{zz} = k$$

y:

$$\frac{\partial^2 h}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 h}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 h}{\partial z^2} = 0$$

Que es la ecuación de Laplace (régimen permanente, medio homogéneo e isótropo y ausencia de fuentes y sumideros). Hay dos tipos característicos de condiciones de contorno:

- Condiciones Dirichlet: nivel piezométrico conocido en frontera.
- Condiciones Neuman: flujo conocido en frontera.

La resolución de la ecuación solo es posible por métodos analíticos en sistemas físicos sencillos, como es el caso de flujo hacia pozos y algunos problemas de flujo entre zanjas. Para casos reales más complejos debe acudir se a métodos aproximados de resolución numérica, o también, en algunos otros casos, a métodos gráficos de resolución, como redes de flujo.

Ecuación de Poisson: Laplace no integra en sus planteamientos la existencia de fuentes y sumideros. Sin embargo, y aún en problemas de régimen permanente, es preciso incluir bombeos y recargas (fuentes y sumideros) asociados a problemas reales. La ecuación de Poisson de flujo en medios porosos en régimen permanente, y con posibilidad de integrar bombeos y recargas, puede desarrollarse con la ayuda del esquema de la Figura 3.5.

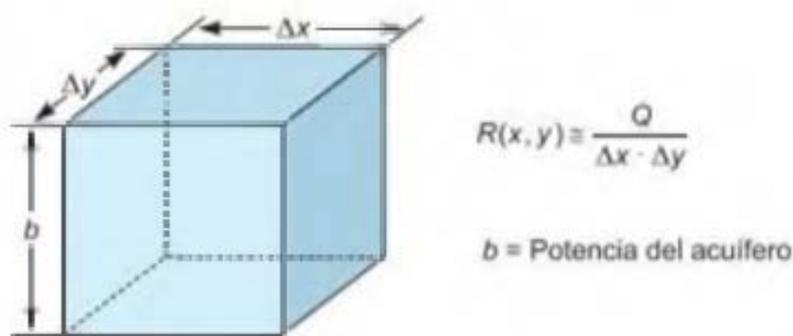


Figura 3.5. Esquema para la deducción de la ecuación de Poisson

Fuente: Ingeniería Geológica. González de Vallejo, 2002

Se considera una recarga $R(x, y)$ por unidad de área y unidad de tiempo. Aplicando condiciones de flujo estacionario:

$$\frac{\partial v_x}{\partial x} \Delta x (b \Delta y) = \frac{\partial v_y}{\partial y} \Delta y (b \Delta x) = R(x, y) \Delta x \Delta y$$

Aplicando Darcy con hipótesis de homogeneidad e isotropía

$$k_{xx} = k_{yy} = k_{zz} = k$$

y siendo

$$T = k * b$$

se obtiene la ecuación de Poisson:

$$\frac{\partial^2 h}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 h}{\partial y^2} = -\frac{R(x, y)}{T}$$

En régimen permanente, presencia de fuentes y sumideros y permeabilidad homogénea e isotrópica. En esta ecuación se tiene:

- Si $R(x, y) = 0$, es coincidente con la ecuación de Laplace
- Si $R(x, y)$ es positiva = Recarga
- Si $R(x, y)$ es negativa = Bombeo

Todo lo dicho para la resolución de la ecuación de Laplace es válido para la de Poisson. Sin embargo, esta última es más realista y completa y se ajusta mejor a la mayoría de los problemas reales que suelen presentarse. Establece de modo simplista que la suma de entradas y salidas de agua en un recinto acotado debe ser igual al bombeo o recaiga que incida sobre tal recinto, siempre en condiciones de régimen permanente (no variación de los niveles piezométricos en el recinto) y de medio homogéneo e isotrópico en cuanto a la permeabilidad.

Ecuación del flujo en régimen transitorio: En el régimen permanente se obtienen soluciones de equilibrio para un fenómeno concreto. No se trata de cómo ni cuándo se

alcanza ese equilibrio, únicamente se calcula la solución de equilibrio. Si un sistema está en equilibrio, para cambiar esta situación se requieren ciertas acciones sobre el sistema, tales como bombeos o recargas.

El sistema evoluciona hasta alcanzar de nuevo la situación de equilibrio correspondiente; mientras esta nueva situación es alcanzada, se suceden un conjunto de situaciones a lo largo del tiempo, que es lo que se denomina régimen transitorio. Los niveles van variando y en consecuencia se va almacenando o desalmacenando agua en el recinto. En este caso, la ecuación de la continuidad, en régimen transitorio, se aplica al recinto según:

$$\text{Volumen saliente} = \text{Volumen entrante} - \text{Volumen desalmacenado}$$

(En un intervalo de tiempo Δt)

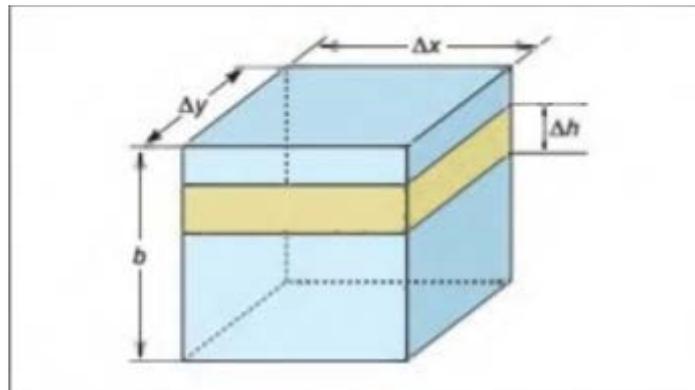


Figura 3.6. Esquema para la deducción de la ecuación general del flujo transitorio

Fuente: Ingeniería Geológica. González de Vallejo, 2002

En el intervalo Δt , el nivel varía Δh , como indica la Figura 3.6. El volumen de roca vaciado vendrá dado por $\Delta h * \Delta x * \Delta y$, y el volumen de agua contenido en este volumen de roca vendrá dado por $S * \Delta h * \Delta x * \Delta y$. El volumen desalmacenado en el tiempo Δt será $S * \Delta h * \Delta x * \Delta y / \Delta t$. Introduciendo este término en la ecuación de la continuidad en presencia de fuentes y sumideros, es decir, incluyendo el término del volumen desalmacenado en la unidad de tiempo en el término de recargas, se tiene:

$$\frac{\partial v_x}{\partial x} \Delta x (b \Delta y) + \frac{\partial v_y}{\partial y} \Delta y (b \Delta x) = R(x, y, t) \Delta x \Delta y - S \frac{\partial h}{\partial t} (\Delta x \Delta y)$$

Aplicando Darcy generalizado como en anteriores ecuaciones:

$$v_x = -k_{xx} * \frac{\partial h}{\partial x}; v_y = -k_{yy} * \frac{\partial h}{\partial y}; v_z = -k_{zz} * \frac{\partial h}{\partial z}$$

Asumiendo una vez más condiciones de homogeneidad e isotropía ($k_{xx} = k_{yy} = k_{zz} = k$), discretización cuadrada ($\Delta x = \Delta y$) y $T = k*b$, se obtiene:

$$\frac{\partial^2 h}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 h}{\partial y^2} = \frac{S}{T} \frac{\partial h}{\partial t} - \frac{R(x,y,t)}{T}$$

Ecuación general del flujo en régimen transitorio, presencia de fuentes y sumideros y permeabilidad homogénea e isotrópica. Los términos de esta ecuación tienen el siguiente significado:

$\frac{\partial^2 h}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 h}{\partial y^2}$: suma de caudales entrantes por caras laterales

$\frac{S}{T} \frac{\partial h}{\partial t}$: volúmenes desalmacenados en la unidad de tiempo

$\frac{R(x,y,t)}{T}$: bombeos o recargas en la unidad de tiempo

En definitiva, esta ecuación indica que el balance de caudales entrantes y salientes en un recinto por razones de gradientes piezométricos, más las recargas externas al sistema, como bombeos y recargas, debe ser igual a los caudales de llenado o vaciado del recinto.

Como se puede observar, si $\frac{S}{T} \frac{\partial h}{\partial t} = 0$, se obtiene la ecuación de Poisson de régimen permanente con fuentes y sumideros. Si $\frac{S}{T} \frac{\partial h}{\partial t} = 0$ y $\frac{R(x,y,t)}{T} = 0$, se obtiene la ecuación de Laplace.

La ecuación general del flujo y su resolución para cada caso concreto con sus adecuadas condiciones de contorno es de uso general en los problemas de hidrogeología e ingeniería geológica.

3.5 Resolución analítica para el diseño de abatimientos mediante ensayos de bombeo

Los ensayos de bombeo son, sin lugar a dudas, el método más completo y fiable para el cálculo de los parámetros hidrogeológicos de un acuífero. Consisten en bombear un pozo,

en principio a caudal constante, y analizar el descenso de los niveles piezométricos, tanto en el pozo de bombeo como en pozos o piezómetros circundantes.

Existen dos tipos básicos de métodos: ensayos de bombeo en régimen permanente y ensayos de bombeo en régimen transitorio o variable. En los primeros los niveles piezométricos no varían, y se interpretan los descensos producidos en el entorno del pozo como consecuencia de un bombeo constante en el mismo; en régimen variable lo que se analiza es la evolución de los niveles en el pozo de bombeo y pozos de observación a lo largo de la prueba.

3.5.1 Ensayos de bombeo en régimen permanente. Deducción de las ecuaciones

La ecuación general del flujo bidimensional bajo condiciones de acuífero confinado y régimen permanente viene dada por:

$$\frac{\partial^2 h}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 h}{\partial y^2} = 0$$

siendo h el nivel piezométrico. Ello implica que el acuífero pueda ser considerado homogéneo, isótropo e infinito, junto a la no existencia de recargas verticales.

Para el caso de flujo radial hacia un punto donde se sitúa el pozo de bombeo, puede transformarse la ecuación a coordenadas polares, tomando como eje de coordenadas el eje del pozo, que será un punto al proyectarlo sobre el plano xy . La transformación se realiza según:

$$x = r \cos \alpha$$
$$y = r \operatorname{sen} \alpha$$

Anulando los términos en α , se tiene la ecuación:

$$\frac{\partial^2 h}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial h}{\partial r} = 0$$

que al depender solo de r puede escribirse de la forma:

$$\frac{1}{r} \frac{d}{dr} \left(r \frac{dh}{dr} \right) = 0$$

por lo tanto:

$$\left(r \frac{dh}{dr} \right) = cte$$

Para calcular la constante, solo hay que suponer que el caudal que sale por el pozo debe ser igual al que atraviesa una superficie cilíndrica de altura constante b y radio genérico r . En este caso, según Darcy:

$$Q = 2\pi r b k \frac{dh}{dr}$$

luego:

$$cte = r \frac{dh}{dr} = \frac{Q}{2\pi b k} = \frac{Q}{2\pi T}$$

y por tanto:

$$dh = \frac{Q}{2\pi T} \frac{dr}{r}$$

Si se realiza la integración entre el radio genérico r y el radio de influencia R , distancia a la cual el descenso es nulo, se tiene que el nivel variará entre el valor h a distancia genérica y el valor h_0 representativo de niveles en reposo a escala regional:

$$\int_h^{h_0} dh = \frac{Q}{2\pi T} \int_r^R \frac{dr}{r}$$

obteniéndose la **solución de Thiem** (1906):

$$h_0 - h = \frac{Q}{2\pi T} \ln \frac{R}{r}$$

donde:

h_0 = nivel piezométrico inicial

h = nivel piezométrico a la distancia r

Q = caudal de bombeo

T = transmisividad

R = radio de influencia

r = distancia al eje del pozo

Todas estas fórmulas parten de la aceptación de que la transmisividad es constante en cualquier punto del espacio; es decir, asumen un medio homogéneo e isótropo. A la relación de **Thiem** también puede llegarse por métodos más simples, sin acudir a la ecuación general. A continuación se incluye este último desarrollo matemático por ser bastante representativo e intuitivo.

Según la Figura 3.7, si se considera un acuífero cautivo o confinado en el que un pozo perforado en el mismo bombea un caudal constante Q , y existen dos pozos de observación (nº 1 y nº 2) estando el nivel estabilizado en todo el cono de bombeo, se puede establecer que el caudal que sale por el pozo es igual al que atraviesa una superficie cilíndrica ideal de radio genérico r y altura el espesor del acuífero b .

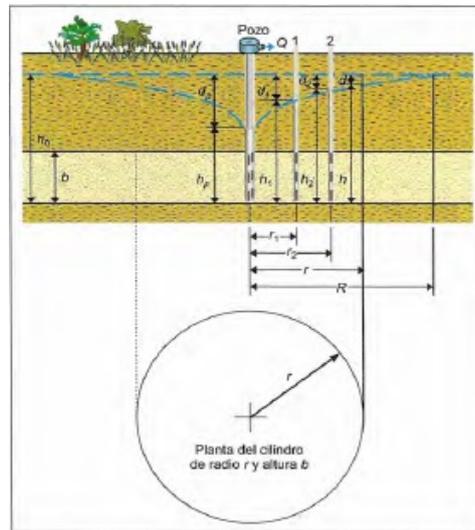


Figura 3.7. Esquema para la deducción de la fórmula de Thiem

Fuente: Ingeniería Geológica. González de Vallejo, 2002

Las depresiones en el pozo de bombeo, y en los piezómetros nº 1 y nº 2 serán d_p , d_1 y d_2 , y los niveles h_p , h_1 y h_2 , respectivamente. Los piezómetros se encuentran a las distancias r_1 y r_2 del pozo de bombeo. A la distancia genérica r , la depresión y el nivel h .

Según la ley de Darcy, puede establecerse que el caudal que atraviesa la superficie cilíndrica porosa será igual al producto de la permeabilidad del acuífero por el área de paso y por el gradiente hidráulico que existe entre uno y otro lado de la superficie cilíndrica considerada. Es decir:

$$Q = kAi$$

donde $A = 2\pi rb$ es el área de paso, $i = dh/dr$ es el gradiente

$$Q = k2\pi rb \frac{dh}{dr} \quad kb = T$$

$$Q = 2\pi rT \frac{dh}{dr} \quad dh = \frac{Q}{2\pi T} \cdot \frac{dr}{r}$$

Para integrar esta última expresión, se tienen que definir los límites de integración. Cuando h varía entre un nivel genérico h y el nivel inicial del acuífero h_0 variará entre un radio genérico r , en el que el nivel vale h , y una distancia R (radio de influencia) a la cual el descenso es nulo y, por tanto, h vale h_0 :

$$\int_h^{h_0} dh = \frac{Q}{2\pi T} \int_r^R \frac{dr}{r} \quad \text{y} \quad h_0 - h = \frac{Q}{2\pi T} \ln \frac{R}{r}$$

o bien:

$$d = \frac{Q}{2\pi T} \ln \frac{R}{r}$$

3.5.2 Formulación analítica en el diseño de abatimientos de acuíferos confinados. Flujo proveniente de una fuente circular; caso de pozo simple y pozos múltiples

FLUJO RADIAL EN ACUIFEROS CONFINADOS

Si consideramos una capa de espesor constante D , de arena libremente drenante cargada con agua y confinada arriba y abajo esencialmente por estratos impermeables, como se

muestra en la Figura 3.9. Si se instala un pozo cilíndrico de manera que penetre por completo en la arena, el agua comenzará a llenar el pozo hasta una altura determinada por el nivel piezométrico de equilibrio en la arena. Al bombear el agua del pozo su nivel desciende, la cabeza total en la arena situada inmediatamente al lado del pozo se reduce y por tanto el agua fluye a través de la arena de la zona de cabeza total alta hasta la zona alrededor del pozo, y en consecuencia hacia el interior del mismo. Cuando el caudal en el pozo es constante e igual a su caudal de bombeo, se establece la condición de flujo estacionario y el nivel piezométrico en la arena desciende como lo muestra en la Figura 3.9. El flujo en cualquier punto de la arena se produce solo en el plano horizontal, siempre y cuando el nivel piezométrico no descienda por debajo del nivel superior de la arena, las fronteras del flujo superior e inferior están definidas por las superficies de la arena por arriba y por abajo. Estas son las condiciones para tener un flujo confinado y el estrato de arena se denomina acuífero confinado.

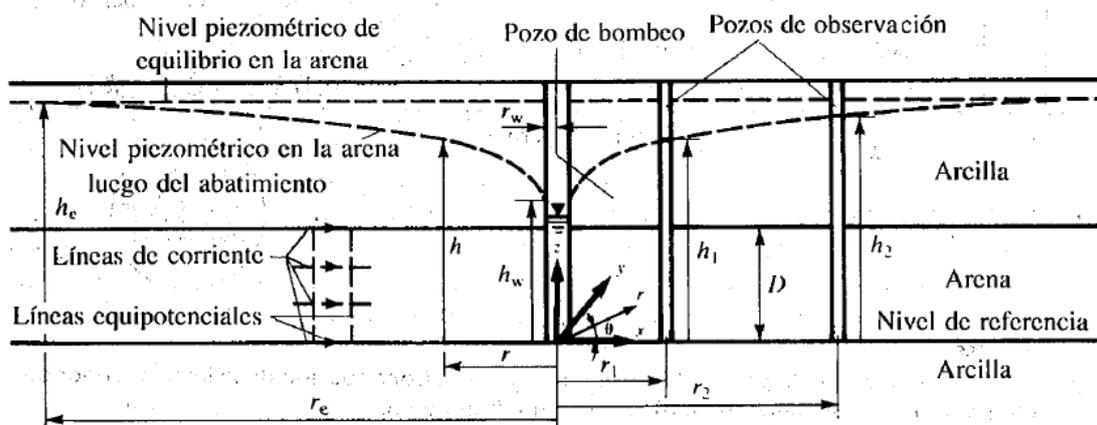


Figura 3.9. Flujo en un acuífero confinado proveniente de una fuente circular: Pozo simple
Fuente: Mecánica de Suelos. Peter L. Berry & David Reid, 1993

FLUJO PROVENIENTE DE UNA FUENTE CIRCULAR

Aunque muchos depósitos sedimentarios tienen una permeabilidad mucho más alta en la dirección horizontal que en la vertical, las variaciones de permeabilidad en el plano horizontal son a menudo mucho menos pronunciadas. Si se supone que la arena es isotrópica en el plano horizontal, entonces el flujo tendrá una simetría radial alrededor del pozo y el abatimiento del nivel piezométrico será el mismo en todos los puntos situados a

igual distancia del pozo. Además cuando la distancia al pozo aumenta, el abatimiento del nivel piezométrico disminuye, hasta una distancia radial r_e a la cual el pozo no tiene influencia significativa en el nivel piezométrico de la arena. Esta distancia r_e es el radio de influencia del pozo. Por tanto puede considerarse que el flujo proviene de una fuente circular localizada en el radio de influencia del pozo.

Como el flujo en cualquier punto de la arena se produce en el plano horizontal x, y y para el cual se supone $k_x = k_y$, la ecuación de flujo estacionario se reduce a una ecuación de Laplace en dos dimensiones:

$$\frac{\partial^2 h}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 h}{\partial y^2} = 0$$

Para el flujo radial es más conveniente trabajar en coordenadas polares r y θ que en la Figura 3.9 se relacionan con x e y mediante:

$$r = \sqrt{x^2 + y^2} \quad \theta = \arctan\left(\frac{y}{x}\right)$$

Al transformar la ecuación de Laplace a coordenadas polares se obtiene:

$$\frac{\partial^2 h}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial h}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 h}{\partial \theta^2} = 0$$

Para un flujo simétrico alrededor del eje z , h es la misma en todos los puntos situados a igual distancia del pozo. Entonces, para cualquier valor de r , $\partial h / \partial \theta = 0$, y la ecuación se reduce a una diferencial ordinaria:

$$\frac{d^2 h}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{dh}{dr} = 0 \rightarrow \frac{1}{r} \frac{d}{dr} \left(r \frac{dh}{dr} \right) = 0$$

Se observa ahora que h es función solo de la variable r y el problema se reduce matemáticamente a un caso unidimensional. Al resolver esta última ecuación pueden obtenerse soluciones para los valores de la cabeza total en el dominio del flujo y para el caudal hacia el pozo.

Pozo simple: Si en la Figura 3.9 Se toma la base de la arena como nivel de referencia, la cabeza total h en cualquier radio r está dada por la altura del nivel piezométrico desde la base. Si se designa el radio del pozo como r_w , la cabeza total en la arena adyacente al pozo como h_w y la cabeza total en el radio de influencia como h_e , las condiciones de frontera son:

$$h = h_w \text{ en } r = r_w \quad \text{y} \quad h = h_e \text{ en } r = r_e$$

Si se integra una vez la ecuación descrita justo antes:

$$r \frac{dh}{dr} = c_1$$

Y si se integra por segunda vez se obtiene:

$$h = c_1 \ln r + c_2$$

donde c_1 y c_2 son constantes de integración. Al sustituir las condiciones de frontera en la ecuación anterior y resolver el sistema de ecuaciones simultáneas se obtiene:

$$c_1 = \frac{h_e - h_w}{\ln r_e / r_w} \quad c_2 = \frac{h_e - h_w}{\ln r_e / r_w} \ln r_e$$

Si se sustituyen las constantes en la segunda integral se obtiene:

$$h = h_e - \frac{h_e - h_w}{\ln r_e / r_w} \ln \frac{r_e}{r}$$

El principio de continuidad requiere que el caudal estacionario Q en el pozo sea igual al flujo a través de una sección cilíndrica de radio r en la arena. Por tanto:

$$Q = kiA = k \frac{dh}{dr} 2\pi r D = 2\pi k D r \frac{dh}{dr}$$

La ecuación establece que $r \frac{dh}{dr} = c_1$ y la ecuación define una expresión para c_1 , al remplazar se obtiene:

$$Q = \frac{2\pi k D (h_e - h_w)}{\ln r_e / r_w}$$

Al reordenar la ecuación y sustituirla en la anterior de h , se obtiene la siguiente expresión para la cabeza total h en función de Q para cualquier radio r :

$$h = h_e - \frac{Q}{2\pi k D} \ln \frac{r_e}{r}$$

Estas ecuaciones dependen del radio de influencia r_e . Sin embargo, una determinación precisa de r_e es difícil debido a las dificultades inherentes a la estimación de la distancia a la cual el pozo deja de tener influencia. Además, el radio de influencia del pozo no es contante, un incremento en el abatimiento produce un aumento de r_e y en cuanto mayor sea la permeabilidad de la arena mayor será el radio de influencia del pozo. Afortunadamente la influencia de r_e está en términos de logaritmo natural y, por tanto, la solución no es sensible a pequeñas inexactitudes. Si diésemos valores típicos a r_e dentro de un rango de valores de Q que se esperan para una arena, observaríamos que al duplicar el valor de r_e los cambios de Q son inferiores al 10%. Por lo que las inexactitudes no serán significativas. En la siguiente tabla podemos ver un ejemplo:

r_e (m)	125	250	500	1,000	125	250	500	1,000
r_w (m)	0.1	0.1	0.1	0.1	0.3	0.3	0.3	0.3
$\frac{1}{\ln r_e/r_w}$	0.1402	0.1278	0.1174	0.1086	0.1658	0.1487	0.1348	0.1238
$\frac{\Delta Q}{Q}$ %		8.8	8.1	7.5		10.3	9.3	8.5

Figura 3.10. Efecto de valores de r_e dentro del rango de valores de Q que se esperan en arena
Fuente: Mecánica de Suelos. Peter L. Berry & David Reid, 1993

Debido a la incertidumbre asociada con el valor de r_e y al hecho de que el nivel del agua en el pozo será inferior a h_w en un valor equivalente a la pérdida de cabeza hidráulica en el pozo, algunas veces los niveles piezométricos en la arena se registran directamente al instalar pozos de observación a distancias adecuadas del pozo de bombeo. En la Figura 3.9, por ejemplo, los pozos de observación a las distancias r_1 y r_2 registran niveles piezométricos correspondientes a h_1 y h_2 , respectivamente. Al sustituir estos valores en la ecuación $h = c_1 \ln r + c_2$, y resolverla como se hizo antes, se obtienen las siguientes expresiones alternas para el caudal Q en el pozo y para la cabeza total h en cualquier radio r :

$$Q = \frac{2\pi kD(h_2 - h_1)}{\ln r_e/r_w} \quad y \quad h = h_1 - \frac{Q}{2\pi kD} \ln \frac{r_1}{r}$$

Pozos múltiples: Las excavaciones en arcillas situadas sobre acuíferos de arena o grava tienden a fallar por levantamiento del fondo. Para asegurar su estabilidad a menudo se necesita reducir el nivel piezométrico en el acuífero. Esto puede obtenerse mediante un sistema de pozos de alivio que penetren completamente en el acuífero, los cuales se instalan alrededor del perímetro de la excavación propuesta, como se observa en la Figura 3.11. Los cálculos de estabilidad definen el mínimo abatimiento de nivel piezométrico necesario en el área de la excavación y para verificar que el sistema de pozos propuesto es capaz de realizar dicho abatimiento se necesita una expresión para la cabeza total en cualquier punto P de la arena que resulta de bombear en varios pozos simultáneamente. Ahora para el flujo hacia un pozo simple situado en la posición 1, la cabeza total en P se obtiene de la ecuación $h = h_e - \frac{Q}{2\pi kD} \ln \frac{r_e}{r}$, de la manera siguiente:

$$h_{p1} = h_e - \frac{Q_1}{2\pi kD} \ln \frac{r_{e1}}{r_1}$$

Y el abatimiento en P está dado por:

$$h_e - h_{p1} = \frac{Q_1}{2\pi kD} \ln \frac{r_{e1}}{r_1}$$

Donde h_{p1} =cabeza total en P debida al bombeo únicamente en el pozo 1.

Q_1 = caudal estacionario en el pozo 1

r_1 = distancia de P a la línea central del pozo 1

r_{e1} =radio de influencia del pozo 1

Como la ecuación $h = h_e - \frac{Q}{2\pi kD} \ln \frac{r_e}{r}$, es una solución de una ecuación diferencial lineal (una ecuación de la Place), para calcular el abatimiento total en P debido a varios pozos que actúan juntos puede aplicarse el principio de superposición mediante la suma algebraica de los efectos separados de cada pozo individual. Por tanto, si hay n pozos el abatimiento total en P está dado por:

$$h_e - h_p = \frac{1}{2\pi kD} \left[Q_1 \ln \frac{r_{e1}}{r_1} + Q_2 \ln \frac{r_{e2}}{r_2} + Q_3 \ln \frac{r_{e3}}{r_3} + \dots + Q_n \ln \frac{r_{en}}{r_n} \right]$$

Donde los subíndices 2, 3, ... , n corresponden a los pozos 2, 3 , ... , n, respectivamente.

Entonces:

$$h_e - h_p = \frac{1}{2\pi kD} \sum_{j=1}^n Q_j \ln \frac{r_{ej}}{r_j}$$

En la práctica, es usual tomar medidas para que las características del abatimiento asociado con cada pozo sean similares y entonces puede tomarse el mismo radio de influencia r_e para cada pozo. En todo caso, las pequeñas inexactitudes en el valor de r_e no son significativas. Para alcanzar un abatimiento similar en cada pozo, éstos pueden localizarse de tal manera que cada uno intercepte aproximadamente la misma cantidad de filtración y que pueda bombearse más o menos la misma cantidad de agua desde cada pozo. Como el flujo proveniente de una fuente circular, para el correcto posicionamiento de los pozos solo será necesario que estén espaciados a igual distancia alrededor de la excavación. Cuando se

bombea desde pozos profundos es común utilizar bombas sumergibles localizadas bajo el nivel del agua en los pozos. Si se utiliza el mismo tipo de bomba en todo el sistema y cada bomba funciona a la misma velocidad bajo las mismas condiciones de carga, entonces el caudal de cada bomba será aproximadamente el mismo. Para estas condiciones puede suponerse que el caudal Q en cada pozo es el mismo e igual a la capacidad de operación de las bombas. Por consiguiente, al tomar Q y r_e constantes para cada pozo, la ecuación queda reducida a:

$$h_e - h_p = \frac{Q}{2\pi kD} \sum_{j=1}^n \ln \frac{r_e}{r_j}$$

Donde para la cabeza total en el punto P se obtiene la expresión siguiente:

$$h_p = h_e - \frac{Q}{2\pi kD} \sum_{j=1}^n \ln \frac{r_e}{r_j}$$

Q es la capacidad de operación de las bombas y r_j es la distancia de P a la línea central del pozo j , donde $j = 1, 2, 3, \dots, n$.

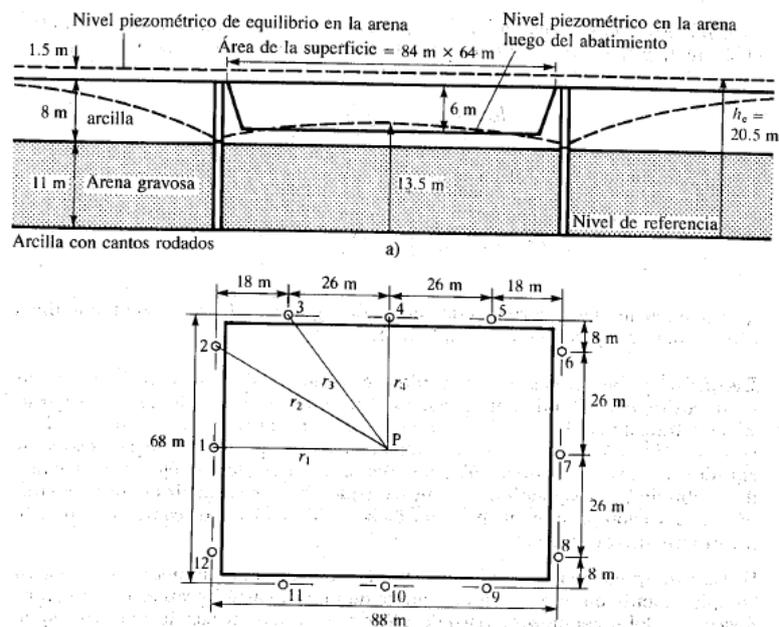


Figura 3.11. Flujo en un acuífero confinado proveniente de una fuente circular: Pozo múltiple.
Fuente: Mecánica de Suelos. Peter L. Berry & David Reid, 1993

3.6 Fuerzas de filtración. El fenómeno del sifonamiento

Resulta intuitivo comprender que el agua en movimiento a través del terreno induce sobre éste una fuerza que tiende a arrastrarlo. De hecho, como se ha expuesto anteriormente, para que exista flujo es necesaria una diferencia de altura piezométrica, de manera que el agua circule desde puntos de mayor carga h_a hacia puntos de menor carga h_b . La diferencia $\Delta h = h_a - h_b$ representa el trabajo o energía gastados en resistir la fuerza de arrastre del agua al moverse a través de los pequeños poros del suelo.

Así, si las fuerzas que resisten al flujo son menores que la fuerza erosiva de éste, las partículas de suelo podrán ser arrastradas por el agua. Este fenómeno puede originar serios problemas en diversas aplicaciones geotécnicas como se muestra en la Figura 3.12.

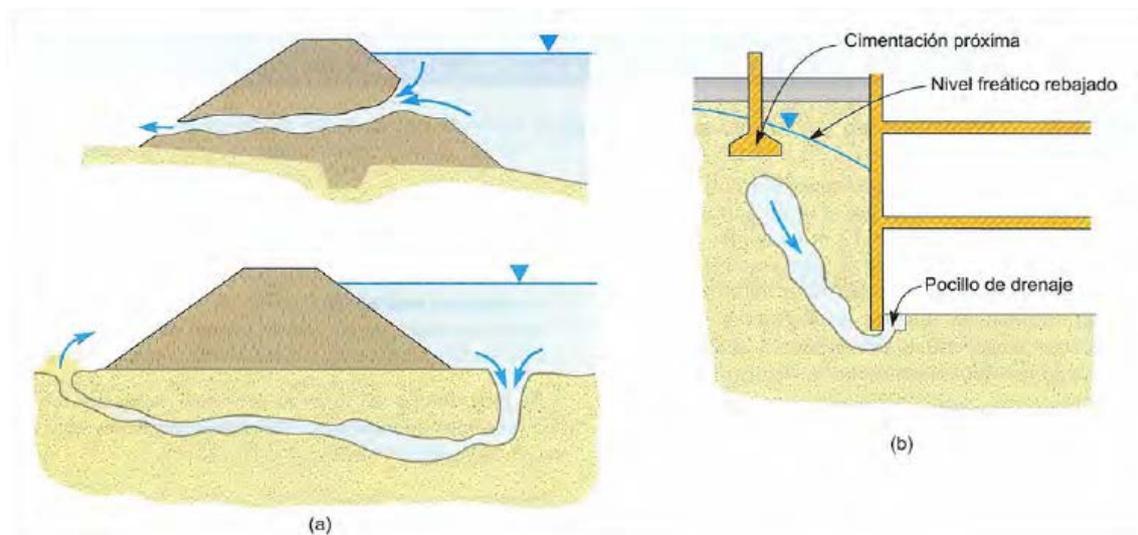


Figura 3.12. a) Tubificación de una presa de materiales por erosión interna.

b) Tubificación de una excavación por erosión interna

Fuente: Ingeniería Geológica. González de Vallejo, 2002

Las fuerzas resistentes a la erosión dependen de la cohesión del suelo, de su granulometría, compacidad y densidad, siendo las arenas finas uniformes y flojas los suelos más susceptibles de sufrir el arrastre del agua. Por su parte la fuerza de arrastre del agua depende del gradiente hidráulico ($i = \Delta h/l$).

Si se produce una concentración de flujo (y gradiente) suficiente en las proximidades de la superficie de salida del flujo, las primeras partículas de suelo pueden ser arrastradas. A

continuación, al mantenerse aproximadamente la diferencia de altura piezométrica (Δh) pero disminuir el recorrido de la filtración (L) por la pérdida de suelo, se incrementa el gradiente y también la fuerza erosiva. De esta forma, el mecanismo de erosión puede progresar hacia el interior del terreno hasta, en caso extremo, conducir a la ruina de la obra.

Desde un punto de vista teórico, la forma más sencilla y clásica de establecer las condiciones de equilibrio del suelo frente a las fuerzas de filtración es la mostrada en la Figura 3.13. En ella se representan tres situaciones posibles de flujo vertical en un sencillo dispositivo llamado permeámetro de carga constante.

Se trata de un recipiente en donde se encuentra una masa de suelo de altura (L), que se supondrá constituido por una arena fina, confinado entre dos rejillas. Por encima del suelo existe una lámina de agua libre, cuya cota se mantiene constante en todo momento (punto D). Por debajo del suelo el permeámetro se conecta a un conducto que termina en otro recipiente anexo, siempre lleno de agua (hasta el punto A), pero que puede moverse hacia arriba o hacia abajo. Finalmente, desde el interior de la masa de suelo se pueden disponer unos piezómetros abiertos (P1, P2 y P3). Tomando como plano de referencia ($z=0$) la cota inferior de la masa de suelo, resulta sencillo controlar en todo momento las alturas piezométricas. Basta para ello con colocar una regleta graduada como la mostrada en la Figura 3.13 y recordar que la cota de agua leída en la regleta será igual a la altura piezométrica ($h = z + u/\gamma_w$).

$$h_A = z_A + \frac{u_A}{\gamma_w} = z_A$$

$$L + \Delta L \begin{cases} h_A = h_C = z_C + \frac{u_C}{\gamma_w} = L + \frac{u_C}{\gamma_w} \rightarrow u_C = \Delta L \cdot \gamma_w \\ h_A = h_B = z_B + \frac{u_B}{\gamma_w} = 0 + \frac{u_B}{\gamma_w} \rightarrow u_B = (L + \Delta L) \cdot \gamma_w \end{cases}$$

las presiones totales verticales:

$$\sigma_{vC} = \Delta L \gamma_w$$

$$\sigma_{vB} = \Delta L \gamma_w + L \gamma_{sat}$$

y las tensiones efectivas verticales:

$$\sigma'_{vC} = \sigma_{vC} - u_C = 0$$

$$\sigma'_{vB} = \sigma_{vB} - u_B = L(\gamma_{sat} - \gamma_w)$$

La Figura 3.13b) muestra una situación en la que el recipiente anexo se encuentra a una altura Δh por encima de la superficie libre del permeámetro, lo que establece una diferencia de carga o altura piezométrica. Asumiendo que no se producen pérdidas de carga en los recorridos sin suelo (tramos AB y CD), se tendrá:

$$\text{Punto B: } h_B = h_A = z_A + \frac{u_A}{\gamma_w} = z_A = L + \Delta L \cdot \Delta h$$

$$\text{Punto C: } h_C = h_D = z_D + \frac{u_D}{\gamma_w} = z_D = L + \Delta L$$

De esta forma, la diferencia de altura piezométrica es precisamente igual a Δh , el flujo resulta ascendente en la masa de suelo ($h_B > h_C$) y el gradiente hidráulico producido será: $i = \Delta h/L$.

Otra forma sencilla de comprobar las condiciones de flujo es observar directamente los piezómetros. En la Figura 2.23b) se aprecia claramente que la cota del piezómetro P1 es mayor que en el P2, y ésta a su vez mayor que en el P3, lo que indica que $h_{P1} > h_{P2} > h_{P3}$ y que el flujo es ascendente. El gradiente se puede también determinar de forma directa,

sin más que leer las alturas del agua de cada piezómetro en la regleta, que se recuerda son directamente las alturas piezométricas, y dividir por los recorridos del agua entre los piezómetros, que no son más que las diferencias en la altura geométrica:

$$i = \frac{h_{p1} - h_{p2}}{z_2 - z_1} = \frac{h_{p2} - h_{p3}}{z_3 - z_2} = \frac{h_{p1} - h_{p3}}{z_3 - z_1}$$

Con respecto a las presiones intersticiales en los puntos extremos de la masa de suelo se tendrá:

$$h_B = h_A = L + \Delta L + \Delta h = z_B + \frac{u_B}{\gamma_w} = 0 + \frac{u_B}{\gamma_w} \rightarrow u_B = (L + \Delta L + \Delta h) \cdot \gamma_w$$

$$h_C = h_D = L + \Delta L = z_C + \frac{u_C}{\gamma_w} = L + \frac{u_C}{\gamma_w} \rightarrow u_C = \Delta L \cdot \gamma_w$$

Como se deduce de las relaciones anteriores y de las columnas piezométricas en la situación de flujo ascendente, las presiones intersticiales en la masa de suelo resultan superiores a las de la condición hidrostática. Habida cuenta de que las tensiones totales verticales no han sufrido variación alguna (se conserva la misma altura de suelo saturado sobre cada punto y la misma lámina de agua CD), las tensiones efectivas verticales habrán disminuido. Así, en el punto B se tendrá:

$$\begin{aligned} \sigma'_{vB} &= \sigma_{vB} - u_B = (\Delta L \cdot \gamma_w + L \cdot \gamma_{sat}) - (L + \Delta L + \Delta h) \cdot \gamma_w \\ \sigma'_{vB} &= L(\gamma_{sat} - \gamma_w) - \Delta h \cdot \gamma_w \end{aligned}$$

La expresión anterior sugiere que si se aumenta lo suficiente la diferencia de carga Δh se podrían llegar a anular las tensiones efectivas del suelo, situación que se conoce como sifonamiento. En estas condiciones un suelo sin cohesión pierde completamente su resistencia al corte y pasa a comportarse como un fluido. Un ejemplo típico de este caso son las arenas movedizas. La expresión anterior se puede formular en función del gradiente hidráulico ($i = \Delta h/L$):

$$\sigma'_{vB} = L(\gamma_{sat} - \gamma_w) - i \cdot L \cdot \gamma_w = L \cdot (\gamma_{sat} - \gamma_w - i \cdot \gamma_w),$$

de forma que el sifonamiento se alcanzaría para un gradiente determinado i_c , llamado gradiente crítico:

$$\gamma_{sat} - \gamma_w - i \cdot \gamma_w = 0 \rightarrow i_c = \frac{\gamma_{sat} - \gamma_w}{\gamma_w}$$

Si se tiene en cuenta que un orden de magnitud habitual para el peso específico saturado de un suelo es $\gamma_{sat} = 20 \text{ kN/m}^3$ y que el peso específico del agua es próxima a $\gamma_w = 10 \text{ kN/m}^3$, el gradiente crítico suele encontrarse en torno a $i_c = 1$.

En la Figura 3.13c) muestra una tercera alternativa de flujo, en la que la lámina de agua del recipiente anexo se encuentra por debajo de la lámina de agua del permeámetro. En estas circunstancias la diferencia de altura piezométrica Δh , pero en esta ocasión el flujo resulta descendente en la masa de suelo ($h_c > h_B$) con gradiente hidráulico ($i = \Delta h/L$).

De nuevo, observando los piezómetros se aprecia directamente que la cota de agua en el piezómetro P3 es mayor que en el P2, y ésta a su vez mayor que en el P1, lo que indica que $h_{P3} > h_{P2} > h_{P1}$ y que el flujo es descendente. El gradiente se puede también determinar de forma directa a partir de los piezómetros.

Con la relación de las leyes de tensiones en los puntos extremos de la masa de suelo, con respecto a las presiones intersticiales, se tendrá:

$$h_B = h_A = L + \Delta L - \Delta h = z_B + \frac{u_B}{\gamma_w} = 0 + \frac{u_B}{\gamma_w} \rightarrow u_B = (L + \Delta L - \Delta h) \cdot \gamma_w$$

$$h_C = h_D = L + \Delta L = z_C + \frac{u_C}{\gamma_w} = L + \frac{u_C}{\gamma_w} \rightarrow u_C = \Delta L \cdot \gamma_w$$

Las presiones intersticiales en la masa de suelo resultan inferiores a las de la condición hidrostática y por tanto las tensiones efectivas verticales habrán aumentado. Así en el punto B se tendrá:

$$\sigma'_{vB} = \sigma_{vB} - u_B = (\Delta L \cdot \gamma_w + L \cdot \gamma_{sat}) - (L + \Delta L - \Delta h) \cdot \gamma_w$$

$$\sigma'_{vB} = L(\gamma_{sat} - \gamma_w) - \Delta h \cdot \gamma_w$$

4 EL PROGRAMA MODFLOW

4.1 Descripción general

Modflow es un programa de modelación tridimensional para flujo de agua subterránea que utiliza una expresión de diferencias finitas de aproximación. Fue desarrollado por el Servicio Geológico de los Estados Unidos (USGS), bajo el sistema de Fortran 88 y documentado en los años 1995 – 1996. El programa fue generado por un proceso matemático y matrices complejas bajo la ley de Darcy y sus resultados finales presentaban una calidad muy pobre. Posteriormente la Universidad de Waterloo logró codificar un módulo para una mejor calidad visual en los resultados el cual le dieron el nombre de Visual Modflow. Hoy en día se han estructurado diferentes módulos codificados para otras aplicaciones particulares y otras nuevas compatibilidades.

Modflow puede simular un fluido en estado transitorio y estacionario, combinando varias tipos de capas, así como tipo de acuíferos confinados y semiconfinados, también puede calcular el movimiento de una partícula, es decir modelos de transportes de contaminantes. El modelo puede requerir de varios parámetros, depende del cual sea su aplicación requiere datos como: pozos de extracción o de inyección, área de recarga, flujos y drenes, conductividad hidráulica, conductividad hidráulica vertical, topografía, flujos de entrada y salida, coeficiente de almacenamiento, condiciones de fronteras, coordenadas para capas horizontales, geometría del acuífero, etc.

Los modelos son, por definición, aproximaciones y simplificaciones de un sistema natural. Las suposiciones y las soluciones de compromiso debidas a las limitaciones en la capacidad de cómputo, la precisión limitada del proceso de solución, la escasez de fondos y la insuficiencia de los datos de entrada, pueden combinar los resultados y las predicciones.

Las limitaciones en Modflow se basan en que los datos de entrada afectan la precisión y aplicabilidad de los modelos. Una importante información pudiera ser la arquitectura del modelo: el tamaño de la malla y el número de capas. Los primeros modelos matemáticos estaban limitados por la capacidad de cómputo y la poca disponibilidad de información hidrogeológica; el tamaño de la malla era grueso y los datos eran limitados. Hoy en día, el tamaño de las celdas puede ser mucho más pequeño debido a que los sistemas de cómputo se encuentran muy avanzados tanto en su capacidad como en memoria.

Sin embargo, la información hidrogeológica no ha aumentado a la misma velocidad que la capacidad de simular la presencia y el movimiento del agua subterránea utilizando celdas muy pequeñas. Actualmente el tamaño de la celda está limitado más bien por el objetivo del modelo y los datos hidrogeológicos, y no por el tiempo de cómputo.

Los objetivos de un modelo matemático tomando en cuenta la conservación del acuífero son principalmente tres:

- 1) Implementar un modelo de simulación hidrodinámica del acuífero para hacer balances.
- 2) Elaborar escenarios de manejo del acuífero.
- 3) Hacer recomendaciones para la administración del agua subterránea, operando los escenarios de incremento paulatino de extracción.

Modflow resuelve las ecuaciones diferenciales parciales usando el método de diferencias finitas, donde cada celda de Modflow es un volumen unitario.

En general la ecuación de flujo de aguas subterráneas que emplea Modflow es la siguiente:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left[K_{xx} \frac{\partial h}{\partial x} \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[K_{yy} \frac{\partial h}{\partial y} \right] + \frac{\partial}{\partial z} \left[K_{zz} \frac{\partial h}{\partial z} \right] + W = S_s \frac{\partial h}{\partial t}$$

donde: K_{xx} , K_{yy} y K_{zz} = Valores de la conductividad hidráulica para cada eje (L/T).

h = Es la pérdida de carga hidráulica.

W = Flujo volumétrico por unidad de volumen representada como el suministro o descarga de agua, donde los valores negativos indican extracción de agua y los positivos inyección de agua (L^{-1}).

S_s = Almacenamiento específico del medio poroso (L^{-1}).

t = Tiempo (T).

Diferencias finitas: La forma de la diferencial parcial por diferencias finitas en un espacio discretizado del dominio del acuífero representado por filas, columnas y capas es:

$$\begin{aligned} & CR_{i,j-\frac{1}{2},k} (h_{i,j-1,k}^m - h_{i,j,k}^m) + CR_{i,j+\frac{1}{2},k} (h_{i,j+1,k}^m - h_{i,j,k}^m) + CC_{i-\frac{1}{2},j,k} (h_{i-1,j,k}^m - h_{i,j,k}^m) \\ & + CC_{i+\frac{1}{2},j,k} (h_{i+1,j,k}^m - h_{i,j,k}^m) + CV_{i,j,k-\frac{1}{2}} (h_{i,j,k-1}^m - h_{i,j,k}^m) \\ & + CV_{i,j,k+\frac{1}{2}} (h_{i,j,k+1}^m - h_{i,j,k}^m) + P_{i,j,k} h_{i,j,k}^m + Q_{i,j,k} \\ & = SS_{i,j,k} (\Delta r_j \Delta c_i \Delta v_k) \frac{h_{i,j,k}^m - h_{i,j,k}^{m-1}}{t^m - t^{m-1}} \end{aligned}$$

donde: $h_{i,j,k}^m$ = Pérdida de carga hidráulica en la celda i,j,k al paso del tiempo m .

CV, CR y CC = Conductancia hidráulica, o un pedazo de conductancias entre los nodos i,j,k y un nodo vecino *

$P_{i,j,k}$ es la suma de los coeficientes de la pérdida de carga de las fuentes y de las descargas.

$Q_{i,j,k}$ = Suma de las constantes de los términos de las fuentes y las descargas, cuando $Q_{i,j,k} < 0.0$ es el flujo del sistema de agua subterránea (como el bombeo) y $Q_{i,j,k} > 0.0$ es el flujo en superficie (como la inyección).

t^m = en el paso del tiempo m .

4.2 Interfaz de comunicación con modflow: Visual Modflow Classic

Para crear un modelo, lo primero que se debe hacer es crear una carpeta donde vayamos a guardar los archivos que se generan de cada modelización. El programa crea unos 40

archivos de los cuales va haciendo uso conforme los va necesitando según modelizaciones del mismo escenario. Si alguna vez queremos crear nuevos escenarios a partir de uno existente, debemos crear una copia de la carpeta y trabajar con ella cada vez que se desee. De esta forma nos aseguramos de que siempre tendremos un archivo base al que recurrir (contenido en la carpeta inicial) para poder recuperar las simulaciones y los datos iniciales.

La metodología usada por el programa para trabajar con el modelo creado, consiste en generar archivos a partir de unos valores de *'input'* (datos de inicio como: geometría, parámetros físicos, parámetros químicos, tiempos...), de *'run'* (ejecución) y de *'output'* (resultados de la modelización).

Más adelante, en el apartado 5.2, se explicará cómo funciona cada una de estas partes mediante la realización numérica del ejemplo propuesto.

5 APLICACIONES

El problema a resolver consiste en una excavación hasta 6m de profundidad en un depósito de arcilla de 8m de espesor situado sobre 11m de arena gravosa, como lo muestra la Figura 5.1a. La excavación tendrá un área a nivel del terreno de 84mx64m. El estudio del subsuelo reveló que el nivel del terreno, y los cálculos de estabilidad correspondientes indicaron que éste debe reducirse 7m (hasta los -5,5m, si contamos desde la cota 0) en el área de la excavación para tener la seguridad adecuada para que no falle por levantamiento de la base.

Se realizó un ensayo de bombeo en un pozo de 0,5m de diámetro que penetró completamente en la arena en el centro de la excavación propuesta y registró descensos del nivel piezométrico de 1,2m y 0,43m en pozos de observación situados a 12m y 150m del pozo de bombeo, respectivamente, cuando el caudal estacionario en el pozo era de $11,4 \times 10^{-2} m^3/s$.

A partir de estos datos tendremos que determinar la disposición adecuada de pozos de alivio de 0,5m de diámetro que penetran completamente en la arena para alcanzar la reducción necesaria del nivel piezométrico. Suponer que las bombas sumergibles pueden utilizarse con una capacidad de operación de $6,5 \times 10^{-2} m^3/s$, y que el radio de influencia del sistema de pozos es de 1400m.

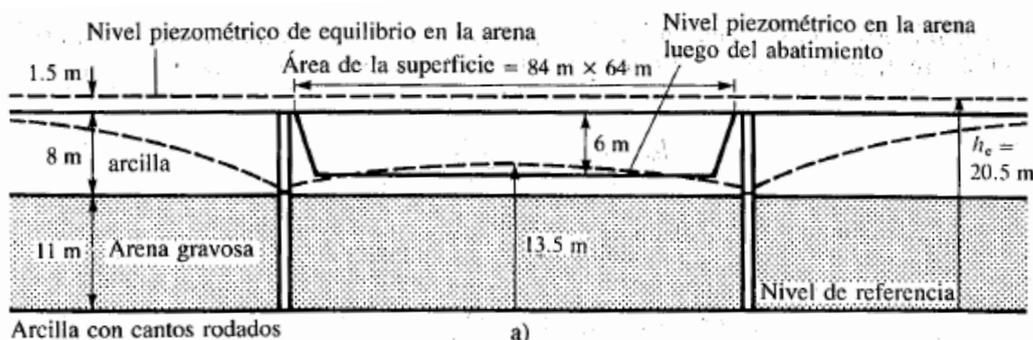


Figura 5.1a. Perfil de la excavación sobre acuífero confinado (Abatimiento con pozo múltiple)
Fuente: Mecánica de Suelos. Peter L. Berry & David Reid, 1993

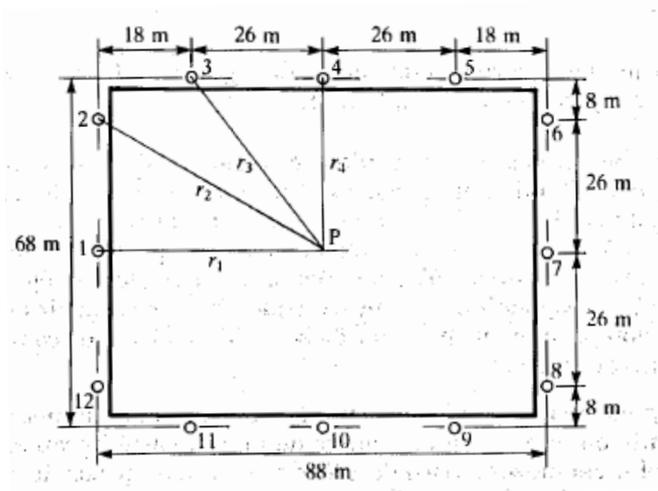


Figura 5.1b. Planta de la excavación sobre acuífero confinado (Abatimiento con pozo múltiple)
Fuente: Mecánica de Suelos. Peter L. Berry & David Reid, 1993

5.1 Solución analítica

El primer problema que se nos plantea es obtener la permeabilidad, k , que tiene la capa de arenas. Si se toma la base de la arena como nivel de referencia, $h_e = 20,5m$. De este modo, sabemos que para $Q = 11,4 \times 10^{-2}m^3/s$, los resultados del ensayo de bombeo son:

$$\text{En } r_1 = 12m, \quad \text{abatimiento} = 1,20m, \quad h_1 = 20,5 - 1,2 = 19,3m$$

$$\text{En } r_2 = 150m, \quad \text{abatimiento} = 0,43m, \quad h_2 = 20,5 - 0,43 = 20,07m$$

Y así se puede hallar el valor de k :

$$k = \frac{Q \cdot \ln r_2/r_1}{2\pi D(h_2 - h_1)} = \frac{11,4 \times 10^{-2} \times \ln 150/12}{2 \times \pi \times 11 \times (20,07 - 19,30)} = 0,541 \times 10^{-2}m/s$$

Una vez que tenemos este dato, se puede continuar con el cálculo del abatimiento. Si los pozos se instalan a 2m del borde del talud, el sistema encerrará un área rectangular de 88m x 68m. Para determinar el número de pozos necesario, dicha área rectangular puede representarse como un pozo circular equivalente de radio R_w dado por:

$$R_w = \sqrt{\frac{88 \times 68}{\pi}} = 43,6m$$

Para un abatimiento de 7m, el caudal en este pozo equivalente está dado por:

$$Q = \frac{2\pi kD(h_e - h_w)}{\ln r_e/R_w} = \frac{2 \times \pi \times 0,541 \times 10^{-2} \times 11 \times 7}{\ln 1400/43,6} = 75,4 \times 10^{-2} m^3/s$$

Esta es una estimación de la cantidad de agua que deberá evacuarse de la arena; si se tiene en cuenta que la capacidad de las bombas es de $6,5 \times 10^{-2} m^3/s$ se necesitarán alrededor de 12 bombas. Como el flujo proveniente de una fuente circular, entonces los 12 pozos pueden localizarse a distancias iguales alrededor del perímetro del área de la excavación, como podemos ver en la Figura 5,1b. Ahora puede verificarse que la disposición propuesta es adecuada calculando el abatimiento en el centro de la excavación propuesta y la cabeza total en la arena en los pozos mediante la ecuación:

$$h_p = h_e - \frac{Q}{2\pi kD} \sum_{j=1}^n \ln \frac{r_e}{r_j}$$

Donde Q es la capacidad de operación de las bombas, en este caso de $6,5 \times 10^{-2} m^3/s$ y r_j es la distancia desde P hasta el centro del pozo j, que se obtiene a partir de la Figura 5,1b. En la siguiente tabla tenemos los cálculos para el centro de la excavación y para el pozo 3.

Número de pozo	Centro excavación		Pozo 3	
	r_j (m)	$\ln r_e/r_j$	r_j (m)	$\ln r_e/r_j$
1	44	3,46	38,5	3,59
2	51,1	3,31	19,7	4,26
3	42,8	3,49	0,25	8,63
4	34	3,72	26	3,99
5	42,8	3,49	52	3,29
6	51,1	3,31	70,5	2,99
7	44	3,46	77,8	2,89
8	51,1	3,31	92,2	2,72
9	42,8	3,49	85,6	2,79
10	34	3,72	72,8	2,96
11	42,8	3,49	68	3,02
12	51,1	3,31	62,6	3,11
	Σ	41,55	Σ	44,25

Tabla 5.1. Cálculos $\ln r_e/r_j$ en el centro de la excavación y pozo 3

Por tanto, en el centro de la excavación propuesta se tiene:

$$h_p = 20,5 - \frac{6,5 \times 10^{-2} \times 41,56}{2 \times \pi \times 0,541 \times 10^{-2} \times 11} = 13,28m$$

Entonces el abatimiento = 7,22m. (es favorable ya que el requerido era 7m).

En el pozo 3:

$$h_p = 20,5 - \frac{6,5 \times 10^{-2} \times 44,24}{2 \times \pi \times 0,541 \times 10^{-2} \times 11} = 12,81m$$

Por simetría del sistema de pozos ésta es también la cabeza total en la arena en los pozos 5, 9 y 11. De manera similar, puede demostrarse que la cabeza total en los pozos restantes está en el rango de 12,72m a 12,94m. Se observa entonces que si los pozos están localizados correctamente la cabeza total es casi la misma. La cabeza total en este caso es más o menos 12,8m, la cual es satisfactoria y proporciona una profundidad adecuada para la operación correcta de las bombas sumergibles.

Estas unidades están medidas tomando como cota 0, el nivel inferior de la capa de gravas. Si tomásemos como cota 0 el nivel superior de la capa de arcillas, el nivel piezométrico en el centro de la excavación sería:

$$h_p = 19 - 13,28 = 5,72m$$

Y el nivel en el pozo 3:

$$h_p = 19 - 12,81 = 6,19m$$

5.1.1 Comprobación de sifonamiento

Para probar la utilidad del abatimiento, se va a explicar con en nuestro ejemplo como se produciría sifonamiento al realizar la excavación, si no fuese porque se abate el perfil piezométrico hasta la altura indicada.

Si consideramos que el peso específico de la capa de arcillas es $\gamma_{arcilla} = 17 \text{ tn/m}^2$, y el peso del agua $\gamma_{agua} = 9,81 \text{ tn/m}^2$, vamos a calcular la tensión total antes de producirse la excavación, si se produjese la excavación sin abatimiento, y si se hace la excavación después del abatimiento.

- Antes de producirse la excavación (caso 1), Figura 5.2a:

El nivel piezométrico del acuífero se encuentra en 1,5m, como se muestra en la Calculamos la tensión efectiva en el punto A:

$$\gamma'_A = \gamma_T - u_A = 136 - 93,2 = 42,8 \text{ tn/m}$$

$$\gamma_T = H_{arcilla} \cdot \gamma_{arcilla} = 8 \cdot 17 = 136 \text{ tn/m}$$

$$u_A = (1,5 + H_{arcilla}) \cdot \gamma_{agua} = (1,5 + 8) \cdot 9,81 = 93,2 \text{ tn/m}$$

Como $\gamma'_A = 42,8 \frac{\text{tn}}{\text{m}} > 0$, no se produce sifonamiento.

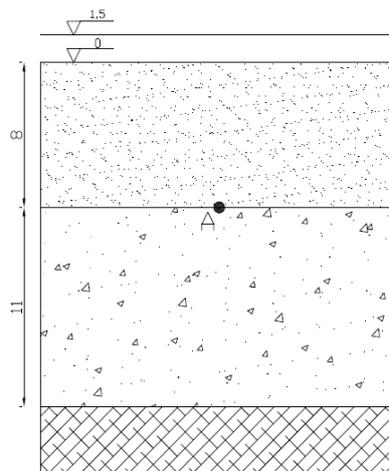


Figura 5.2a. Perfil del terreno (caso 1)

- Si se produjese la excavación sin abatir el nivel piezométrico (caso 2), Figura 5.2b:

El nivel piezométrico del acuífero continúa en 1,5m. Calculamos la tensión efectiva en el punto A:

$$\gamma'_{A2} = \gamma_T - u_A = 34 - 93,2 = -59,2 \text{ tn/m}$$

$$\gamma_{T2} = H_{\text{arcilla}} \cdot \gamma_{\text{arcilla}} = 2 \cdot 17 = 34 \text{ tn/m}$$

$$u_{A2} = u_A = 93,2 \text{ tn/m}$$

Como $\gamma'_A = -59,2 \frac{\text{tn}}{\text{m}} < 0$, se produciría sifonamiento, y el terreno colapsaría

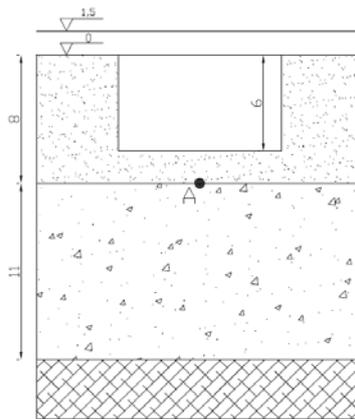


Figura 5.2b. Perfil del terreno (caso 2)

- Si se hace la excavación después de abatir el nivel piezométrico (caso 3), Figura 5.2c:

En este caso el nivel piezométrico del acuífero ya ha sido abatido y se encuentra a 5,5m. Calculamos la nueva tensión efectiva en el punto A:

$$\gamma'_{A3} = \gamma_T - u_A = 34 - 24,525 = 9,475 \text{ tn/m}$$

$$\gamma_{T3} = H_{\text{arcilla}} \cdot \gamma_{\text{arcilla}} = 2 \cdot 17 = 34 \text{ tn/m}$$

$$u_{A3} = H_{\text{arcilla}} \cdot \gamma_{\text{agua}} = 2,5 \cdot 9,81 = 24,525 \text{ tn/m}$$

Como $\gamma'_A = 9,475 \frac{\text{tn}}{\text{m}} > 0$, no se produce fallo por sifonamiento.

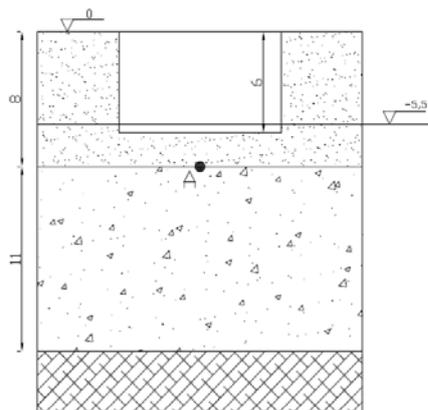


Figura 5.2c. Perfil del terreno (caso 3)

Podemos concluir a la vista de estos resultados, que el abatimiento del nivel piezométrico es clave en esta excavación, ya que de no hacerlo se produciría un colapso por fallo del terreno debido al fenómeno de sifonamiento.

5.2 Solución numérica

Para comenzar, se crea el archivo Mediante la opción 'New' que se encuentra en la pestaña 'File', como se muestra en la Figura 5.3, y donde se abrirá una nueva ventana en la que se asignará un nombre a nuestro archivo y seleccionará la carpeta donde se quiera guardar.

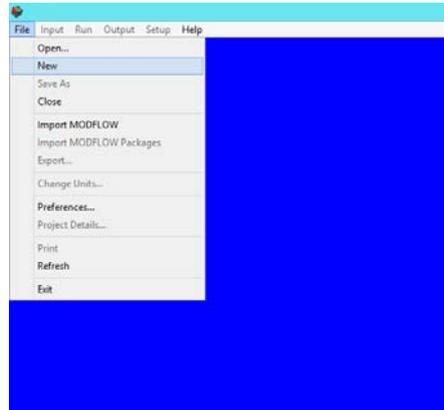


Figura 5.3. Creación del archivo

Una vez que tenemos el nuevo archivo, se debe introducir las condiciones del modelo de trabajo. Aparecen las siguientes ventanas:

- **'Project Outline'**: Es la primera ventana que aparece al crear el archivo. Se dejará las diferentes variables como aparecen en la Figura 5.4. El tipo de flujo saturado con densidad constante, ya que consideramos nuestro acuífero saturado y homogéneo.

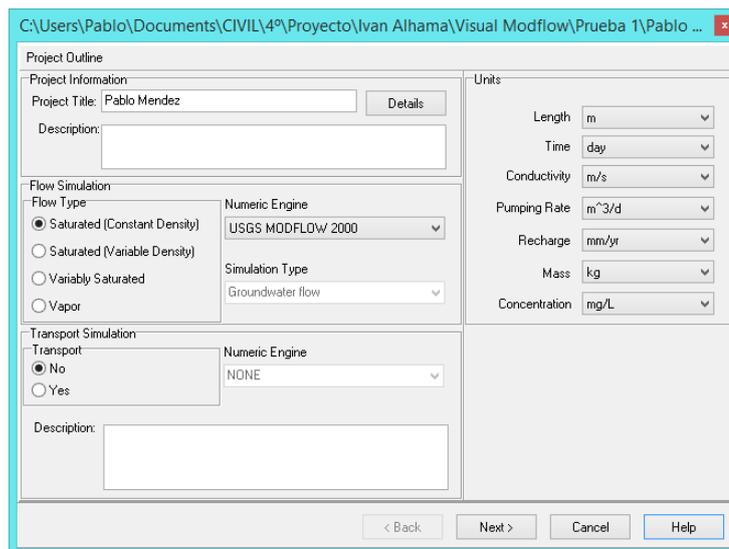


Figura 5.4. Project outline

- *'Flow option'*: En las opciones de tiempo, se asignará al bombeo un flujo transitorio *'Transient flow'* de manera que se represente el estudio del flujo a lo largo del tiempo, y no sólo respecto al resultado final *'Steady-State Flow'*. Además al elegir el tiempo que tardará en llegar al régimen estacionario se cogerá suficientemente elevado, concretamente de 3650 días (10 años), para que de esta manera estemos seguros de que hemos llegado a dicho régimen.

Con esto, se podría introducir la permeabilidad del estrato de arena pero se hará más adelante, ya que tenemos que diferenciar dos capas con permeabilidades distintas.

Parameter Name	Value	Units
Kx	0.0001	m/s
Ky	0.0001	m/s
Kz	1E-5	m/s
Ss	1E-5	1/m
Sy	0.20	
Eff. Por.	0.15	
Tot. Por.	0.30	
Recharge	0	mm/yr
Evapotranspiration	0	mm/yr
Extinction Depth	0	m

Figura 5.5. Flow Option.

- *'Model domain'*: Las dimensiones de la malla se van a diseñar según la distribución de pozos en el ejercicio. Al tener un radio de influencia de los pozos de 1400 metros, y una excavación de dimensiones de 88*68 (contando que se pone los pozos a dos

metros del perímetro) se otorgará a nuestra malla una extensión de 4000m x 4000m, con 80 celdas para cada dirección, de manera que queden espaciadas cada 50m.

En cuanto a la profundidad se asigna dos celdas 'Layers', debido a que es un acuífero confinado y tiene dos capas con permeabilidades distintas, de 0 a -8m la capa de arcillas y de -8 a -19m la capa de arenas, obteniendo un espesor total de -19m (considero el origen 0 en superficie).

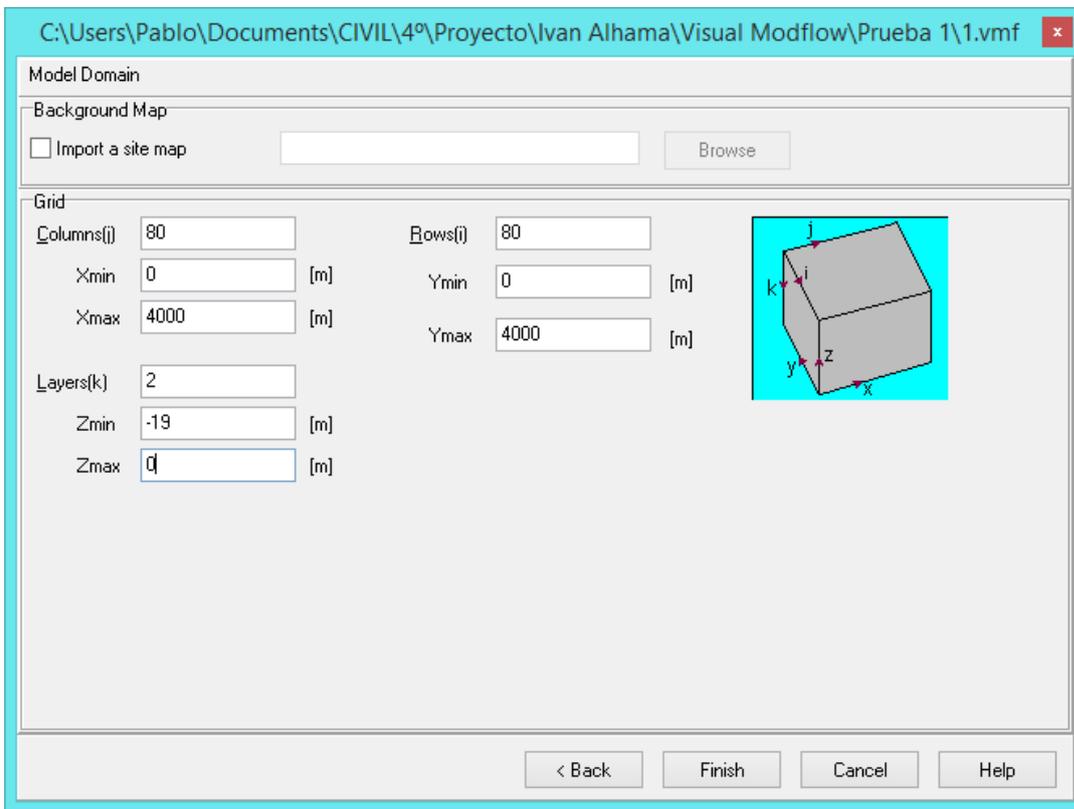


Figura 5.6. Model Domain

5.2.1 Creación del modelo ('Input')

Una vez introducida la forma de trabajo, se va a ajustar e introducir los datos del ejercicio, de manera que se pueda obtener los resultados de forma numérica. Para ello, se clicla en la pestaña 'Input'.

En la paleta de herramientas de la izquierda, hay diferentes opciones con las que ir editando los datos de Inicio de nuestro modelo. Los comandos 'View column', 'View Row' y 'View Layer' sirven para ir cambiando las vistas del terreno viendo su planta, alzado y perfil según se necesiten. Justo debajo se puede abrir un desplegable con las distintas variables de Inicio que cabría la posibilidad de cambiar en nuestro modelo como aparece en la Figura 5.7.

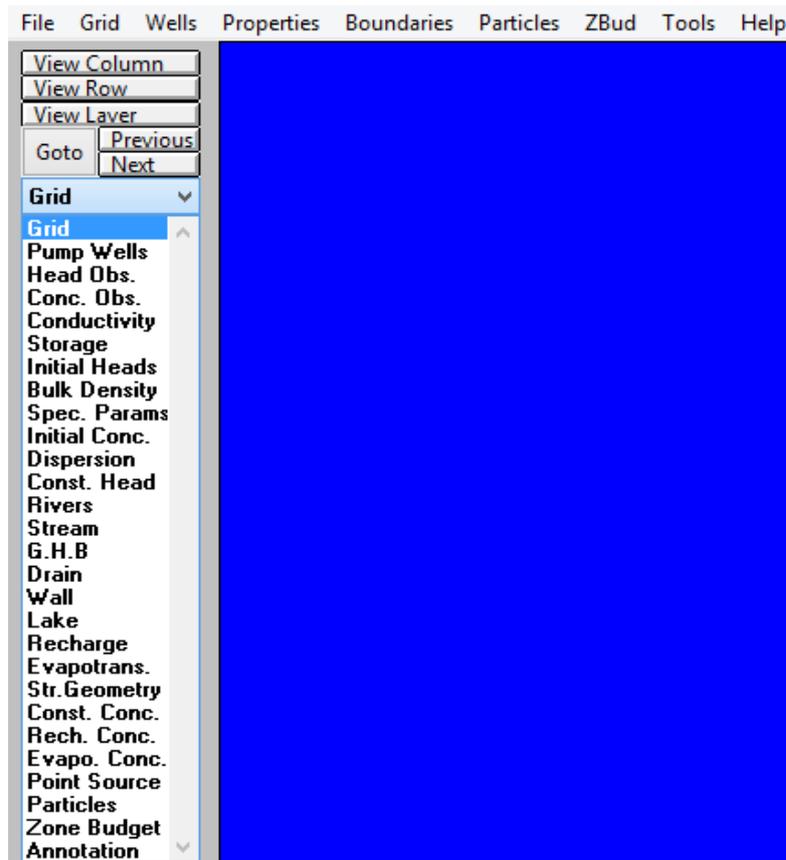


Figura 5.7. Paleta de herramientas.

Para el modelo propuesto se usarán los siguientes parámetros:

- Mallado ('Grid'): El mallado ya se había configurado previamente, pero en esta opción se va a refinar (dividir en 2) aquellas celdas en las que se precise de mayor detalle, con el fin de aproximarse con mayor rigor a la resolución analítica. En el ejercicio la zona más interesante e influenciada es la zona perimetral de la excavación donde se sitúan los pozos. Por ello se va a refinar un perímetro de 1000x1000 para estar seguros de coger toda la zona.

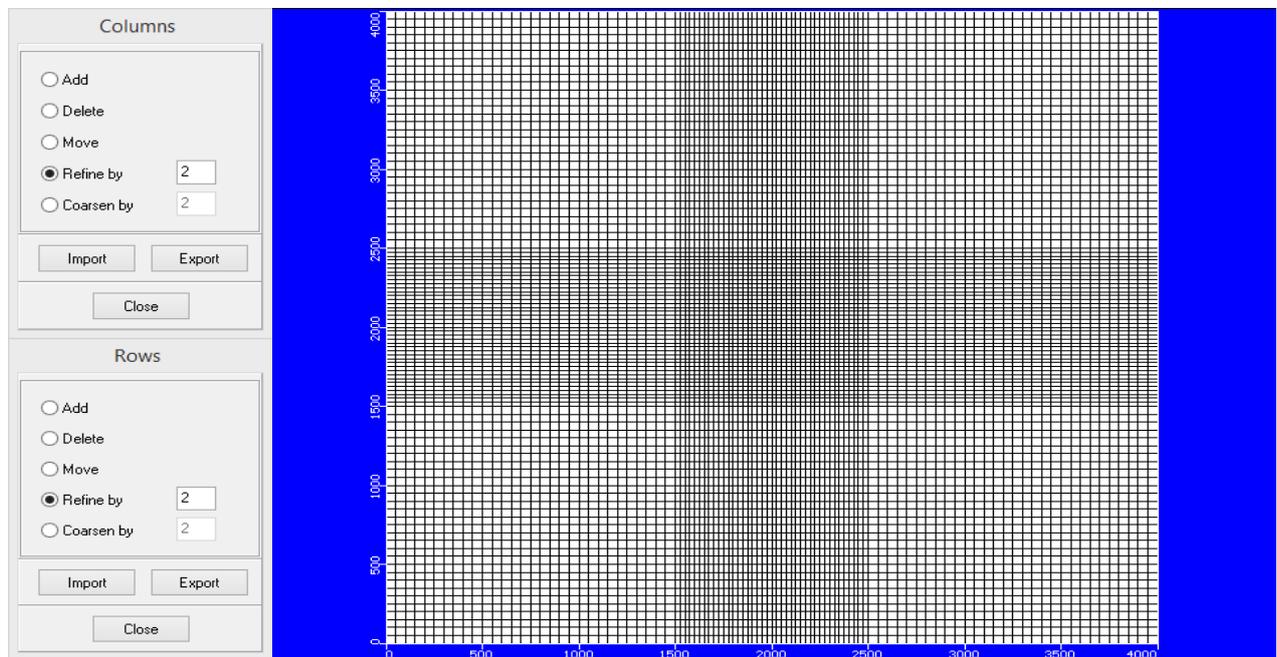


Figura 5.8. Mallado

- Condiciones iniciales de piezometría ('Initial heads'): Se sitúa el nivel piezométrico inicial en la capa inferior a la cota 1,5m, como se indica en el enunciado del modelo. Para ello se selecciona la opción 'Assing' y con 'Window', y se marca toda la malla en planta de la capa inferior. En el desplegable que aparece se añade una nueva condición, donde se marca los 1,5m correspondientes. Si se hace click en 'Database' se ven todas las piezometrías, Figura 5,9.

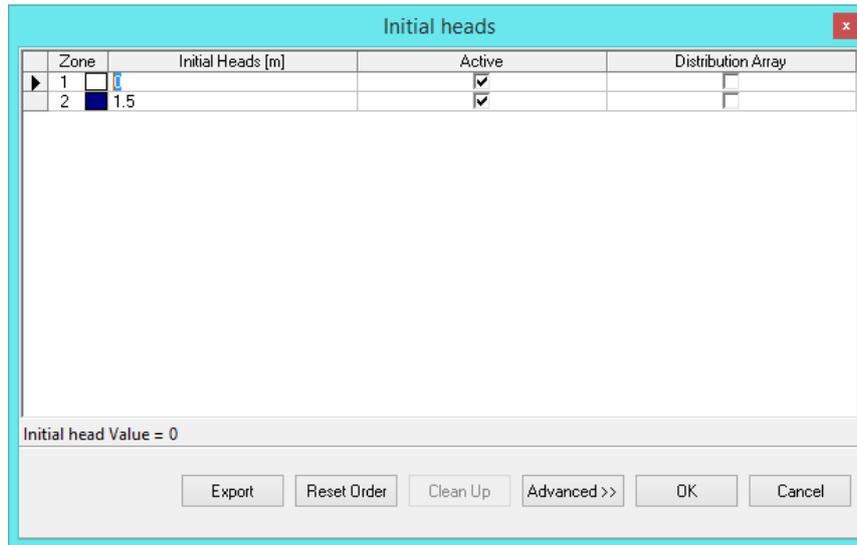


Figura 5.9. Piezometrías iniciales ('Initial heads')

- Conductividad ('Conductivity'):** En este apartado hay que darle a cada capa su conductividad hidráulica. En el caso de la capa de arenas su conductividad será $K = 0,541 \times 10^{-2}$ en los ejes x e y, mientras que en el eje z será 10 veces más pequeña. Para el caso de la capa de arcillas que es prácticamente impermeable, se escoge un valor de un rango de valores de arcillas de baja plasticidad (obtenido del libro de Gonzalez Vallejo 2002) situado entre 10^{-5} a 10^{-8} . Por tanto, se elige para su conductividad $K = 10^{-7}$ al igual que antes en los ejes x e y, mientras que en el z, es 10 veces menor.

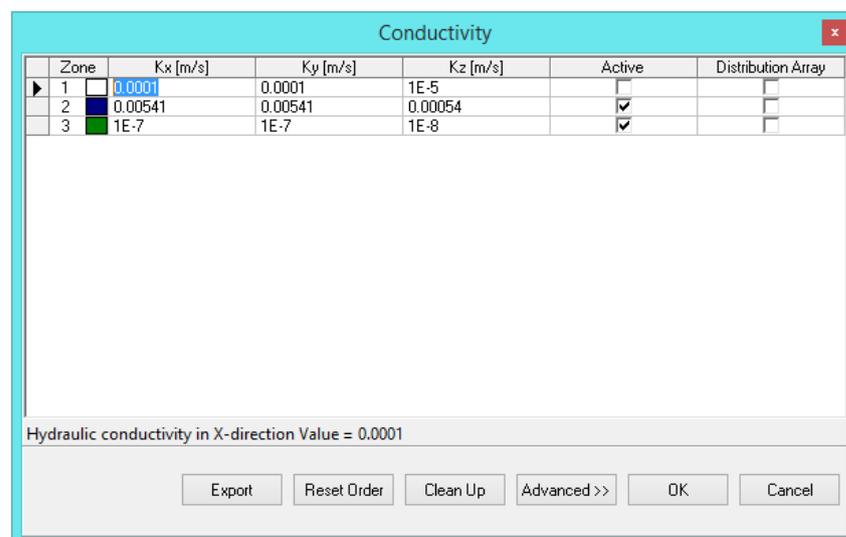


Figura 5.10. Parámetros de conductividad

- Condición de contorno para establecer gradiente hidráulico ('Constant head'):

Es la representación de llegada al pozo de agua proveniente del acuífero, en este caso vamos a establecer que la primera capa de arcillas el agua se encuentra a la cota 0, y en la de arenas que el agua se encuentra a la cota 1,5m a partir de aquella zona donde no se ve afectada por el radio de influencia de los pozos, que es 1400m, quedando la malla como se muestra en la Figura 5.11 (derecha).

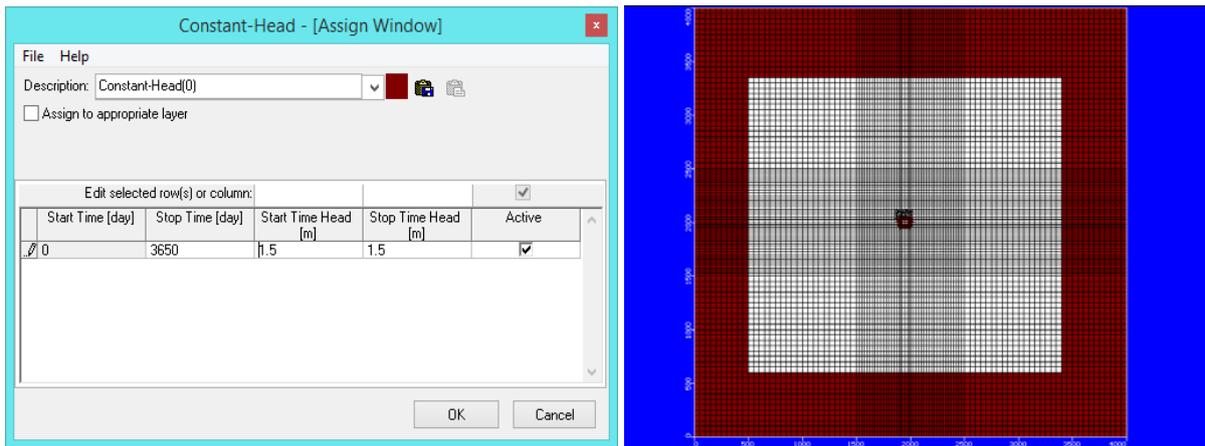


Figura 5.11. Condiciones de contorno para establecer gradiente hidráulico

- Pozos de extracción ('Pump Wells'): Al igual que en la solución analítica, hay que situar 12 pozos de extracción situados a 2m del perímetro de la excavación, como se indica en la Figura 5.12.

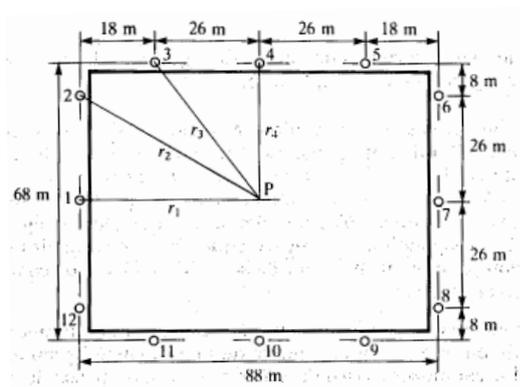


Figura 5.12. Posición de los pozos de extracción

Éstos quedarán inscritos en un rectángulo de 88 x 68m. Cada uno de estos pozos tendrá una capacidad de bombeo de $6.5 \times 10^{-2} \text{ m}^3/\text{s}$, o lo que es lo mismo $5616 \text{ m}^3/\text{día}$, el signo de este valor será negativo ya que se trata de una extracción y no de una recarga de agua. En este apartado se le dirá al programa la profundidad a la que actúan los pozos, en este caso se escoge de -10m hasta los -19m, para asegurar que solo se coge de la zona permeable. También se especificará el día en el que comienza y acaba la extracción, para el cual se va a escoger que empieza a los 365 días (1 año) y finalizaremos a los 3650 días (10 años). En la opción de 'Database' podemos ver las características de cada uno, Figura 5.13.

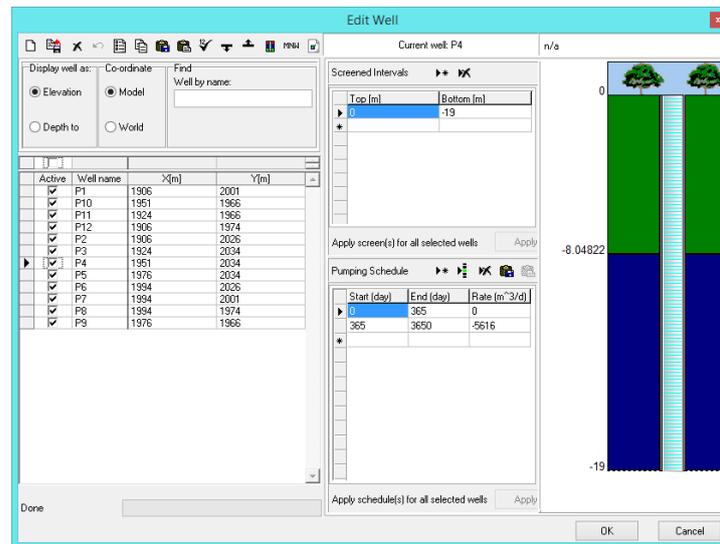


Figura 5.13. Pozos de extracción

- **Pozos de observación:** Los pozos de observación se ponen con el fin de representar donde se encuentra el nivel piezométrico y nos pueden servir de comparación con la solución analítica. En este caso se van a escoger 5:

P-A: en el centro de la excavación

P-B: en la posición del pozo 3 de extracción.

P-C: en la posición del pozo 6 de extracción.

P-D: en la posición del pozo 9 de extracción.

P-E: en la posición del pozo 12 de extracción.

Todos tienen la rejilla para la medición a una profundidad de 15 metros.

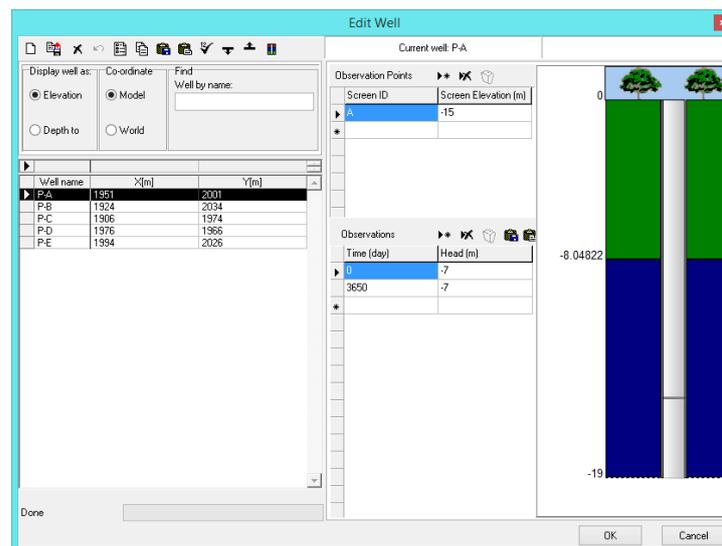


Figura 5.14. Pozos de observación

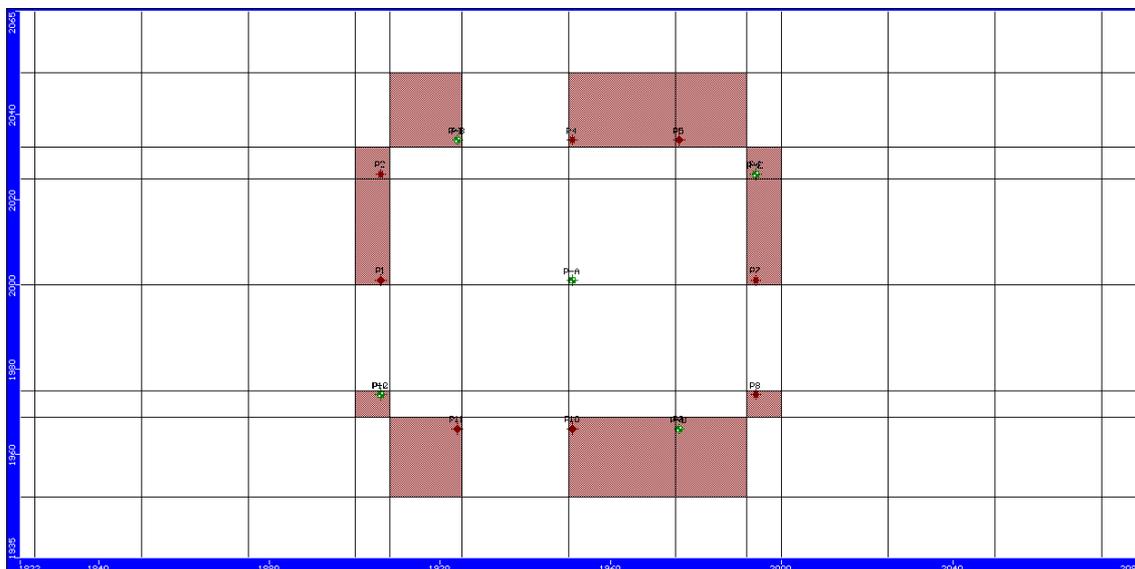


Figura 5.15. Distribución final de los pozos en planta

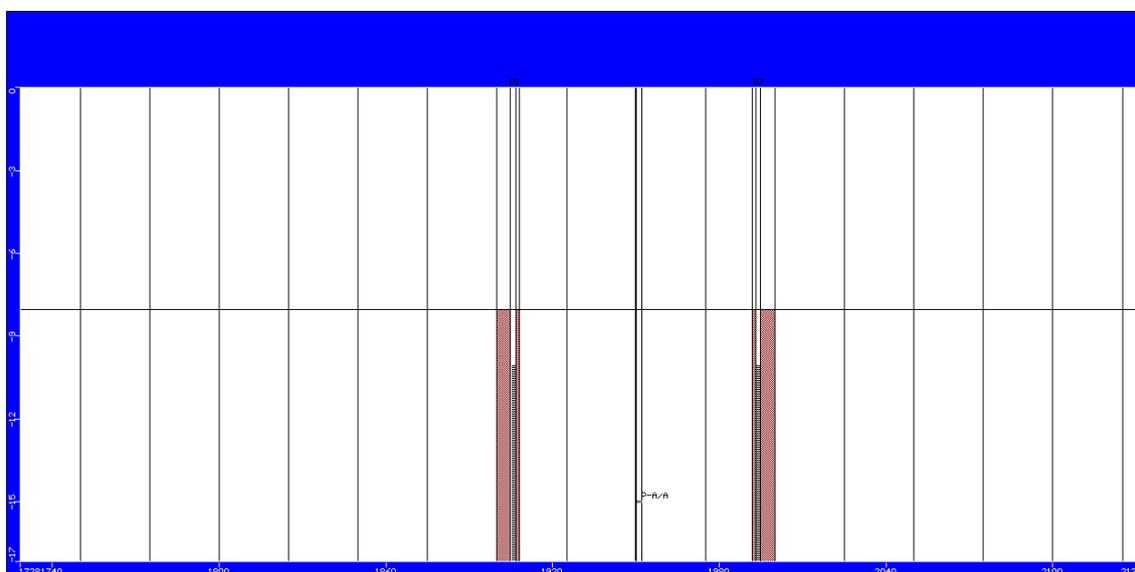


Figura 5.16. Distribución final de los pozos en alzado (centro excavación)

5.2.2 Ejecución del modelo ('Run')

Este apartado, sirve para escoger como queremos obtener la solución (cantidad y tipo de datos a obtener de cada periodo). Para empezar, en la pestaña 'Modflow2000', se cogerá la opción 'Time steps', donde se divide el tiempo total de cada periodo en intervalos. En este caso, se eligen 10 intervalos para el primer periodo (de los 365 primeros días) donde no se bombea caudal y 20 intervalos para el segundo periodo (del día 366 al 3650) en el que son más años y sí bombeamos caudal, por lo que necesitaremos más datos de salida. La opción de 'Multiplier' sirve para que los datos salgan de manera logarítmica dando una mayor frecuencia de datos al principio, algo que nos conviene ya que al comienzo del bombeo es donde mayor cambio se produce en la piezometría.

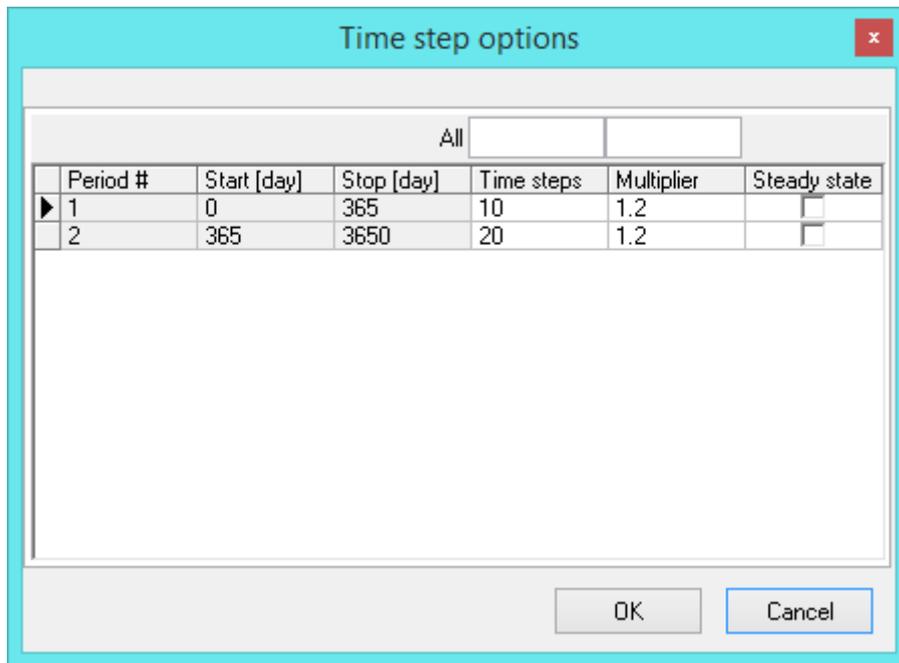


Figura 5.17. Time steps options

El siguiente paso también en la pestaña 'Modflow2000' se cogerá la opción 'Output control' donde tenemos que seleccionar el tipo de datos que queramos que se represente. En este caso, se escoge tanto el nivel piezométrico como el abatimiento de todos los periodos de tiempo en los que lo hemos dividido.

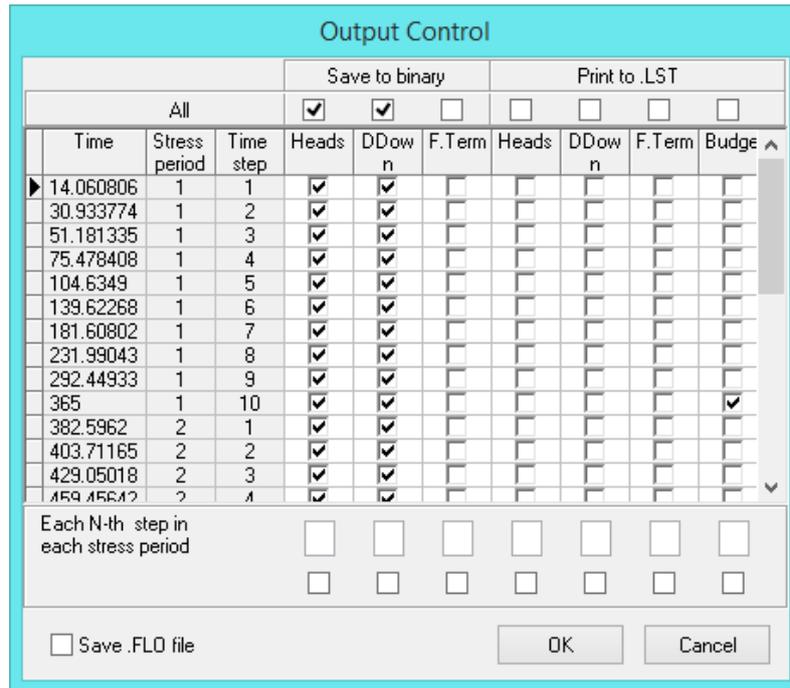


Figura 5.18. Resultados a representar

Por último, al clicar en la pestaña 'Run' saldrá una ventana donde se seleccionará los 'Engines to run' de 'Modflow 2000' (para representar lo anteriormente dicho) y Modpath (para representar el movimiento de las partículas), y se ordena la opción 'Translate & Run' para que el programa ejecute los datos introducidos en 'Input'



Figura 5.19. Selección de 'Engines' to run

5.2.3 Resultados obtenidos ('Output')

Este último apartado es el que nos muestra los resultados obtenidos del modelo creado. El programa muestra datos de los diferentes periodos de tiempo que se le pidieron en la fase anterior 'Run'. Para visualizar los distintos periodos en los que se ha dividido el bombeo, debemos ir a la opción time, pudiendo pasar al siguiente o al anterior directamente con las opciones 'Next' y 'Previous' o abriendo el desplegable completo (como se muestra en la Figura 5.20) si se hace click en 'Time'.

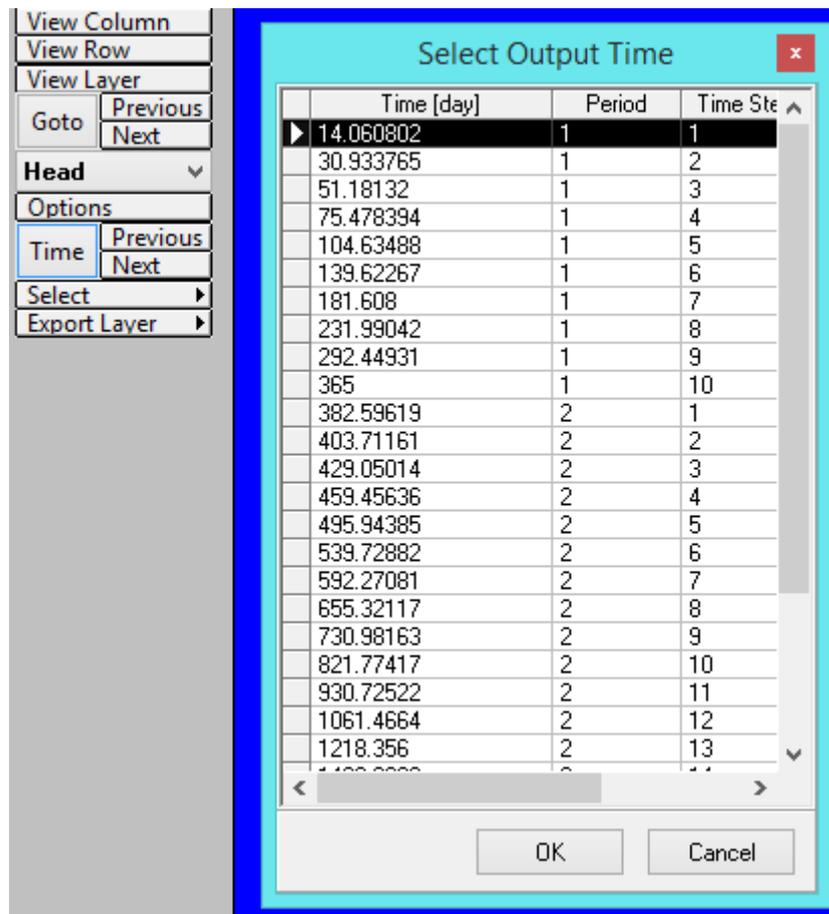


Figura 5.20. Vista en planta de toda la superficie (capa arenas)

Como son demasiados datos los que nos da el programa, solamente mostraremos los resultados finales del estudio del bombeo (a los 3650 días).

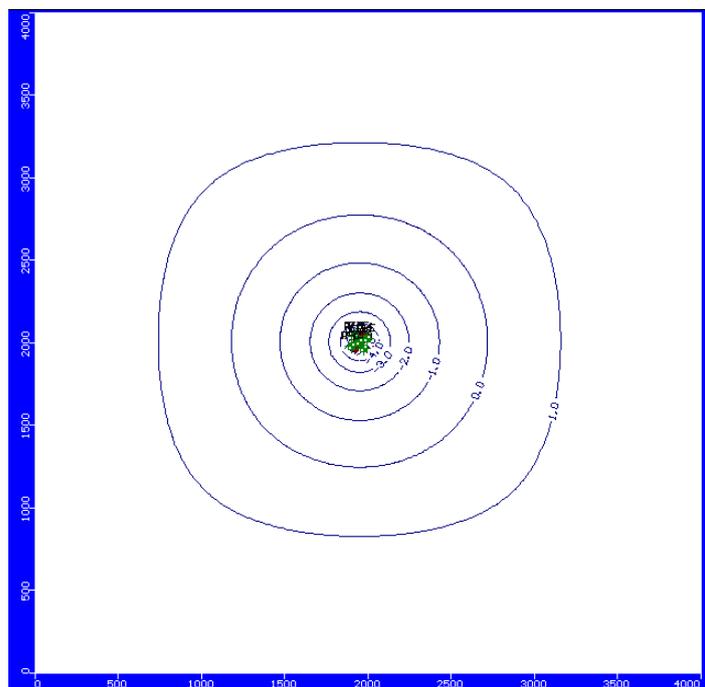


Figura 5.21. Vista en planta de toda la superficie (capa arenas)

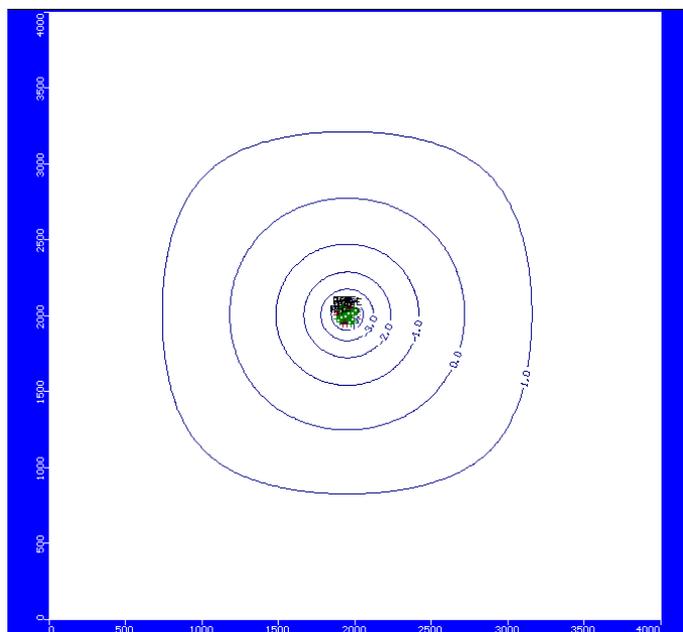


Figura 5.22. Vista en planta de toda la superficie (capa arcillas)

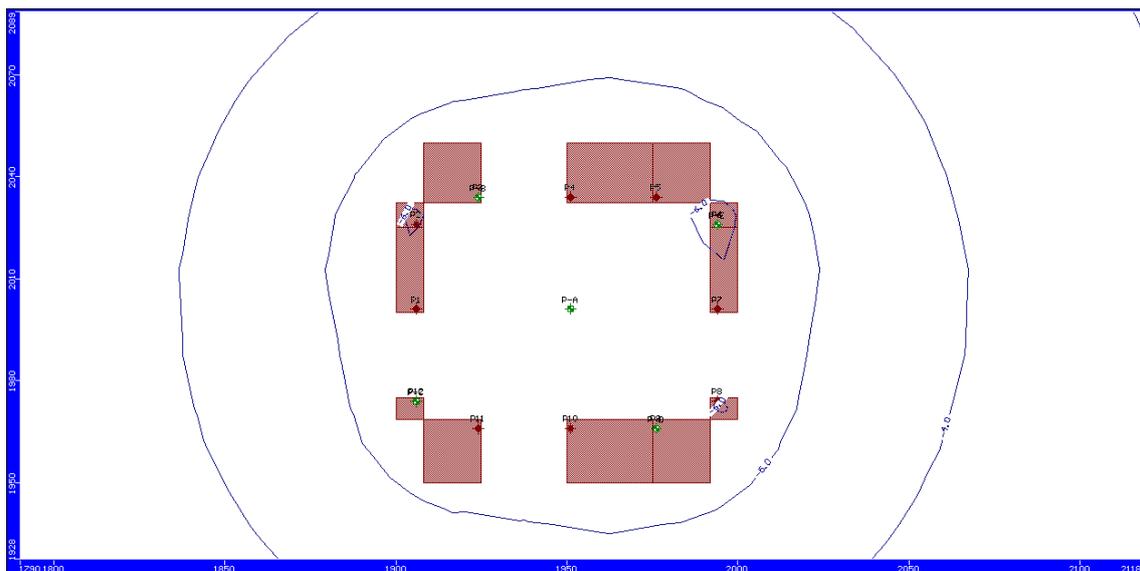


Figura 5.23. Vista en planta de la zona de excavación (capa arenas)

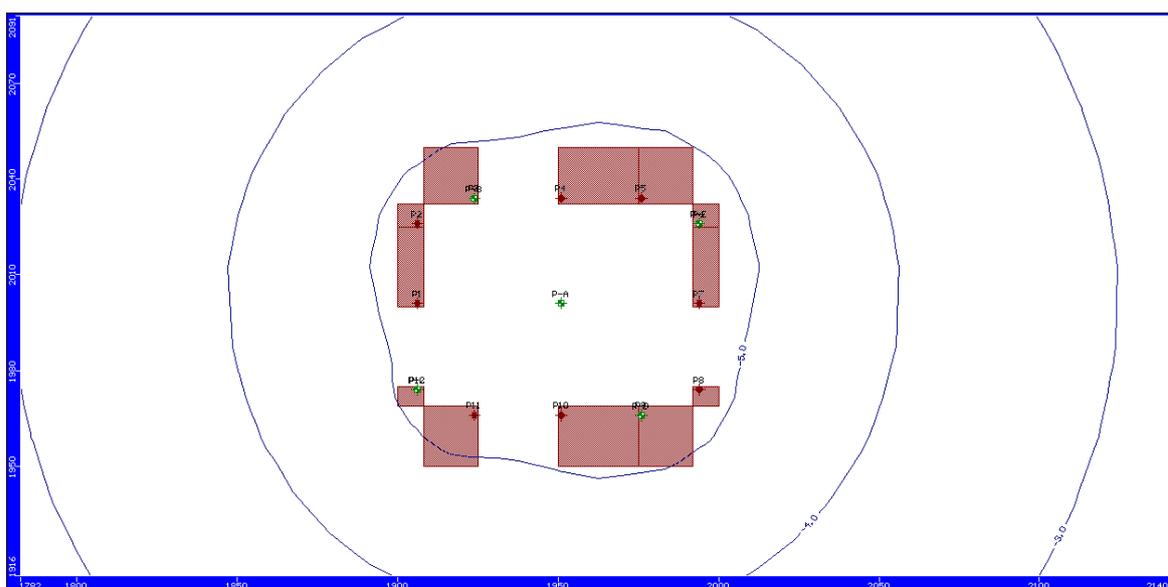


Figura 5.24. Vista en planta de la zona de excavación (capa arcillas)

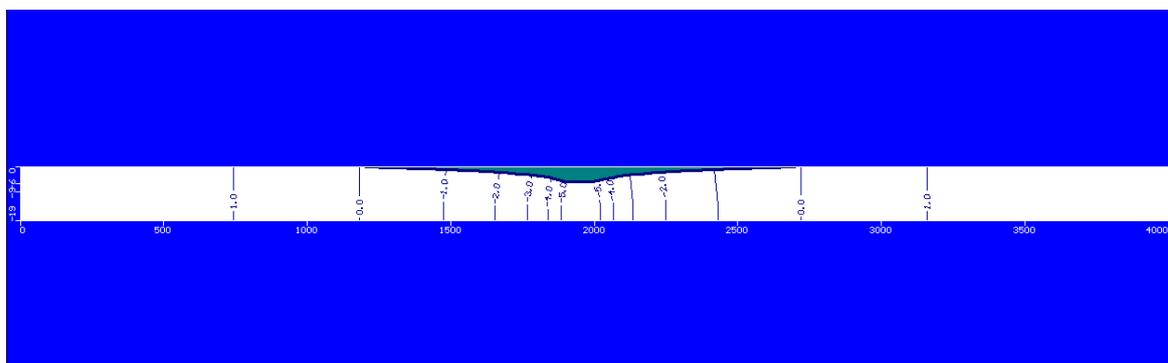


Figura 5.25. Vista de perfil de toda la superficie (centro excavación, pozo obs. A)

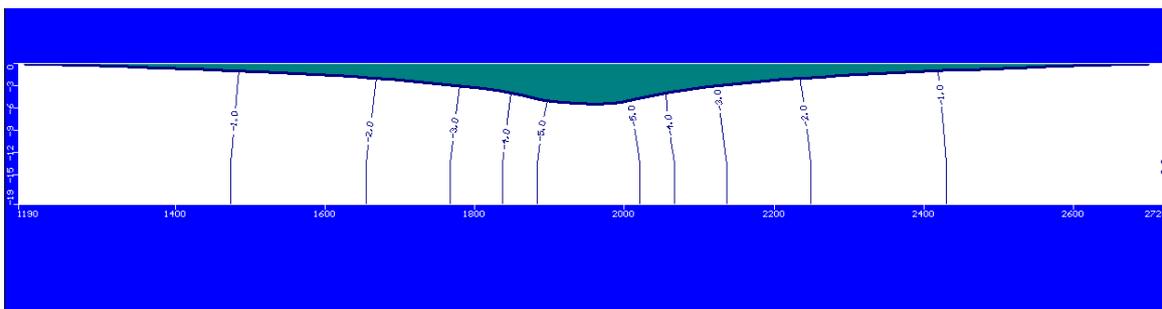


Figura 5.26. Vista de perfil de la zona de excavación (centro excavación, pozo obs. A)

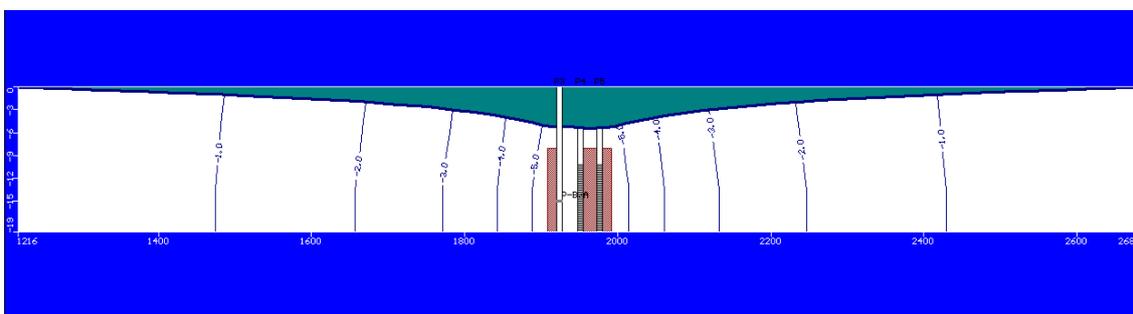


Figura 5.27. Vista de perfil de la zona de excavación (pozo de observación B)

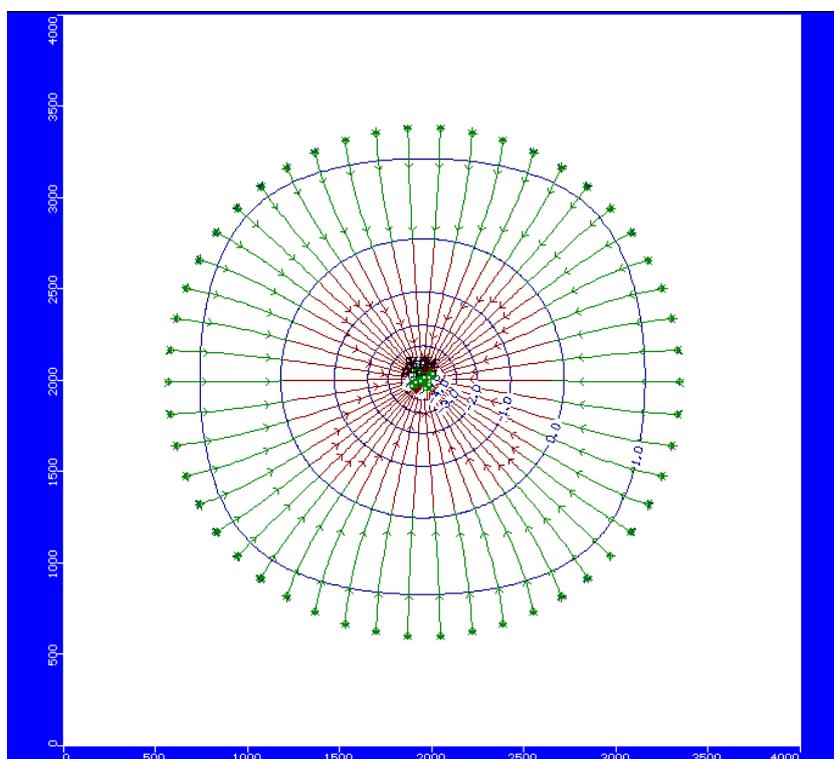


Figura 5.28. Movimiento de las partículas (planta)

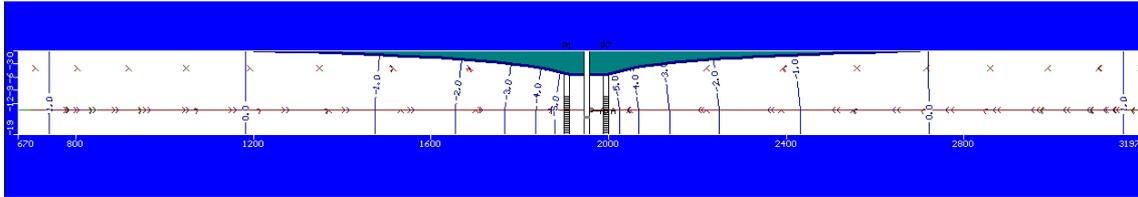


Figura 5.29. Movimiento de las partículas (perfil)

Otra de las funcionalidades que encontramos en la parte de output son los gráficos que ofrece. Concretamente se va a utilizar el gráfico que relaciona la piezometría ‘Head’ (m) en función del tiempo, ‘Time’ (s). Para ello iremos a la opción ‘Graphs’, y en ‘Time Series’ seleccionamos ‘Head’. Aparece un gráfico como el de la Figura 5.30, donde podemos elegir de que pozos queremos que aparezcan las mediciones. En la Figura 5.30 se han seleccionado los 5 pozos de observación que habían puesto anteriormente.

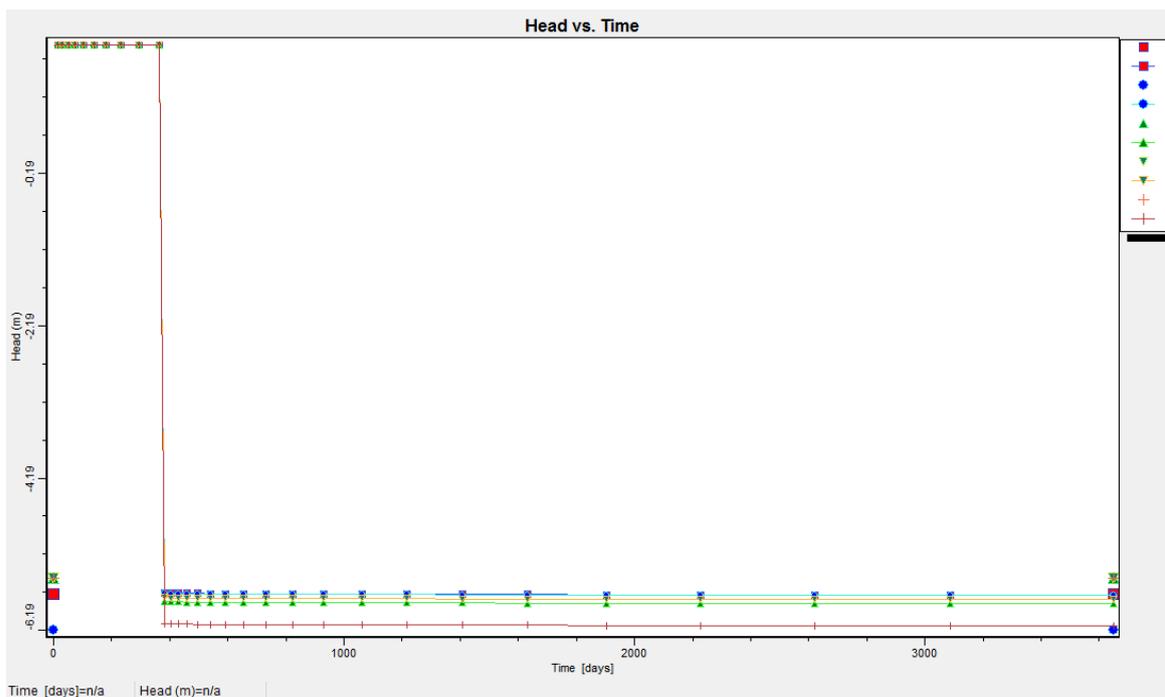


Figura 5.30. Gráfica Nivel piezométrico-Tiempo

Además si ampliamos el eje x de la gráfica (tiempo), justo en el tramo donde comienza el bombeo, Figura 5.31, podemos observar cuantos días se tarda en realizar el abatimiento que se busca. Se puede apreciar que serán unos 17 o 18 días, desde el comienzo del bombeo.

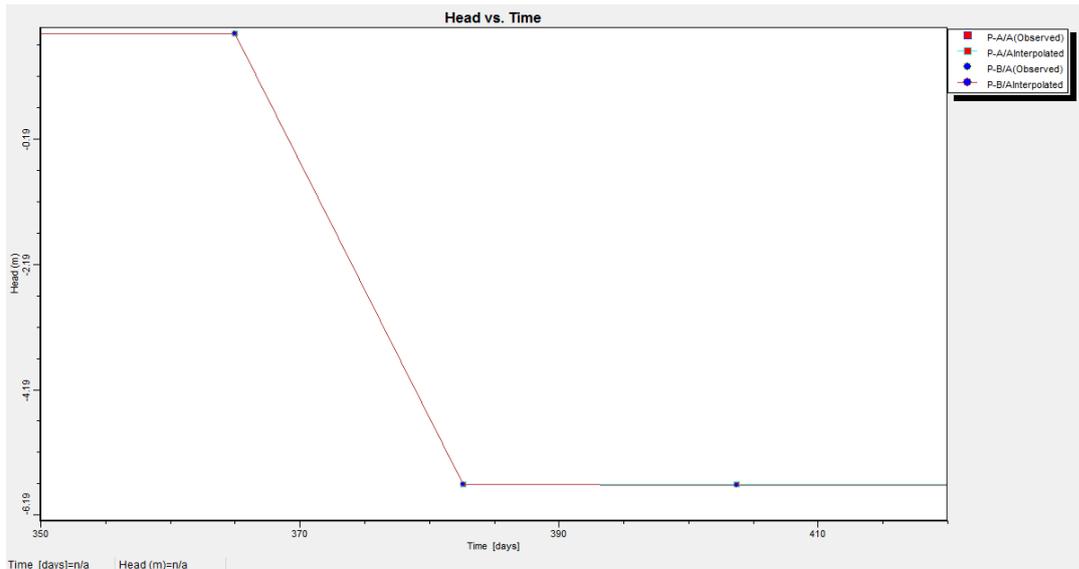


Figura 5.31. Gráfica Nivel piezométrico-Tiempo (Ampliación eje x)

Continuando con las opciones que se ofrecen de 'Output', merece la pena comentar los resultados que ofrece su funcionalidad 3D. Pulsando la tecla F2 o en la barra de herramientas inferior la opción 3D, aparecerá una nueva ventana donde podemos trabajar con las distintas opciones que ofrece.

En la parte superior izquierda de la pantalla están todas las opciones que podemos modificar, como se muestra en la Figura 5.32 izquierda. Al hacer click en ellas, aparece en la parte inferior izquierda de la pantalla los parámetros que podemos modificar de dicha opción, pudiendo hacer que esta aparezca o no en pantalla, o modificando los colores con los que aparecen entre otras cosas, al igual que aparece en la Figura 5.32 derecha.

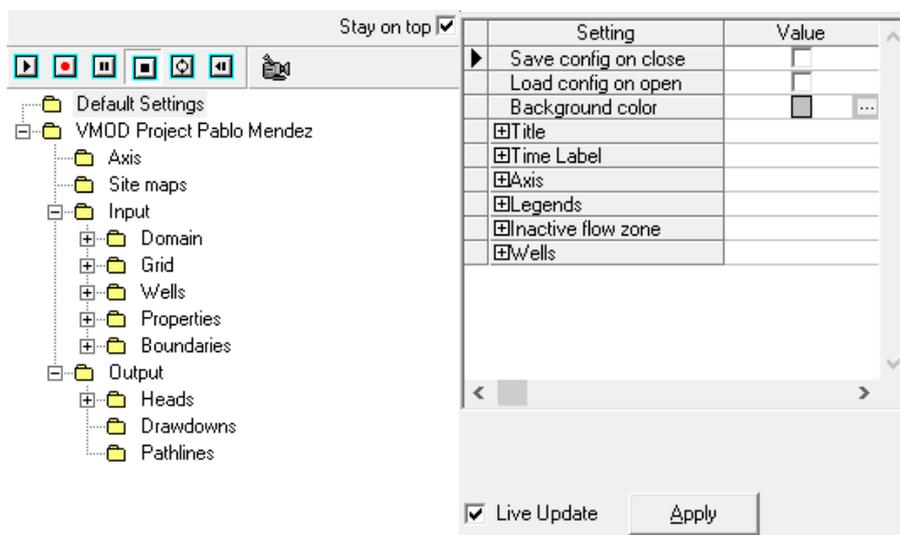


Figura 5.32. Opciones y parámetros que pueden modificarse en el modelo 3D

Además, como se muestra en la Figura 5.33, se puede modificar la vista haciendo uso de las pestañas de la parte inferior de la pantalla, pudiendo rotar 'Rotate' o mover 'Shift' la posición en cualquiera de los 3 ejes, cambiar la posición de incidencia de la luz 'light position' o modificar el periodo de tiempo 'Time' al que pertenece la imagen en pantalla, según los periodos en que fue dividida anteriormente en la fase de 'Run'.

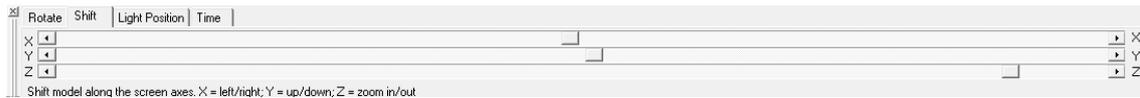


Figura 5.33. Pestañas utilizadas para rotar la vista

Utilizando estas herramientas que se han explicado, estamos en disposición para sacar diferentes capturas de nuestro modelo. Se han elegido las siguientes vistas para aclarar un poco más, los resultados 'Output' obtenidos.

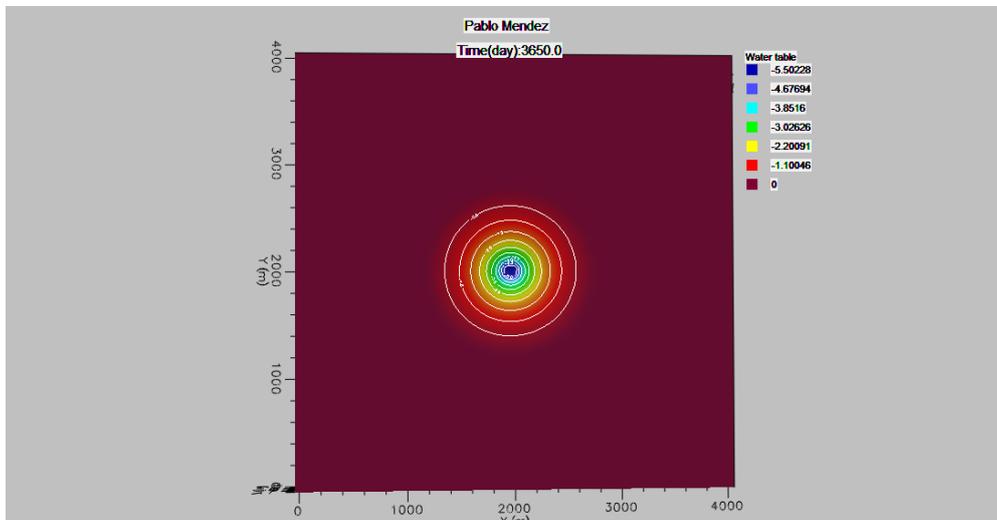


Figura 5.34. Vista en planta del modelo 3D

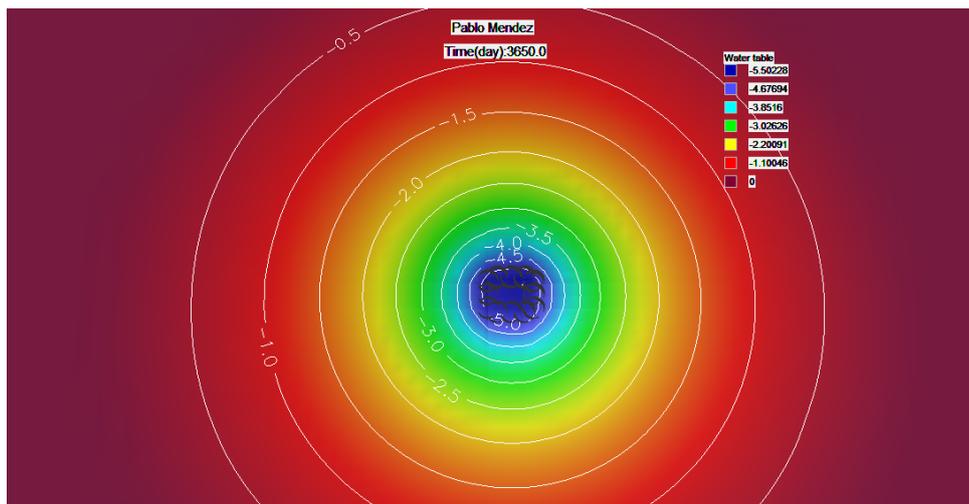


Figura 5.35. Vista en planta ampliada del modelo 3D

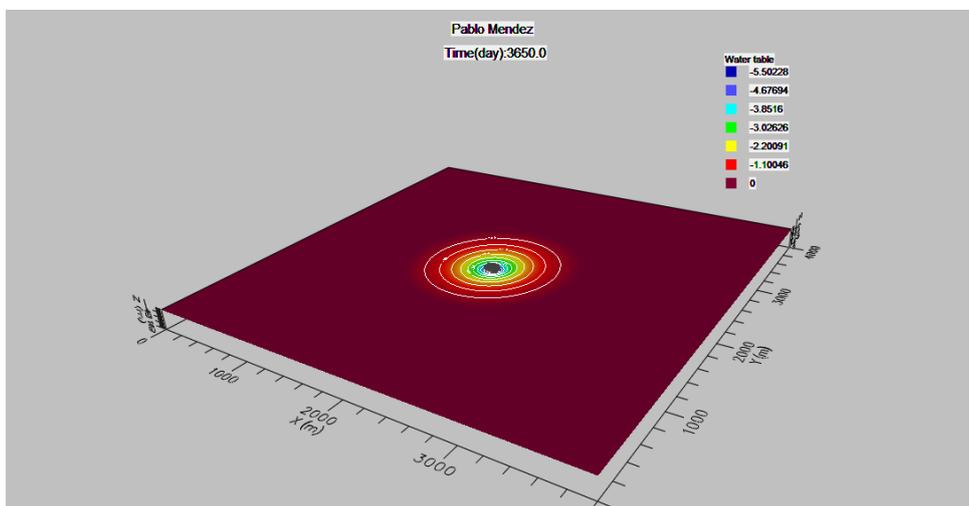


Figura 5.36. Vista en perspectiva del modelo 3D

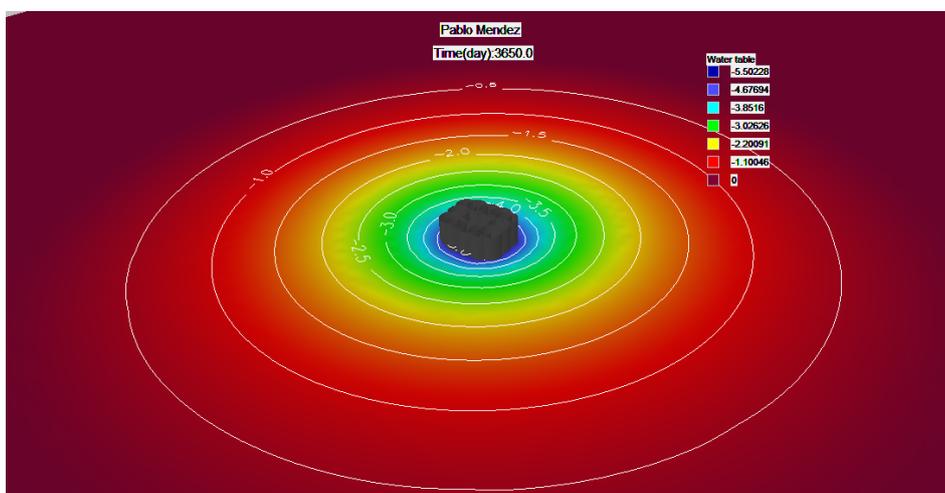


Figura 5.37. Vista en perspectiva ampliada del modelo 3D

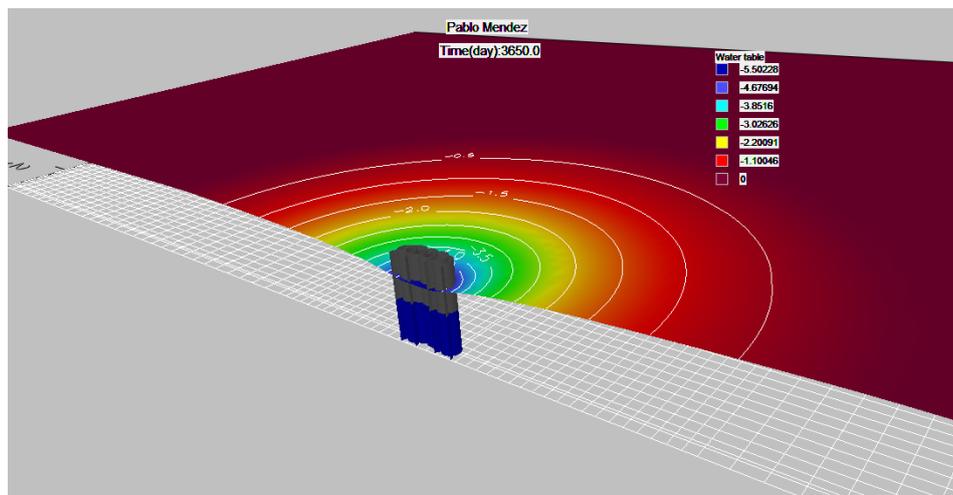


Figura 5.38. Vista de una sección del modelo 3D

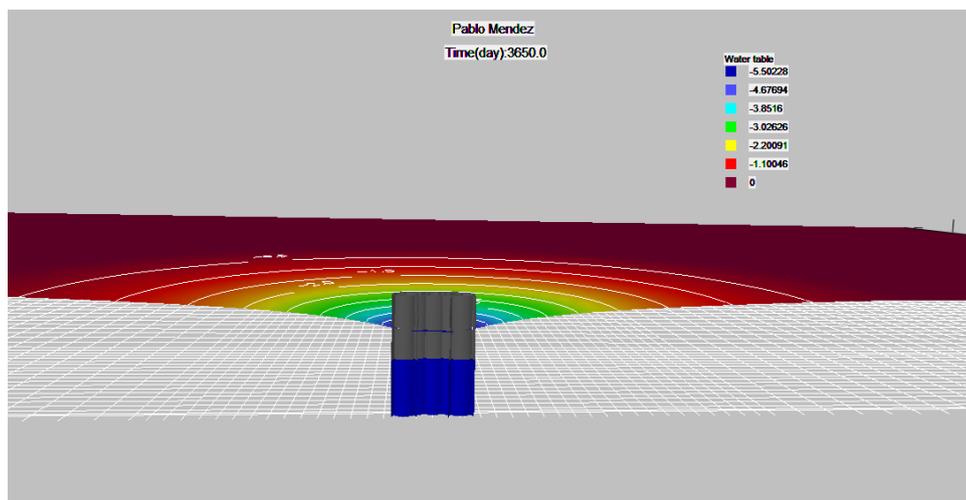


Figura 5.39. Vista de una sección ampliada del modelo 3D

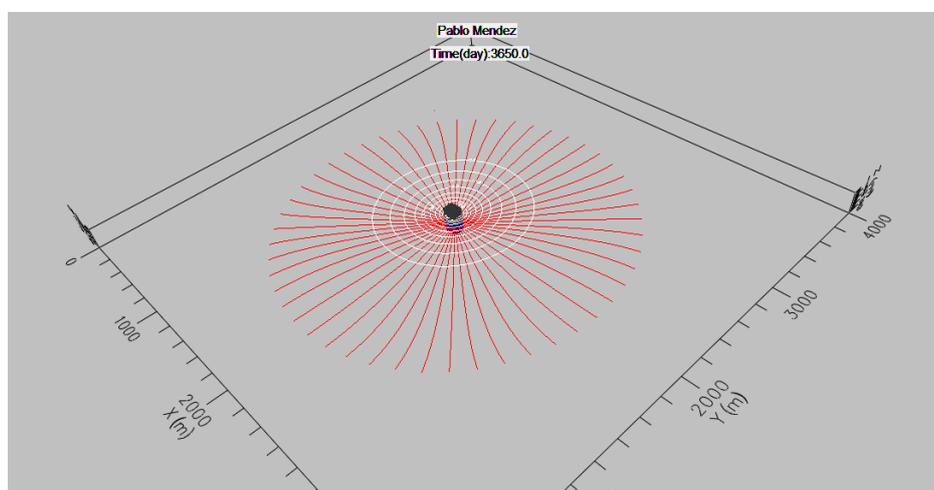


Figura 5.40. Vista en perspectiva de la trayectoria de las partículas del modelo 3D

5.3 Comparación entre la solución analítica y numérica y discusión de resultados

Si recordamos la solución que se obtuvo analíticamente, el nivel piezométrico en el centro de la excavación se abatía 5,72 metros, mientras que en el extremo de la excavación correspondiente al pozo de extracción 3 (o pozo de observación A), el nivel piezométrico resultaba 6,19m. Se tendrán en cuenta estos 2 valores ya que son los que hallamos de manera analítica y podemos comparar.

En el caso del resultado numérico obtenido con Modflow a los 3650 días, es decir cuando se ha alcanzado el estado estacionario, es de 5,725m en el pozo de observación colocado en el punto A (centro de la excavación). En cuanto al pozo de observación situado en el pozo B (pozo de extracción 3) es 5,73m.

Si observamos el resto de pozos de observación que habíamos colocado en nuestro modelo numérico (Figura 5.15), vemos que tienen valores comprendidos entre los 5,73m y los 6,12m (Figura 5.30) de abatimiento (alcanzando un valor muy parecido al que resultaba en el modelo analítico para el pozo de observación B). Por lo tanto, se puede decir que se cumple la condición que nos pedía el enunciado de que debía abatirse al menos 5,5 metros.

La diferencia de piezometría que surge en los valores del pozo de extracción 3 (pozo de observación B), se deben a que los resultados calculados numéricamente son más precisos que los analíticos, pudiendo surgir estas diferencias.

Para ver esta comparación de piezometrías visualmente, se han realizado las gráficas de la Figuras 5.41 y 5.42. En ellas se ve la evolución de la piezometría en el tiempo de los dos pozos de observación por ambos métodos. En el caso del pozo del centro de la excavación (Pozo A), se puede ver que la solución analítica ('P-A observed'), que corresponde a la línea recta de color rojo, es muy similar a la solución obtenida con Modflow ('P-A interpolated'). Si nos fijamos en el pozo situado en el pozo de extracción 3 (Pozo B), esta diferencia entre la solución analítica ('P-B observed') y la solución numérica ('P-B interpolated') es un tanto mayor como ya hemos comentado anteriormente.

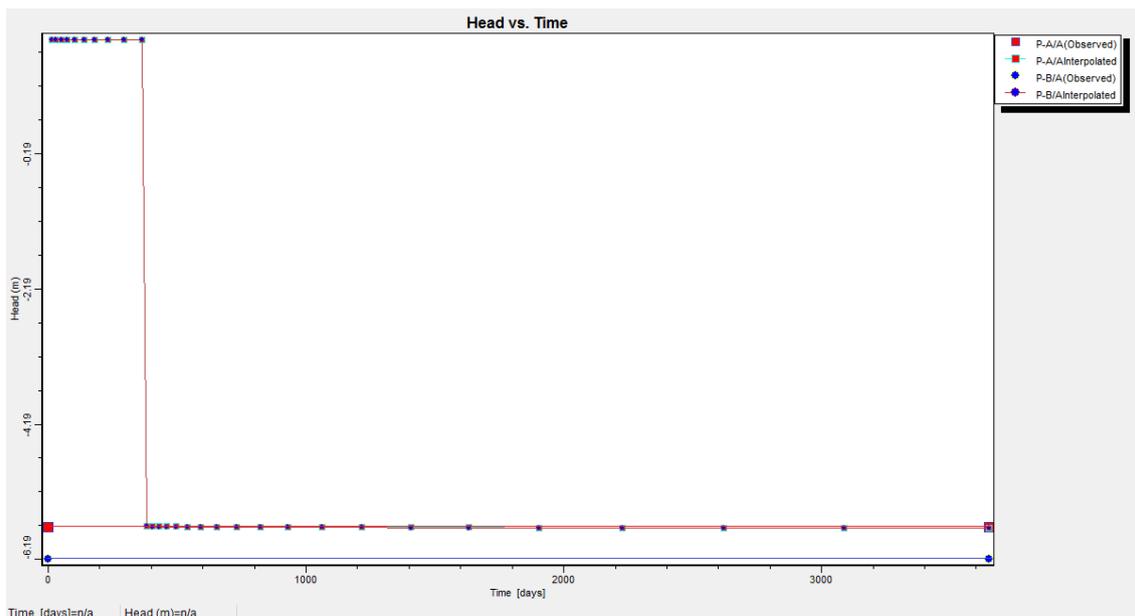


Figura 5.41. Gráfica comparativa de la piezometría con respecto al tiempo, calculada de manera analítica y numérica

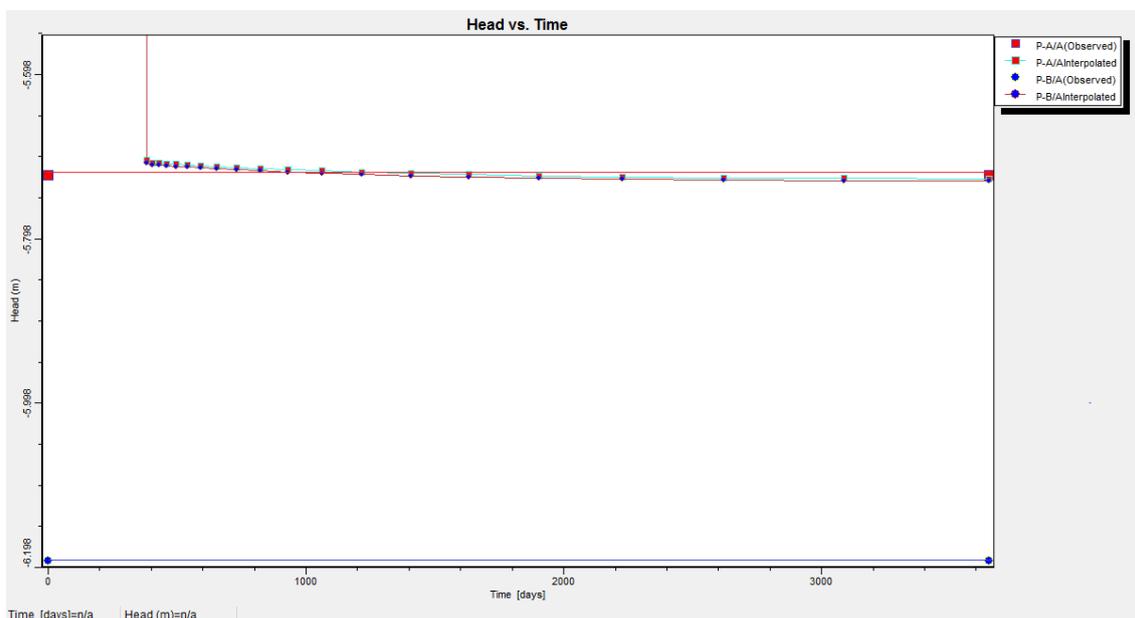


Figura 5.42. Gráfica ampliada de la comparativa de la piezometría con respecto al tiempo, calculada de manera analítica y numérica

A continuación se planteará una posible alternativa al caso de estudio que puede resultar de gran utilidad para cálculos de casos reales. Se trata de ver qué ocurriría si, por ejemplo, debido a la disponibilidad que haya de bombas en el mercado, éstas tuviesen distinta capacidad de la que se utilizó para el cálculo, o simplemente porque son las que tiene la empresa para la extracción.

Si las bombas que se encontrasen disponibles tuviesen una capacidad de extracción de $8 \times 10^{-2} \text{ m}^3/\text{s}$ ($6912 \text{ m}^3/\text{día}$), sería mayor a la que calculamos en la solución analítica de $6.5 \times 10^{-2} \text{ m}^3/\text{s}$ ($5616 \text{ m}^3/\text{día}$). Con este caudal de extracción mayor, el abatimiento del nivel piezométrico que se obtiene es de 7,39m en el caso del pozo de observación A (centro de la excavación) y 7,4m en el pozo de observación B (situado en el pozo de extracción 3), como se muestra en la Figura 5.43, donde vemos la comparativa entre estos valores numéricos, con respecto a la restricción de 5,5m.

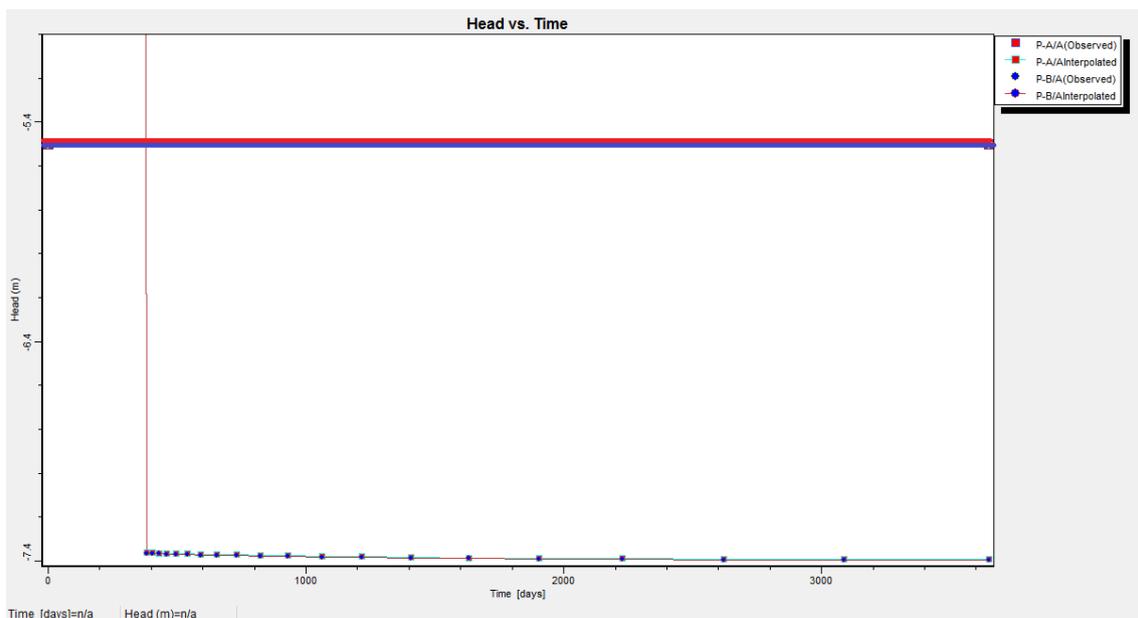


Figura 5.43. Gráfica ampliada de la comparativa de la piezometría con respecto al tiempo con el nuevo caudal de extracción de $8 \times 10^{-2} \text{ m}^3/\text{s}$ ($6912 \text{ m}^3/\text{día}$)

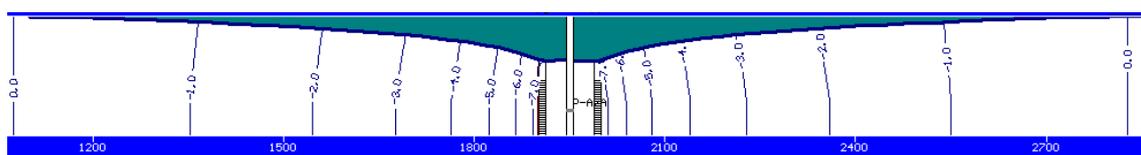


Figura 5.44. Vista de perfil de la zona de excavación (centro excavación, pozo obs. A), con el nuevo caudal de extracción de $8 \times 10^{-2} \text{ m}^3/\text{s}$ ($6912 \text{ m}^3/\text{día}$)

Como solamente es necesario abatirlo hasta los 5,5m para que cumpla con el factor de seguridad necesario para que el terreno no colapse, y nuestro abatimiento conseguido con este caudal es mayor, podríamos ahorrarnos la construcción de algunos pozos. Si eliminamos los pozos de extracción 1 y 7, obtenemos un abatimiento en el centro de la excavación y en el pozo de extracción 3, de 5,87m y 5,88m respectivamente (como se muestra en la Figura 5.44), por lo que cumpliríamos igualmente con la restricción, y además se ahorraría la colocación de dos pozos y sus respectivas bombas.

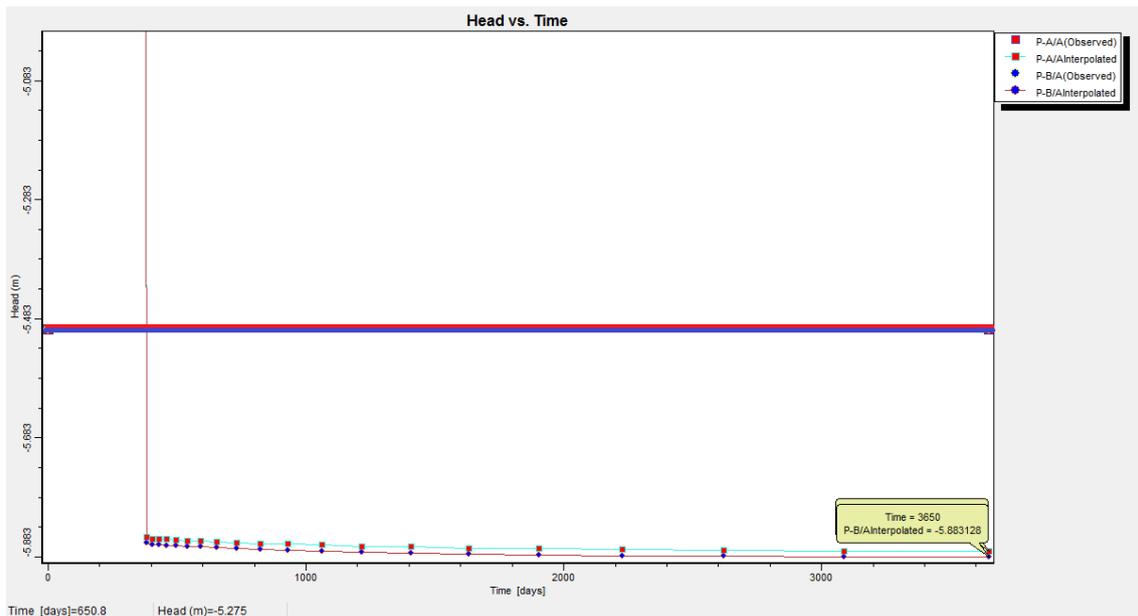


Figura 5.45. Gráfica ampliada de la comparativa de la piezometría con respecto al tiempo con el nuevo caudal de extracción de $8 \times 10^{-2} \text{ m}^3/\text{s}$ ($6912 \text{ m}^3/\text{día}$), y eliminando 2 pozos

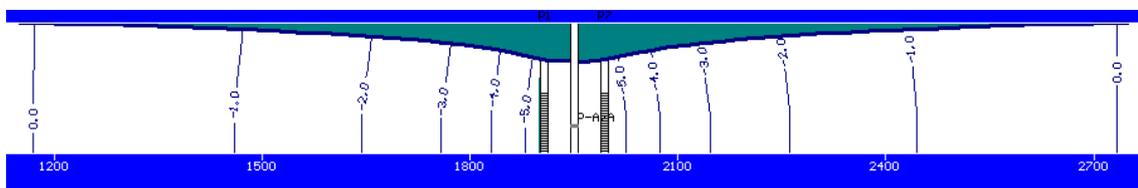


Figura 5.46. Vista de perfil de la zona de excavación (centro excavación, pozo obs. A) con el nuevo caudal de extracción de $8 \times 10^{-2} \text{ m}^3/\text{s}$ ($6912 \text{ m}^3/\text{día}$), y eliminando 2 pozos

6 CONCLUSIONES

El caso de estudio que se ha propuesto consiste en realizar un abatimiento del nivel piezométrico de un acuífero confinado que se encuentra bajo un depósito de arcillas de 8 metros de espesor y $k = 10^{-7}$ m/s. El acuífero está en una capa inmediatamente inferior de 11m de espesor y de $k = 0,541 \times 10^{-2}$ m/s. La excavación tiene unas dimensiones de 84x64m. Mediante la aplicación del método analítico, se obtiene una solución que consiste en una red de 12 pozos completamente penetrantes dispuestos perimetralmente, con una caudal de bombeo de $6,5 \times 10^{-2}$ m³/s cada uno. El descenso en el centro de la excavación es de 5,72m y en el registro del pozo 3, de 6,19m, cumpliendo con la condición de que el descenso debe ser superior a 5,5m.

Por otro lado, se ha creado un modelo con Visual Modflow, teniendo en cuenta las condiciones de contorno planteadas en el problema (dimensiones de la excavación, permeabilidad, piezometría inicial...) y la solución analítica proporcionada por el método (disposición de pozos y caudal de extracción de estos). Los resultados obtenidos con el programa han sido satisfactorios, puesto que proporciona valores de 5,725m en el pozo de observación A (situado en el centro de la excavación) y 5,73m en el pozo de observación B (situado en el pozo de extracción 3).

Como se puede comprobar, las diferencias entre ambos métodos son muy leves y, en cualquier caso, ambas suponen que el nivel piezométrico se sitúe por debajo de los 5,5m de profundidad,

Además, se ha comprobado que no se produce la condición de sifonamiento, por la cuál el terreno colapsaría.

Para ampliar información, se han discutido los resultados obtenidos proponiendo otra solución numérica, para el caso de que las bombas de extracción disponibles en el mercado fuesen de otro caudal diferente al que se obtuvo por solución analítica. En este nuevo caso, el caudal es de 8×10^{-2} m³/s (6912 m³/día). El abatimiento obtenido con este caudal es 7,39m en el pozo de observación A (situado en el centro de la excavación) y 7,4m en el pozo de observación B (situado en el pozo de extracción 3). Como es muy superior al

necesario de 5,5m que ya incluye un factor de seguridad, se opta por suprimir los pozos de extracción 1 y 7, que habíamos colocado en la solución inicial. El abatimiento del perfil piezométrico obtenido con esta nueva disposición de pozos es de 5,87m en el pozo de observación A (centro de excavación) y 5,88m en el pozo de observación B (pozo de extracción 3), cumpliendo con la condición de 5,5m que evita el sifonamiento en la excavación propuesta en este caso.

7 REFERENCIAS

- GONZÁLEZ DE VALLEJO, Luis Ignacio. Ingeniería Geológica. Mercedes Ferrer Gijón, Luis Ortuño Abad, y Carlos Oteo Mazo. Pearson Educación, Madrid, 2002. ISBN: 84-205-3104-9.

- BERRY, Peter L. & REID, David. Mecánica de suelos. Editado por Martha Edna Suárez R. McGraw Hill: Santafé de Bogotá, 1993. Traducido de la primera edición en inglés de An introduction to soil mechanics. ISBN: 958-600-172-5

- WATERLOO HIDROGEOLOGIC, Inc. Visual Modflow 2011.1 User's Manual.